

Haandbog

for

Mekanikere og Ingeniörer.

Samling

af

Tabeller, Formler og Regler af Arithmetik, Geometri, theoretisk Mekanik, Maskinlære, Vei-, Jernbane-, Bro- og Skibsbygningskunst

af

B. Schnitler,
Lærer ved den tekniske Skole paa Horten.

J. L. W. Dietrichson,
Realkandidat.

E. S. Lund,
Civilingeniør.

Christiania.
J. W. Cappelens Forlag.
1872.

J. Chr. Gundersens Bogtrykkeri.

Forfatterne af nærværende Værk have under Udarbeidelsen havt for Øie at levere et for den praktiske Mand brugbart Arbeide. Med Hensyn til Valget af Stof have vi fornemmelig fulgt det af udenlandske Forfattere benyttede Program for deslige Bøger, medens vi med Hensyn til Stoffets mere eller mindre udførlige Bearbeidelse have været bundne til et bestemt Volum, forat ikke Bogen skulde blive for kostbar. Man vil derfor maaske finde, at enkelte vigtigere Ting ere blevne noget overfladisk behandlede og navnlig kan som saadant nævnes Kapitlet „Maskindeles Konstruktion", hvilket alene paa Grund af det dertil levnede indskrænkede Rum nærmest er bleven behandlet som et Appendix til Kapitlet om Dampmaskinerne, istedetfor at det skulde referere sig til Maskinlæren i Almindelighed. Paa den anden Side ere maaske ogsaa enkelte Ting i 1ste Del blevne noget vidtløftige. De Kilder, hvoraf vi have øst, ere de i de forskjellige Brancher for mest paalidelig anseede udenlandske Forfattere, saasom Weisbach, Redtenbacher, Rankine, Bourne o. s. v.

Anden Del, hvoraf Hr. Civilingeniør Lund har leve Afsnittet „Bygningskunst", indeholder en Del originale forhaabentlig nyttige Tabeller. Kapitlet „Skibsbygnin kunst" er et indsendt Bidrag, og Kapitlerne „Landmaalin „Dynamik" og „Hydraulik" ere leverede af Hr. Realkandi Dietrichson.

Horten den 24de Marts 1872.

B. Schnitler.



Indhold.



Arithmetiske Tabeller.

Arithmetik.

Capitel I.

Capitel II.

Logarithmer.

Capitel III.

Ligninger.

Capitel IV.

Rækker.

Geometriske Tabeller.

Geometri.

Capitel I.

Trigonometri.

Capitel II.

Coordinater og Liniers Ligninger.

Capitel III.

Coordinater i Rummet.

Capitel IV.

Udmaaling af Flader og Legemer.

Capitel V.

Landmaaling.

Capitel VI.

Høidemaaling og Nivellering.

Vægttabeller.

Mekanik.

Capitel I. Statik.

Capitel II.

Dynamik.

Capitel III.

Hydraulik.

Vædskers og Luftarters Ligevægt og Bevægelse.

Bygningskunst.

Capitel I.

Kubik- og Pristabeller m. m.

Capitel II.

Veie.

Capitel III.

Jernbaner.

Capitel IV.

Broer.

Maskinlære.

Capitel I.

Maskinernes Effekt og dens Bestemmelse.

Capitel II.

Om Vandets Bevægelseskraft og de hydrauliske Maskiner.

Capitel III.

Om Varmen og Dampmaskinerne.

Capitel IV.

Maskindeles Konstruktion.

Skibsbygningskunst.

Arithmetiske Tabeller.

Anviisning til Brugen af Tabel I. (Pag. 4 o. flg.).

(Potentsering, Roduddragning, Reciproktabel).

I første Colonne, under n, findes Tallene i deres Orden fra 1 til 999. I de øvrige Colonner, under n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$, findes disse Tals Kvadrater, Kuber, Kvadratrødder, Kubikrødder. I sidste Colonne under $\frac{1}{n}$ findes Brøkerne $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ o. s. v. til $\frac{1}{999}$ udtrykte som Decimalbrøker, der kaldes de reciproke Værdier af Tallene i første Colonne.

1. Reciproktabellen

benyttes til at omgjøre en almindelig Brøk til Decimalbrøk, f. Ex.:

$$\frac{7}{31} = \frac{1}{31}.7 = 0{,}0322581 \,.\, 7 = 0{,}2258067.$$

Bestaar det givne Tal, hvis reciproke Værdi søges, af flere end 3 Ziffre, saa giver ikke nærværende Tabel direkte den reciproke Værdi, som derfor findes ved simpel Interpolation (cf. Ar. § 31), f. Ex.:

Søg den reciproke Værdi af 4638 (d. e.: søg $\frac{1}{4638}$ i Decimalbrøk)! Man finder:

$$\frac{1}{4630} = \frac{1}{463.10} = \frac{1}{463} \cdot \frac{1}{10} = 0{,}00021598 \quad \text{og}$$

$$\frac{1}{4640} = \frac{1}{464.10} = \frac{1}{464} \cdot \frac{1}{10} = 0{,}00021552$$

$$\text{Differentsen} = 0{,}00000046$$

Altsaa: $10 : 8 = 0{,}00000046 : x$

$$x = \frac{8}{10} \,.\, 0{,}00000046 = 0{,}000000368,$$

som fradrages den reciproke Værdi af 4630.

Altsaa: $\frac{1}{4638} = 0{,}00021561.$

Er det givne Tal en Decimalbrøk, saa søges først reciproke Værdi af de gjældende Ziffre, som i forega Exempel. Dernæst flyttes Decimalkommaet saamange mod Høire som den givne Decimalbrøk har Decima

Er altsaa: $\frac{1}{4638} = 0{,}00021561$, saa er

$$\frac{1}{463{,}8} = \frac{10}{4638} = 0{,}0021561 \quad \text{og} \quad \frac{1}{46{,}38} = \frac{100}{4638} = 0{,}021!$$

Ved Reciproktabellen kan Division omsættes til] plication f. Ex.:

$$\frac{457}{348} = \frac{1}{348} \,.\, 457 = 0{,}0028733 \,.\, 457.$$

Den anvendes derfor ofte med Fordeel ved Opløs af Proportioner.

2. Kvadrat- og Kubiktabellerne.

Har det givne Tal flere end 3 Ziffre, saa findes Kvadrat og Kubus enten ved Interpolation (cf. Ar. § eller ved arithmetiske Formler.

1. Ved simpel Interpolation. Søg Kvadrat Kubus af 2576!

Man har: $2576 = 2570 + 6$. Nu er:

$$2570^2 = 257^2 \,.\, 100 = 6604900$$
$$\text{og } 2580^2 = 258^2 \,.\, 100 = 6656400$$
$$\text{Differentsen} = 51500$$

Altsaa: $10 : 6 = 51500 : x$

og $x = \frac{6}{10} \,.\, 51500 = 30900$, som adderes til 6604900. Altsaa:

$$2576^2 = 6604900 + 30900 = 6635800$$

Ligeledes: $2570^3 = 257^3 \,.\, 1000 = 16974593000$

$$\text{og } 2580^3 = 258^3 \,.\, 1000 = 17173512000$$
$$\text{Differentsen} = 198918000$$

Altsaa: $10 : 6 = 198918000 : x$

$$x = \frac{6}{10} \,.\, 198918000 = 119350800. \text{ Altsaa}$$
$$2576^3 = 2570^3 + x = 17093943800.$$

2. Ved arithmetiske Formler. Det givne opløses i en Sum af to adderende Led efter Formlerne

$(a + b)^2 = a^2 + 2\ ab + b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3\ a^2\ b + 3\ ab^2 + h^3$ (cf. Ar. § hvor b vælges saa liden i Sammenligning med a, at b^2 ($3\ ab^3 + b^3$), som meget smaa i Sammenligning med a^2 a^3, kunne bortkastes.

3. Kvadratrod- og Kubikrodtabellerne.

Har det givne Tal flere end 3 Ziffre, saa findes Rødderne enten ved Interpolation (cf. Ar. § 31) eller ved arithmetiske Formler.

1. Ved simpel Interpolation. Søg Kvadrat- og Kubikroden af 7348! Man har $\sqrt{7348} = \sqrt{7300 + 48}$.

Nu er: $\sqrt{7300} = \sqrt{73} \cdot 10 = 8{,}54400 \cdot 10 = 85{,}4400$

og $\sqrt{7400} = \sqrt{74} \cdot 10 = 8{,}60233 \cdot 10 = 86{,}0233$

Differentsen $= 0{,}5833$

Altsaa: $100 : 48 = 0{,}5833 : x$

$$x = \frac{48}{100} \cdot 0{,}5833 = 0{,}279984,$$ som adderes til $\sqrt{7300}$.

Altsaa: $\sqrt{7348} = 85{,}4400 + x = 85{,}719984$.

Ligeledes: $\sqrt[3]{7348} = \sqrt[3]{7000 + 348} = 1{,}91293 + x$, hvor x findes paa samme Maade som ved Kvadratroduddragningen.

Ved Kvadratroduddragning af en Decimalbrøk sørges stedse for, ved at tilføie Nuller, at Decimalbrøken faar et lige Antal Decimaler, ved Kubikroduddragning af Decimalbrøk gives denne 3, 6 eller 9 Decimaler. (cf. Ar. § 11).

2. Ved arithmetiske Formler. Det givne Tal opløses i en Sum af 2 adderende Led, der vælges saaledes, at det første bliver et fuldkomment Kvadrattal (ved Kvadratroduddragningen), Kubiktal (ved Kubikroduddragningen), og at det andet bliver lidet i Sammenligning med det første. Man benytter da Formlerne:

$$\sqrt{a^2 + b} = a + \frac{b}{2a} + \ldots\ldots$$

$$\sqrt[3]{a^3 + b} = a + \frac{b}{3a^2} + \ldots\ldots$$

f. Ex.: $\sqrt{5073} = \sqrt{70^2 + 173} = 70 + \frac{173}{2.70} + \ldots$

og $\sqrt[3]{65328} = \sqrt[3]{40^3 + 1328} = 40 + \frac{1328}{3.40^2} + \ldots$

De øvrige Led af den herved fremkomne convergerende Række kunne sættes ude af Betragtning.

Undertiden kan ogsaa med Fordeel følgende Formler anvendes:

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{ab^2}}{b},$$ f. Ex.: $\sqrt{12{,}6} = \frac{\sqrt{12{,}6 . 25}}{5} = \frac{1}{5} \sqrt{315}$.

$$\sqrt[3]{a} = \frac{\sqrt[3]{ab^3}}{b},$$ f. Ex.: $\sqrt[3]{4{,}32} = \frac{\sqrt[3]{4{,}32 . 125}}{5} = \frac{1}{5} \sqrt[3]{5400}$.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$	
1	1	1	1,00000	1,00000	1,0
2	4	8	1,41421	1,25992	0,5
3	9	27	1,73205	1,44225	0,3
4	16	64	2,00000	1,58740	0,25
5	25	125	2,23607	1,70998	0,20
6	36	216	2,44949	1,81712	0,16
7	49	343	2,64575	1,91293	0,14
8	64	512	2,82843	2,00000	0,12
9	81	729	3,00000	2,08008	0,11
10	100	1000	3,16228	2,15443	0,10
11	121	1331	3,31662	2,22398	0,09
12	144	1728	3,46410	2,28943	0,08
13	169	2197	3,60555	2,35133	0,07
14	196	2744	3,74166	2,41014	0,07
15	225	3375	3,87298	2,46621	0,06
16	256	4096	4,00000	2,51984	0,05
17	289	4913	4,12311	2,57128	0,058
18	324	5832	4,24264	2,62074	0,055
19	361	6859	4,35890	2,66840	0,052
20	400	8000	4,47214	2,71442	0,050
21	441	9261	4,58258	2,75892	0,047
22	484	10648	4,69042	2,80204	0,045
23	529	12167	4,79583	2,84387	0,043
24	576	13824	4,89898	2,88450	0,041
25	625	15625	5,00000	2,92402	0,040
26	676	17576	5,09902	2,96250	0,038
27	729	19683	5,19615	3,00000	0,037
28	784	21952	5,29150	3,03659	0,035
29	841	24389	5,38516	3,07232	0,034
30	900	27000	5,47723	3,10723	0,033
31	961	29791	5,56776	3,14138	0,032
32	1024	32768	5,65685	3,17480	0,031
33	1089	35937	5,74456	3,20753	0,030
34	1156	39304	5,83095	3,23961	0,029
35	1225	42875	5,91608	3,27107	0,028
36	1296	46656	6,00000	3,30193	0,027
37	1369	50653	6,08276	3,33222	0,027
38	1444	54872	6,16441	3,36198	0,026
39	1521	59319	6,24500	3,39121	0,025

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
40	1600	64000	6,32456	3,41995	0,0250000
41	1681	68921	6,40312	3,44822	0,0243902
42	1764	74088	6,48074	3,47603	0,0238095
43	1849	79507	6,55744	3,50340	0,0232558
44	1936	85184	6,63325	3,53035	0,0227273
45	2025	91125	6,70820	3,55689	0,0222222
46	2116	97336	6,78233	3,58305	0,0217391
47	2209	103823	6,85565	3,60883	0,0212766
48	2304	110592	6,92820	3,63424	0,0208333
49	2401	117649	7,00000	3,65931	0,0204082
50	2500	125000	7,07107	3,68403	0,0200000
51	2601	132651	7,14143	3,70843	0,0196078
52	2704	140608	7,21110	3,73251	0,0192308
53	2809	148877	7,28011	3,75629	0,0188679
54	2916	157464	7,34847	3,77976	0,0185185
55	3025	166375	7,41620	3,80295	0,0181818
56	3136	175616	7,48331	3,82586	0,0178571
57	3249	185193	7,54983	3,84850	0,0175439
58	3364	195112	7,61577	3,87088	0,0172414
59	3481	205379	7,68115	3,89300	0,0169492
60	3600	216000	7,74597	3,91487	0,0166667
61	3721	226981	7,81025	3,93650	0,0163934
62	3844	238328	7,87401	3,95789	0,0161290
63	3969	250047	7,93725	3,97906	0,0158730
64	4096	262144	8,00000	4,00000	0,0156250
65	4225	274625	8,06226	4,02073	0,0153846
66	4356	287496	8,12404	4,04124	0,0151515
67	4489	300763	8,18535	4,06155	0,0149254
68	4624	314432	8,24621	4,08166	0,0147059
69	4761	328509	8,30662	4,10157	0,0144928
70	4900	343000	8,36660	4,12129	0,0142857
71	5041	357911	8,42615	4,14082	0,0140845
72	5184	373248	8,48528	4,16017	0,0138889
73	5329	389017	8,54400	4,17934	0,0136986
74	5476	405224	8,60233	4,19834	0,0135135
75	5625	421875	8,66025	4,21716	0,0133333
76	5776	438976	8,71780	4,23582	0,0131579
77	5929	456533	8,77496	4,25432	0,0129870
78	6084	474552	8,83176	4,27266	0,0128205
79	6241	493039	8,88819	4,29084	0,0126582

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
80	6400	512000	8,94427	4,30887	0,012
81	6561	531441	9,00000	4,32675	0,012
82	6724	551368	9,05539	4,34448	0,012
83	6889	571787	9,11043	4,36207	0,012
84	7056	592704	9,16515	4,37952	0,011
85	7225	614125	9,21954	4,39683	0,011
86	7396	636056	9,27362	4,41400	0,011
87	7569	658503	9,32738	4,43105	0,011
88	7744	681472	9,38083	4,44797	0,011
89	7921	704969	9,43398	4,46475	0,011
90	8100	729000	9,48683	4,48140	0,011
91	8281	753571	9,53939	4,49794	0,0109
92	8464	778688	9,59166	4,51436	0,0108
93	8649	804357	9,64365	4,53065	0,0107
94	8836	830584	9,69536	4,54684	0,0106
95	9025	857375	9,74679	4,56290	0,0105
96	9216	884736	9,79796	4,57886	0,0104
97	9409	912673	9,84886	4,59470	0,0103
98	9604	941192	9,89949	4,61044	0,0102
99	9801	970299	9,94987	4,62607	0,0101
100	10000	1000000	10,00000	4,64159	0,0100
101	10201	1030301	10,04988	4,65701	0,0099
102	10404	1061208	10,09950	4,67233	0,0098
103	10609	1092727	10,14889	4,68755	0,0097
104	10816	1124864	10,19804	4,70267	0,0096
105	11025	1157625	10,24695	4,71769	0,0095
106	11236	1191016	10,29563	4,73262	0,0094
107	11449	1225043	10,34408	4,74746	0,0093
108	41664	1259712	10,39230	4,76220	0,0092
109	11881	1295029	10,44031	4,77686	0,0091
110	12100	1331000	10,48809	4,79142	0,0090
111	12321	1367631	10,53565	4,80590	0,0090
112	12544	1404928	10,58301	4,82028	0,0089
113	12769	1442897	10,63015	4,83459	0,0088
114	12996	1481544	10,67708	4,84881	0.0087
115	13225	1520875	10,72381	4,86294	0,0086
116	13456	1560896	10,77033	4,87700	0,0086
117	13689	1601613	10,81665	4,89097	0,0085
118	13924	1643032	10,86278	4,90487	0,0084
119	14161	1685159	10,90871	4,91868	0,0084

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
120	14400	1728000	10,95445	4,93242	0,0083333
121	14641	1771561	11,00000	4,94609	0,0082645
122	14884	1815848	11,04536	4,95968	0,0081967
123	15129	1860867	11,09054	4,97319	0,0081301
124	15376	1906624	11,13553	4,98663	0,0080645
125	15625	1953125	11,18034	5,00000	0,0080000
126	15876	2000376	11,22497	5,01330	0,0079365
127	16129	2048383	11,26943	5,02653	0,0078740
128	16384	2097152	11,31371	5,03968	0,0078125
129	16641	2146689	11,35782	5,05277	0,0077519
130	16900	2197000	11,40175	5,06580	0,0076923
131	17161	2248091	11,44552	5,07875	0,0076336
132	17424	2299968	11,48913	5,09164	0,0075758
133	17689	2352637	11,53256	5,10447	0,0075188
134	17956	2406104	11,57584	5,11723	0,0074627
135	18225	2460375	11,61895	5,12993	0,0074074
136	18496	2515456	11,66190	5,14256	0,0073529
137	18769	1571353	11,70470	5,15514	0,0072993
138	19044	2628072	11,74734	5,16765	0,0072464
139	19321	2685619	11,78983	5,18010	0,0071942
140	19600	2744000	11,83216	5,19249	0,0071429
141	19881	2803221	11,87434	5,20483	0,0070922
142	20164	2863288	11,91638	5,21710	0,0070423
143	20449	2924207	11,95826	5,22932	0,0069930
144	20736	2985984	12,00000	5,24148	0,0069444
145	21025	3048625	12,04159	5,25359	0,0068966
146	21316	3112136	12,08305	5,26564	0,0068493
147	21609	3176523	12,12436	5,27763	0,0068027
148	21904	3241792	12,16553	5,28957	0,0067568
149	22201	3307949	12,20656	5,30146	0,0067114
150	22500	3375000	12,24745	5,31329	0,0066667
151	22801	3442951	12,28821	5,32507	0,0066225
152	23104	3511808	12,32883	5,33680	0,0065789
153	23409	3581577	12,36932	5,34848	0,0065359
154	23716	3652264	12,40967	5,36011	0,0064935
155	24025	3723875	12,44990	5,37169	0,0064516
156	24336	3796416	12,49000	5,38321	0,0064103
157	24649	3869893	12,52996	5,39469	0,0063694
158	24964	3944312	12,56981	5,40612	0,0063291
159	25281	4019679	12,60952	5,41750	0,0062893

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
160	25600	4096000	12,64911	5,42884	0,006
161	25921	4173281	12,68858	5,44012	0,006
162	26244	4251528	12,72792	5,45136	0,006
163	26569	4330747	12,76715	5,46256	0,006
164	26896	4410944	12,80625	5,47370	0,006
165	27225	4492125	12,84523	5,48481	0,006
166	27556	4574296	12,88410	5,49586	0,006
167	27889	4657463	12,92285	5,50688	0,005
168	28224	4741632	12,96148	5,51785	0,005
169	28561	4826809	13,00000	5,52877	0,005
170	28900	4913000	13,03840	5,53966	0,005
171	29241	5000211	13,07670	5,55050	0,005
172	29584	5088448	13,11488	5,56130	0,0058
173	29929	5177717	13,15295	5,57205	0,0057
174	30276	5268024	13,19091	5,58277	0,0057
175	30625	5359375	13,22876	5,59344	0,0057
176	30976	5451776	13,26650	5,60408	0,0056
177	31329	5545233	13,30413	5,61467	0,0056
173	31684	5639752	13,34165	5,62523	0,0056
179	32041	5735339	13,37909	5,63574	0,0055
180	32400	5832000	13,41641	5,64622	0,0055
181	32761	5929741	13,45362	5,65665	0,0055
182	33124	6028568	13,49074	5,66705	0,0054
183	33489	6128487	13,52775	5,67741	0,0054
184	33856	6229504	13,56466	5,68773	0,0054
185	34225	6331625	13,60147	5,69802	0,0054
186	34596	6434856	13,63818	5,70827	0,0053
187	34969	6539203	13,67479	5,71848	0,0053
188	35344	6644672	13,71131	5,72865	0,00531
189	35721	6751269	13,74773	5,73879	0,0052
190	36100	6859000	13,78405	5,74890	0,0052
191	36481	6967871	13,82028	5,75897	0,0052
192	36864	7077888	13,85641	5,76900	0,0052
193	37249	7189057	13,89244	5,77900	0,0051
194	37636	7301384	13,92839	5,78896	0,00515
195	38025	7414875	13,96424	5,79889	0,00512
196	38416	7529536	14,00000	5,80879	0,00510
197	38809	7645372	14,03567	5,81865	0,00507
198	39204	7762392	14,07125	5,82848	0,00505
199	39601	7880599	14,10674	5,83827	0,00502

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
200	40000	8000000	14,14214	5,84804	0,0050000
201	40401	8120601	14,17745	5,45777	0,0049751
202	40804	8242408	14,21267	5,86747	0,0049505
203	41209	8365427	14,24781	5,87713	0,0049261
204	41616	8489664	14,28286	5,88677	0,0049020
205	42025	8615125	14,31782	5,89637	0,0048781
206	42436	8741816	14,35270	5,90594	0,0048544
207	42849	8869743	14,38749	5,91548	0,0048309
208	43264	8998912	14,42221	5,92499	0,0048077
209	43681	9129329	14,45683	5,93447	0,0047847
210	44100	9261000	14,49138	5,94392	0,0047619
211	44521	9393931	14,52584	5,95334	0,0047393
212	44944	9528128	14,56022	5,96273	0,0047170
213	45369	9663597	14,59452	5,97209	0,0046948
214	45796	9800344	14,62874	5,98142	0,0046729
215	46225	9938375	14,66288	5,99073	0,0046512
216	46656	10077696	14,69694	6,00000	0,0046296
217	47089	10218313	14,73092	6,00925	0,0046083
218	47524	10360232	14,76482	6,01846	0,0045872
219	47961	10503459	14,79865	6,02765	0,0045662
220	48400	10648000	14,83240	6,03681	0,0045455
221	48841	10793861	14,86607	6,04594	0,0045249
222	49284	10941048	14,89966	6,05505	0,0045045
223	49729	11089567	14,93318	6,06413	0,0044843
224	50176	11239424	14,96663	6,07318	0,0044643
225	50625	11390625	15,00000	6,08220	0,0044444
226	51076	11543176	15,03330	6,09120	0,0044248
227	51529	11697083	15,06652	6,10017	0,0044053
228	51984	11852352	15,09967	6,10911	0,0043860
229	52441	12008989	15,13275	6,11803	0,0043668
230	52900	12167000	15,16575	6,12693	0,0043478
231	53361	12326391	15,19868	6,13579	0,0043290
232	53824	12487168	15,23155	6,14463	0,0043103
233	54289	12649337	15,26434	6,15345	0,0042918
234	54756	12812904	15,29706	6,16224	0,0042735
235	55225	12977875	15,32971	6,17101	0,0042553
236	55696	13144256	15,36229	6,17975	0,0042373
237	56169	13312053	15,39480	6,18846	0,0042194
238	56644	13481272	15,42725	6,19715	0,0042017
239	57121	13651919	15,45962	6,20582	0,0041841

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	
240	57600	13824000	15,49193	6,21447	0,004
241	58081	13997521	15,52417	6,22308	0,004
242	58564	14172488	15,55635	6,23168	0,004
243	59049	14348907	15,58846	6,24025	0,004
244	59536	14526784	15,62050	6,24880	0,004
245	60025	14706125	15,65248	6,25732	0,0040
246	60516	14886936	15,68439	6,26583	0,0040
247	61009	15069223	15,71623	6,27431	0,0040
248	61504	15252992	15,74802	6,28276	0,0040
249	62001	15438249	15,77973	6,29119	0,0040
250	62500	15625000	15,81139	6,29961	0,0040
251	63001	15813251	15,84298	6,30799	0,0039
252	63504	16003008	15,87451	6,31636	0,0039
253	64009	16194277	15,90597	6,32470	0,0039
254	64516	16387064	15,93738	6,33303	0,0039
255	65025	16581375	15,96872	6,34133	0,0039
256	65536	16777216	16,00000	6,34960	0,0039
257	66049	16974593	16,03122	6,35786	0,0038
258	66564	17173512	16,06238	6,36610	0,0038
259	67081	17373979	16,09348	6,37431	0,0038
260	67600	17576000	16,12452	6,38250	0,00384
261	68121	17779581	16,15549	6,39068	0,00383
262	68644	17984728	16,18641	6,39883	0,00381
263	69169	18191447	16,21727	6,40696	0,00380
264	69696	18399744	16,24808	6,41507	0,00378
265	70225	18609625	16,27882	6,42316	0,00377
266	70756	18821096	16,30951	6,43123	0,00375
267	71289	19034163	16,34013	6,43928	0,00374
268	71824	19248832	16,37071	6,44731	0,00373
269	72361	19465109	16,40122	6,45531	0,00371
270	72900	19683000	16,43168	6,46330	0,00370
271	73441	19902511	16,46208	6,47127	0,00369
272	73984	20123648	16,49242	6,47922	0,00367
273	74529	20346417	16,52271	6,48715	0,00366
274	75076	20570824	16,55295	6,49507	0,00364
275	75625	20796875	16,58312	6,50296	0,00363
276	76176	21024576	16,61325	6,51083	0,00362
277	76729	21253933	16,64332	6,51868	0,00361
278	77284	21484952	16,67333	6,52652	0,00359
279	77841	21717639	16,70329	6,53434	0,00358

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
280	78400	21952000	16,73320	6,54213	0,0035714
281	78961	22188041	16,76305	6,54991	0,0035587
282	79524	22425768	16,79286	6,55767	0,0035461
283	80089	22665187	16,82260	6,56541	0,0035336
284	80656	22906304	16,85230	6,57314	0,0035211
285	81225	23149125	16,88194	6,58084	0,0035088
286	81796	23393656	16,91153	6,58853	0,0034965
287	82369	23639903	16,94107	6,59620	0,0034843
288	82944	23887872	16,97056	6,60385	0,0034722
289	83521	24137569	17,00000	6,61149	0,0034602
290	84100	24389000	17,02939	6,61911	0,0034483
291	84681	24642171	17,05872	6,62671	0,0034364
292	85264	24897088	17,08801	6,63429	0,0034247
293	85849	25153757	17,11724	6,64185	0,0034130
294	86436	25412184	17,14643	6,64940	0,0034014
295	87025	25672375	17,17556	6,65693	0,0033898
296	87616	25934336	17,20465	6,66444	0,0033784
297	88209	26198073	17,23369	6,67194	0,0033670
298	88804	26463592	17,26268	6,67942	0,0033557
299	89401	26730899	17,29162	6,68688	0,0033445
300	90000	27000000	17,32051	6,69433	0,0033333
301	90601	27270901	17,34935	6,70176	0,0033223
302	91204	27543608	17,37815	6,70917	0,0033113
303	91809	27818127	17,40690	6,71657	0,0033003
304	92416	28094464	17,43560	6,72395	0,0032895
305	93025	28372625	17,46425	6,73132	0,0032787
306	93636	28652616	17,49286	6,73866	0,0032680
307	94249	28934443	17,52142	6,74600	0,0032573
308	94864	29218112	17,54993	6.75331	0,0032468
309	95481	29503629	17,57840	6,76061	0,0032362
310	96100	29791000	17,60682	6,76790	0,0032258
311	96721	30080231	17,63519	6,77517	0,0032154
312	97344	30371328	17,66352	6,78242	0,0032051
313	97969	30664297	17,69181	6,78966	0,0031949
314	98596	30959144	17,72005	6,79688	0,0031847
315	99225	31255875	17,74824	6,80409	0,0031746
316	99856	31554496	17,77639	6,81128	0,0031646
317	100489	31855013	17,80449	6,81846	0,0031546
318	101124	32157432	17,83255	6,82562	0,0031447
319	101761	32461759	17,86057	6,83277	0,0031348

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
320	102400	32768000	17,88854	6,83990	0,0031
321	103041	33076161	17,91647	6,84702	0,0031
322	103684	33386248	17,94436	6,85412	0,0021
323	104329	33698267	17,97220	6,86121	0,00309
324	104976	34012224	18,00000	6,86829	0,00308
325	105625	34328125	18,02776	6,87534	0,00307
326	106276	34645976	18,05547	6,88239	0,00306
327	106929	34965783	18,08314	6,88942	0,00305
328	107584	35287552	18,11077	6,89643	0,00304
329	108241	35611289	18,13836	6,90344	0,00303
330	108900	35937000	18,16590	6,91042	0,00303
331	109561	36264691	18,19341	6,91740	0,00302
332	110224	36594368	18,22087	6,92436	0,00301
333	110889	36926037	18,24829	6,93131	0,00300
334	111556	37259704	18,27567	6,93823	0,00299
335	112225	37595375	18,30301	6,94515	0,00298
336	112896	37933056	18,33030	6.95205	0,00297
337	113569	38272753	18,35756	6,95894	0,00296
338	114244	38614472	18,38478	6,96582	0,00295
339	114921	38958219	18,41195	6,97268	0,00294
340	115600	39304000	18,43909	6,97953	0,002941
341	116281	39651821	18,46619	6,98637	0,002932
342	116964	40001688	18,49324	6,99319	0,002924
343	117649	40353607	18,52026	7,00000	0,002915
344	118336	40707584	18,54724	7,00680	0,002907
345	119025	41063625	18,57418	7,01358	0,002898
346	119716	41421736	18,60108	7,02035	0,002890
347	120409	41781923	18,62794	7,02711	0,002881
348	121104	42144192	18,65476	7,03385	0,002873
349	121801	42508549	18,68154	7,04059	0,002865
350	122500	42875000	18,70829	7,04730	0,002857
351	123201	43243551	18,73499	7,05400	0,002849
352	123904	43614208	18,76166	7,06070	0,002840
353	124609	43986977	18,78829	7,06738	0,002832
354	125316	44361864	18,81489	7,07404	0,002824
355	126025	44738875	18,84144	7,08070	0,002816
356	126736	45118016	18,86796	7,08734	0,002809
357	127449	45499293	18,89444	7,09397	0,002801
358	128164	45882712	18,92089	7,10059	0,002793
359	128881	46268279	18,94730	7,10719	0,002785

Tab. I. Kvadrater, Kuber, Kvadratrødder, Kubikrødder, Reciproktabel.

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
360	129600	46656000	18,97367	7,11379	0,0027778
361	130321	47045881	19,00000	7,12037	0,0027701
362	131044	47437928	19,02630	7,12694	0,0027624
363	131769	47832147	19,05256	7,13349	0,0027548
364	132496	48228544	19,07878	7,14004	0,0027473
365	133225	48627125	19,10497	7,14657	0,0027397
366	133956	49027896	19,13113	7,15309	0,0027322
367	134689	49430863	19,15724	7,15960	0,0027248
368	135424	49836032	19,18333	7,16610	0,0027174
369	136161	50243409	19,20937	7,17258	0,0027100
370	136900	50653000	19,23538	7,17905	0,0027027
371	137641	51064811	19,26136	7,18552	0,0026954
372	138384	51478848	19,28730	7,19197	0,0026882
373	139129	51895117	19,31321	7,19841	0,0026810
374	139876	52313624	19,33908	7,20483	0,0026738
375	140625	52734375	19,36492	7,21125	0,0026667
376	141376	53157376	19,39072	7,21765	0,0026596
377	142129	53582633	19,41649	7,22405	0,0026525
378	142884	54010152	19,44222	7,23643	0,0026455
379	143641	54439939	19,46792	7,23680	0,0026385
380	144400	54872000	19,49359	7,24316	0,0026316
381	145161	55306341	19,51922	7,24950	0,0026247
382	145924	55742968	19,54482	7,25584	0,0026178
383	146689	56181887	19,57039	7,26217	0,0026110
384	147456	56623104	19,59592	7,26848	0,0026042
385	148225	57066625	19,62142	7,27479	0,0025974
386	148996	57512456	19,64688	7,28108	0,0025907
387	149769	57960603	19,67232	7,28736	0,0025840
388	150544	58411072	19,69772	7,29363	0,0025773
389	151321	58863869	19,72308	7,29989	0,0025707
390	152100	59319000	19,74842	7,30614	0,0025641
391	152881	59776471	19,77372	7,31238	0,0025575
392	153664	60236288	19,79899	7,31861	9,0025510
393	154449	60698457	19,82423	7,32483	0,0025445
394	155236	61162984	19,84943	7,33104	0,0025381
395	156025	61629875	19,87461	7,33723	0,0025316
396	156816	62099136	19,89975	7,34342	0,0025253
397	157609	62570773	19,92486	7,34960	0,0025189
398	158404	63044792	19,94994	7,35576	0,0025126
399	159201	63521199	19,97498	7,36192	0,0025063

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
400	160000	64000000	20,00000	7,36806	0,00250
401	160801	64481201	20,02498	7,37420	0,00249
402	161604	64964808	20,04994	7,38032	0,00248
403	162409	65450827	20,07486	7,38644	0,00248
404	163216	65939264	20,09975	7,39254	0,00247
405	164025	66430125	20,12461	7,39864	0,00246
406	164836	66923416	20,14944	7,40472	0,00246
407	165649	67419143	20,17424	7,41080	0,00245
408	166464	67917312	20,19901	7,41686	0,00245
409	167281	68417929	20,22375	7,42291	0,00244
410	168100	68921000	20,24846	7,42896	0,002439
411	168921	69426531	20,27313	7,43499	0,002433
412	169744	69934528	20,29778	7,44102	0,002427
413	170569	70444997	20,32240	7,44703	0,002421
414	171396	70957944	20,34699	7,45304	0,002415
415	172225	71473375	20,37155	7,45904	0,002409
416	173056	71991296	20,39608	7,46502	0,002403
417	173889	72511713	20,42058	7,47100	0,002398
418	174724	73034632	20,44505	7,47697	0,002392
419	175561	73560059	20,46949	7,48292	0,002386
420	176400	74088000	20,49390	7,48887	0,002381
421	177241	74618461	20,51828	7,49481	0,002375
422	178084	75151448	20,54264	7,50074	0,002369
423	178929	75686967	20,56696	7,50666	0,002364
424	179776	76225024	20,59126	7,51257	0,002358
425	180625	76765625	20,61553	7,51847	0,002352
426	181476	77308776	20,63977	7,52437	0,002347
427	182329	77854483	20,66398	7,53025	0,002341
428	183184	78402752	20,68816	7,53612	0,002336
429	184041	78953589	20,71232	7,54199	0,002331
430	184900	79507000	20,73644	7,54784	0,002325
431	185761	80062991	20,76054	7,55369	0,002320
432	186624	80621568	20,78461	7,55953	0,002314
433	187489	81182737	20,80865	7,56535	0,002309
434	188356	81746504	20,83267	7,57117	0,002304
435	189225	82312875	20,85665	7,57698	0,002298
436	190096	82881856	20,88061	7,58279	0,002293
437	190969	83453453	20,90455	7,58858	0,002288
438	191844	84027672	20,92845	7,59436	0,002283
439	192721	84604519	20,95233	7,60014	0,002277

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
440	193600	85184000	20,97618	7,60590	0,0022727
441	194481	85766121	21,00000	7,61166	0,0022676
442	195364	86350888	21,02380	7,61741	0,0022624
443	196249	86938307	21,04757	7,62315	0,0022573
444	197136	87528384	21,07131	7,62888	0,0022523
445	198025	88121125	21,09502	7,63461	0,0022472
446	198916	88716536	21,11871	7,64032	0,0022422
447	199809	89314623	21,14237	7,64603	0,0022371
448	200704	89915392	21,16601	7,65172	0,0022321
449	201601	90518849	21,18962	7,65741	0,0022272
450	202500	91125000	21,21320	7,66309	0,0022222
451	203401	91733851	21,23676	7,66877	0,0022173
452	204304	92345408	21,26029	7,67443	0,0022124
453	205209	92959677	21,28380	7,68009	0,0022075
454	206116	93576664	21,30728	7.68573	0,0022026
455	207025	94196375	21,33073	7,69137	0,0021978
456	207936	94818816	21,35416	7,69700	0,0021930
457	208849	95443993	21,37756	7,70262	0,0021882
458	209764	96071912	21,40093	7,70824	0,0021834
459	210681	96702579	21,42429	7,71384	0,0021786
460	211600	97336000	21,44761	7,71944	0,0021739
461	212521	97972181	21,47091	7,72503	0,0021692
462	213444	98611128	21,49419	7,73061	0,0021645
463	214369	99252847	21,51743	7,73619	0,0021598
464	215296	99897344	21,54066	7,74175	0,0021552
465	216225	100544625	21,56386	7,74731	0,0021505
466	217156	101194696	21,58703	7,75286	0,0021459
467	218089	101847563	21,61018	7,75840	0,0021413
468	219024	102503232	21,63331	7,76394	0,0021368
469	219961	103161709	21,65641	7,76946	0,0021322
470	220900	103823000	21,67948	7,77498	0,0021277
471	221841	104487111	21,70253	7,78049	0,0021231
472	222784	105154048	21,72556	7,78599	0,0021186
473	223729	105823817	21,74856	7,79149	0,0021142
474	224676	106496424	21,77154	7,79697	0,0021097
475	225625	107171875	21,79449	7,80245	0,0021053
476	226576	107850176	21,81742	7,80793	0,0021008
477	227529	108531333	21,84033	7,81339	0,0020965
478	228484	109215352	21,86321	7,81885	0,0020921
479	229441	109902239	21,88607	7,82429	0,0020877

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
480	230400	110592000	21,90890	7,82974	0,0020
481	231361	111284641	21,93171	7,83517	0,0020
482	232324	111980168	21,95450	7,84059	0,0020
483	233289	112678587	21,97726	7,84601	0,0020
484	234256	113379904	22,00000	7,85142	0,0020
485	235225	114084125	22,02272	7,85683	0,0020
486	236196	114791256	22,04541	7,86222	0,0020
487	237169	115501303	22,06808	7,86761	0,0020
488	238144	116214272	22,09072	7,87299	0,0020
499	239121	116930169	22,11334	7,87837	0,0020
490	240100	117649000	22 13594	7.88374	0.0020
491	241081	118370771	22.15852	7,88909	0,0020
492	242064	119095488	22,18107	7,89445	0,0020
493	243049	119823157	22,20360	7,89979	0,0020
494	244036	120553784	22,22611	7,90513	0,0020
495	245025	121287375	22,24860	7,91046	0,0020
496	246016	122023936	22,27106	7,91578	0,0020
497	247009	122763473	22,29350	7,92110	0,0020
498	248004	123505992	22,31591	7,92641	0,0020
499	249001	124251499	22,33831	7,93171	0,0020
500	250000	125000000	22,36068	7,93701	0,0020
501	251001	125751501	22,38303	7,94229	0,0019
502	252004	126506008	22,40536	7,94757	0,0019
503	253009	127263527	22.42766	7,95285	0,0019
504	254016	128024064	22,44994	7,95811	0,0019
505	255025	128787626	22.47221	7,96337	0,0019
506	256036	129554216	22,49444	7,96863	0,0019
507	257049	130323843	22.51666	7,97387	0,0019
508	258064	131096512	22.53886	7,97911	0,0019
509	259081	131872229	22,56103	7,98434	0,0019
510	260100	132651000	22,58318	7,98957	0,0019
511	261121	133432831	22,60531	7,99479	0,0019
512	262144	134217728	22,62742	8,00000	0,0019
513	263169	135005697	22,64950	8,00520	0,0019
514	264196	135796744	22,67157	8,01040	0,0019
515	265225	136590875	22,69361	8,01559	0,0019
516	266256	137388096	22,71563	8,02078	0,0019
517	267289	138188413	22,73763	8,02596	0,0019
518	268324	138991832	22,75961	8,03113	0,0019
519	269361	139798359	22,78157	8.03629	0,0019

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
520	270400	140608000	22,80351	8,04145	0,0019231
521	271441	141420761	22,82542	8,04660	0,0019194
522	272484	142236648	22,84732	8,05175	0,0019157
523	273529	143055667	22,86919	8,05689	0,0019120
524	274576	143877824	22,89105	8,06202	0,0019084
525	275625	144703125	22,91288	8,06714	0,0019048
526	276676	145531576	22,93469	8,07226	0,0019011
527	277729	146363183	22,95648	8,07737	0,0018975
528	278784	147197952	22,97825	8,08248	0,0018939
529	279841	148035889	23,00000	8,08758	0,0018904
530	280900	148877000	23,02173	8,09267	0,0018868
531	281961	149721291	23,04344	8,09776	0,0018832
532	283024	150568768	23,06513	8,10284	0,0018797
533	284089	151419437	23,08679	8,10791	0,0018762
534	285156	152273304	23,10844	8,11298	0,0018727
535	286225	153130375	23,13007	8,11804	0,0018692
536	287296	153990656	23,15167	8,12310	0,0018657
537	288369	154854153	23,17326	8,12814	0,0018622
538	289444	155720872	23,19483	8,13319	0,0018587
539	290521	156590819	23,21637	8,13822	0,0018553
540	291600	157464000	23,23790	8,14325	0,0018519
541	292681	158340421	23,25941	8,14828	0,0018484
542	293764	159220088	23,28089	8,15329	0,0018450
543	294849	160103007	23,30236	8,15831	0,0018416
544	295936	160989184	23,32381	8,16331	0,0018382
545	297025	161878625	23,34524	8,16831	0,0018349
546	298116	162771336	23,36664	8,17330	0,0018315
547	299209	163667323	23,38803	8,17829	0,0018282
548	300304	164566592	23,40940	8,18327	0,0018248
549	301401	165469149	23,43075	8,18824	0,0018215
550	302500	166375000	23,45208	8,19321	0,0018182
551	303601	167284151	23,47339	8,19818	0,0018149
552	304704	168196608	23,49468	8,20313	0,0018116
553	305809	169112377	23,51595	8,20808	0,0018083
554	306916	170031464	23,53720	8,21303	0,0018051
555	308025	170953875	23,55844	8,21797	0,0018018
556	309136	171879616	23,57965	8,22290	0,0017986
557	310249	172808693	23,60085	8,22783	0,0017953
558	311364	173741112	23,62202	8,23275	0,0017921
559	312481	174676879	23,64318	8,23766	0,0017889

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	
560	313600	175616000	23,66432	8,24257	0,0
561	314721	176558481	23,68544	8,24747	0,0
562	315844	177504328	23,70654	8,25237	0,0
563	316969	178453547	23,72762	8,25726	0,0
564	318096	179406144	23,74868	8,26215	0,0
565	319225	180362125	23,76973	8,26703	0,0
566	320356	181321496	23,79075	8,27190	0,0
567	321489	182284263	23,81176	8,27677	0,0
568	322624	183250432	23,83275	8,28163	0,0
569	323761	184220009	23,85372	8,28649	0,00
570	324900	185193000	23,87467	8,29134	0,00
571	326041	186169411	23,89561	8,29619	0,00
572	327184	187149248	23,91652	8,30103	0,00
573	328329	188132517	23,93742	8,30587	0,00
574	329476	189119224	23,95830	8,31069	0,00
575	330625	190109375	23,97916	8,31552	0,001
576	331776	191102976	24,00000	8,32034	0,001
577	332929	192100033	24,02082	8,32515	0,001
578	334084	193100552	24,04163	8,32995	0,001
579	335241	194104539	24,06242	8,33476	0,001
580	336400	195112000	24,08319	8,33955	0,001
581	337561	196122941	24,10394	8,34434	0,001
582	338724	197137368	24,12468	8,34913	0,001
583	339889	198155287	24,14539	8,35390	0,001
584	341056	199176704	24,16609	8,35868	0,001
585	342225	200201625	24,18677	8,36345	0,0017
586	343396	201230056	24,20744	8,36821	0,0017
587	344569	202262003	24,22808	8,37297	0,0017
588	345744	203297472	24,24871	8,37772	0,0017
589	346921	204336469	24,26932	8,38247	0,0016
590	348100	205379000	24,28992	8,38721	0,0016
591	349281	206425071	24,31049	8,39194	0,0016
592	350464	207474688	24,33105	8,39667	9,0016
593	351649	208527857	24,35159	8,40140	0,0016
594	352836	209584584	24,37212	8,40612	0,0016
595	354025	210644875	24,39262	8,41083	0,00168
596	355216	211708736	24,41311	8,41554	0,00167
597	356409	212776173	24,43358	8,42025	0,00167
598	357604	213847192	24,45404	8,42494	0,00167
599	358801	214921799	24,47448	8,42964	0,00166

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
600	360000	216000000	24,49490	8,43433	0,0016667
601	361201	217081801	24,51530	8,43901	0,0016639
602	362404	218167208	24,53569	8,44369	0,0016611
603	363609	219256227	24,55606	8,44836	0,0016584
604	364816	220348864	24,57641	8,45303	0,0016556
605	366025	221445125	24,59675	8,45769	0,0016529
606	367236	222545016	24,61707	8,46235	0,0016502
607	368449	223648543	24,63737	8,46700	0,0016474
608	369664	224755712	24,65766	8,47165	0,0016447
609	370881	225866529	24,67793	8,47629	0,0016420
610	372100	226981000	24,69818	8,48093	0,0016393
611	373321	228099131	24,71841	8,48556	0,0016367
612	374544	229220928	24,73863	8,49018	0,0016340
613	375769	230346397	24,75884	8,49481	0,0016313
614	376996	231475544	24,77902	8,49942	0,0016287
615	378225	232608375	24,79919	8,50404	0,0016260
616	379456	233744896	24,81935	8,50864	0,0016234
617	380689	234885113	24,83948	8,51324	0,0016207
618	381924	236029032	24,85961	8,51784	0,0016181
619	383161	237176659	24,87971	8,52243	0,0016155
620	384400	238328000	24,89980	8,52702	0,0016129
621	385641	239483061	24,91987	8,53160	0,0016103
622	386884	240641848	24,93993	8,53618	0,0016077
623	388129	241804367	24,95997	8,54075	0,0016051
624	389376	242970624	24,97999	8,54532	0,0016026
625	390625	244140625	25,00000	8,54988	0,0016000
626	391876	245314376	25,01999	8,55444	0,0015974
627	393129	246491883	25,03997	8,55899	0,0015949
628	394384	247673152	25,05993	8,56354	0,0015924
629	395641	248858189	25,07987	8,56808	0,0015898
630	396900	250047000	25,09980	8,57262	0,0015873
631	398161	251239591	25,11971	8,57715	0,0015848
632	399424	252435968	25,13961	8,58168	0,0015823
633	400689	253636137	25,15949	8,58622	0,0015798
634	401956	254840104	25,17936	8,59072	0,0015773
635	403225	256047875	25,19921	8,59524	0,0015748
636	404496	257259456	25,21904	8,59975	0,0015723
637	405769	258474853	25,23886	8,60425	0,0015699
638	407044	259694072	25,25866	8,60875	0,0015674
639	408321	260917119	25,27845	8,61325	0,0015649

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	
640	409600	262144000	25,29822	8,61774	0,
641	410881	263374721	25,31798	8,62222	0,
642	412164	264609288	25,33772	8,62671	0,
643	413449	265847707	25,35744	8,63118	0,
644	414736	267089984	25,37716	8,63566	0,
645	416025	268336125	25,39685	8,64012	0,0
646	417316	269586136	25,41653	8,64459	0,0
647	418609	270840023	25,43619	8,64904	0,0
648	419904	272097792	25,45584	8,65350	0,0
649	421201	273359449	25,47548	8,65795	0,0
650	422500	274625000	25,49510	8,66239	0,0
651	423801	275894451	25,51470	8,66683	0,0
652	425104	277167808	25,53429	8,67127	0,0
653	426409	278445077	25,55386	8,67570	0,0
654	427716	279726264	25,57342	8,68012	0,0
655	429025	281011375	25,59297	8,68455	0,00
656	430336	282300416	25,61250	8,68896	0,00
657	431649	283593393	25,63201	8,69338	0,00
658	432964	284890312	25,65151	8,69778	0,00
659	434281	286191179	25,67100	8,70219	0,00
660	435600	287496000	25,69047	8,70659	0,00
661	436921	288804781	25,70992	8,71098	0,00
662	438244	290117528	25,72936	8,71537	0,001
663	439569	291434247	25,74879	8,71976	0,001
664	440896	292754944	25,76820	8,72414	0,001
665	442225	294079625	25,78759	8,72852	0,001
666	443556	295408296	25,80698	8,73289	0,001
667	444889	296740963	25,82634	8,73726	0,001
668	446224	298077632	25,84570	8,74162	0,001
669	447561	299418309	25,86503	8,74598	0,001
670	448900	300763000	25,88436	8,75034	0,001
671	450241	302111711	25,90367	8,75469	0,001
672	451584	303464448	25,92296	8,75904	0,001
673	452929	304821217	25,94224	8,76338	0,001
674	454276	306182024	25,96151	8,76772	0,001
675	455625	307546875	25,98076	8,77205	0,0014
676	456976	308915776	26,00000	8,77638	0,0014
677	458329	310288733	26,01922	8,78071	0,0014
678	459684	311665752	26,03843	8,78503	0,0014
679	461041	313046839	26,05763	8,78935	0,0014

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
680	462400	314432000	26,07681	8,79366	0,0014706
681	433761	315821241	26,09598	8,79797	0,0014684
682	465124	317214568	26,11513	8,80227	0,0014663
683	466489	318611987	26,13427	8,80657	0,0014641
684	467856	320013504	26,15339	8,81087	0,0014620
685	469225	321419125	26,17250	8,81516	0,0014599
686	470596	322828856	26,19160	8,81945	0,0014577
687	471969	324242703	26,21068	8,82373	0,0014556
688	473344	325660672	26,22975	8,82801	0,0014535
689	474721	327082769	26,24881	8,83229	0,0014514
690	476100	328509000	26,26785	8,83656	0,0014493
691	477481	329939371	26,28688	8,84082	0,0014472
692	478864	331373888	26,30589	8,84509	0,0014451
693	480249	332812557	26,32489	8,84934	0,0014430
694	481636	334255384	26,34388	8,85360	0,0014409
695	483025	335702375	26,36285	8,85785	0,0014388
696	484416	337153536	26,38181	8,86210	0,0014368
697	485809	338608873	26,40076	8,86634	0,0014347
698	487204	340068392	26,41969	8,87058	0,0014327
699	488601	341532099	26,43861	8,87481	0,0014306
700	490000	343000000	26,45751	8,87904	0,0014286
701	491401	344472101	26,47640	8,88327	0,0014265
702	492804	345948408	26,49528	8,88749	0,0014245
703	494209	347428927	26,51415	8,89171	0,0014225
704	495616	348913664	26,53300	8,89592	0,0014205
705	497025	350402625	26,55184	8,90013	0,0014184
706	498436	351895816	26,57066	8,90434	0,0014164
707	499849	353393243	26,58947	8,90854	0,0014144
708	501264	354894912	26,60827	8,91274	0,0014124
709	502681	356400829	26,62705	8,91693	0,0014104
710	504100	357911000	26,64583	8,92112	0,0014085
711	505521	359425431	26,66458	8,92531	0,0014065
712	506944	360944128	26,68333	8,92949	0,0014045
713	508369	362467097	26,70206	8,93367	0,0014025
714	509796	363994344	26,72078	8,93784	0,0014006
715	511225	365525875	26,73948	8,94201	0,0013986
716	512656	367061696	26,75818	8,94618	0,0013966
717	514089	368601813	26,77686	8,95034	0,0013947
718	515524	370146232	26,79552	8,95450	0,0013928
719	516961	371694959	26,81418	8,95866	0,0013908

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
720	518400	373248000	26,83282	8,96281	0,001388
721	519841	374805361	26,85144	8,96696	0,001387
722	521284	376367048	26,87006	8,97110	0,001385
723	522729	377933067	26,88866	8,97524	0,001383
724	524176	379503424	26,90725	8,97938	0,001381
725	525625	381078125	26,92582	8,98351	0,001379
726	527076	382657176	26,94439	8,98764	0,001377
727	528529	384240583	26,96294	8,99176	0,001375
728	529984	385828352	26,98148	8,99589	0,001373
729	531441	387420489	27,00000	9,00000	0,001371
730	532900	389017000	27,01851	9,00411	0,001369
731	534361	390617891	27,03701	9,00822	0,001368
732	535824	392223168	27,05550	9,01233	0,001366
733	537289	393832837	27,07397	9,01643	0,001364
734	538756	395446904	27,09243	9,02053	0,001362
735	540225	397065375	27,11088	9,02462	0,001360
736	541696	398688256	27,12932	9,02871	0,001358
737	543169	400315553	27,14771	9,03280	0,001356
738	544644	401947272	27,16616	9,03689	0,001355
739	546121	403583419	27,18455	9,04097	0,001353
740	547600	405224000	27,20291	9,04504	0,001351
741	549081	406869021	27,22132	9,04911	0,001349
742	550564	408518488	27,23968	9,05318	0,001347
743	552049	410172407	27,25803	9,05725	0,001345
744	553536	411830784	27,27636	9,06131	0,001344
745	555025	413493625	27,29469	9,06537	0,001342
746	556516	415160936	27,31300	9,06942	0,001340
747	558009	416832723	27,33130	9,07347	0,001338
748	559504	418508992	27,34959	9,07752	0,001336
749	561001	420189749	27,36786	9,08156	0,001335
750	562500	421875000	27,38613	9,08560	0,001333
751	564001	423564751	27,40438	9,08964	0,001331
752	565504	425259008	27,42262	9,09367	0,001329
753	567009	426957777	27,44085	9,09770	0,001328
754	568516	428661064	27,45906	9,10173	0,001326
755	570025	430368875	27,47726	9,10575	0,001324
756	571536	432081216	27,49545	9,10977	0,001323
757	573049	433798093	27,51363	9,11378	0,001321
758	574564	435519512	27,53180	9,11779	0,001319
759	576081	437245479	27,54995	9,12180	0,001317

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
760	577600	438976000	27,56810	9,12581	0,0013158
761	579121	440711081	27,58623	9,12981	0,0013141
762	580644	442450728	27,60435	9,13380	0,0013123
763	582169	444194947	27,62245	9,13780	0,0013106
764	583696	445943744	27,64055	9,14179	0,0013089
765	585225	447697125	27,65863	9,14577	0,0013072
766	586756	449455096	27,67671	9,14976	0,0013055
767	588289	451217663	27,69476	9,15374	0,0013038
768	589824	452984832	27,71281	9,15771	0,0013021
769	591361	454756609	27,73085	9,16169	0,0013004
770	592900	456533000	27,74887	9,16566	0,0012987
771	594441	458314011	27,76689	9,16962	0,0012970
772	595984	460099648	27,78489	9,17359	0,0012953
773	597529	461889917	27,80288	9,17754	0,0012937
774	599076	463684824	27,82086	9,18150	0,0012920
775	600625	465484375	27,83882	9,18545	0,0012903
776	602176	467288576	27,85678	9,18940	0,0012887
777	603729	469097433	27,87472	9,19335	0,0012870
778	605284	470910952	27,89265	9,19729	0,0012853
779	606841	472729139	27,91057	9,20123	0,0012837
780	608400	474552000	27,92848	9,20516	0,0012821
781	609961	476379541	27,94638	9,20910	0,0012804
782	611524	478211768	27,96426	9,21303	0,0012788
783	613089	480048687	27,98214	9,21695	0,0012771
784	614656	481890304	28,00000	9,22087	0,0012755
785	616225	483736625	28,01785	9,22479	0,0012739
786	617796	485587656	28,03569	9,22871	0,0012723
787	619369	487443403	28,05352	9,23262	0,0012706
788	620944	489303872	28,07134	9,23653	0,0012690
789	622521	491169069	28,08914	9,24043	0,0012674
790	624100	493039000	28,10694	9,24434	0,0012658
791	625681	494913671	28,12472	9,24823	0,0012642
792	627264	496793088	28,14249	9,25213	0,0012626
793	628849	498677257	28,16026	9,25602	0,0012610
794	630436	500566184	28,17801	9,25991	0,0012594
795	632025	502459875	28,19574	9,26380	0,0012579
796	633616	504358336	28,21347	9,26768	0,0012563
797	635209	506261573	28,23119	9,27156	0,0012547
798	636804	508169592	28,24889	9,27544	0,0012531
799	638401	510082399	28,26659	9,27931	0,0012516

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
800	640000	512000000	28,28427	9,28318	0,001250
801	641601	513922401	28,30194	9,28704	0,001248
802	643204	515849608	28,31960	9,29091	0,001246
803	644809	517781627	28,33725	9,29477	0,001245
804	646416	519718464	28,35489	9,29862	0,001243
805	648025	521660125	28,37252	9,30248	0,001242
806	649636	523606616	28,39014	9,30633	0,001240
807	651249	525557943	28,40775	9,31018	0,001239
808	652864	527514112	28,42534	9,31402	0,001237
809	654481	529475129	28,44293	9,31786	0,001236
810	656100	531441000	28,46050	9,32170	0,001234
811	657721	533411731	28,47806	9,32553	0,001233
812	659344	535387328	28,49561	9,32936	0,001231
813	660969	537367797	28,51315	9,33319	0,001230
814	662596	539353144	28,53069	9,33702	0,001228
815	664225	541343375	28,54820	9,34084	0,001227
816	665856	543338496	28,56571	9,34466	0,001225
817	667489	545338513	28,58321	9,34847	0,001224
818	669124	547343432	28,60070	9,35229	0,001222
819	670761	549353259	28,61818	9,35610	0,001221
820	672400	551368000	28,63564	9,35990	0,001219
821	674041	553387661	28,65310	9,36370	0,001218
822	675684	555412248	28,67054	9,36751	0,001216
823	677329	557441767	28,68798	9,37130	0,001215
824	678976	559476224	28,70540	9,37510	0,001213
825	680625	561515625	28,72281	9,37889	0,001212
826	682276	563559976	28,74022	9,38268	0,001210
827	683929	565609283	28,75761	9,38646	0,001209
828	685584	567663552	28,77499	9,39024	0,001207
829	687241	569722789	28,79236	9,39402	0,001206
830	688900	571787000	28,80972	9,39780	0,001204
831	690561	573856191	28,82707	9,40157	0,001203
832	692224	575930368	28,84441	9,40534	0,001201
833	693889	578009537	28,86174	9,40911	0,001200
834	695556	580093704	28,87906	9,41287	0,001199
835	697225	582182875	28,89637	9,41663	0,001197
836	698896	584277056	28,91366	9,42039	0,001196
837	700569	586376253	28,93095	9,42414	0,001194
838	702244	588480472	28,94823	9,42789	0,001193
839	703921	590589719	28,96550	9,43164	0,001191

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
840	705600	592704000	28,98275	9,43538	0,0011905
841	707281	594823321	29,00000	9,43913	0,0011891
842	708964	596947688	29,01724	9,44287	0,0011876
843	710649	599077107	29,03446	9,44661	0,0011862
844	712336	601211584	29,05168	9,45034	0,0011848
845	714025	603351125	29,06888	9,45407	0,0011834
846	715716	605495736	29,08608	9,45780	0,0011820
847	717409	607645423	29,10326	9,46152	0,0011806
848	719104	609800192	29,12044	9,46525	0,0011792
849	720801	611960049	29,13760	9,46897	0,0011779
850	722500	614125000	29,15476	9,47268	0,0011765
851	724201	616295051	29,17190	9,47640	0,0011751
852	725904	618470208	29,18904	9,48011	0,0011737
853	727609	620650477	29,20616	9,48381	0,0011723
854	729316	622835864	29,22328	9,48752	0,0011710
855	731025	625026375	29,24038	9,49122	0,0011696
856	732736	627222016	29,25748	9,49492	0,0011682
857	734449	629422793	29,27456	9,49861	0,0011669
858	736164	631628712	29,29164	9,50231	0,0011655
859	737881	633839779	29,30870	9,50600	0,0011641
860	739600	636056000	29,32576	9,50969	0,0011628
861	741321	638277381	29,34280	9,51337	0,0011614
862	743044	640503928	29,35984	9,51705	0,0011601
863	744769	642735647	29,37686	9,52073	0,0011587
864	746496	644972544	29,39388	9,52441	0,0011574
865	748225	647214625	29,41088	9,52808	0,0011561
866	749956	649461896	29,42788	9,53175	0,0011547
867	751689	651714363	29,44486	9,53542	0,0011534
868	753424	653972032	29,46184	9,53908	0,0011521
869	755161	656234909	29,47881	9,54274	0,0011507
870	756900	658503000	29,49576	9,54640	0,0011494
871	758641	660776311	29,51271	9,55006	0,0011481
872	760384	663054848	29,52965	9,55371	0,0011468
873	762129	665338617	29,54657	9,55736	0,0011455
874	763876	667627624	29,56349	9,56101	0,0011442
875	765625	669921875	29,58040	9,56466	0,0011429
876	767376	672221376	29,59730	9,56830	0,0011416
877	769129	674526133	29,61419	9,57194	0,0011403
878	770884	676836152	29,63106	9,57557	0,0011390
879	772641	679151439	29,64793	9,57921	0,0011377

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
880	774400	681472000	29,66479	9,58284	0,0011364
881	776161	683797841	29,68164	9,58647	0,0011351
882	777924	686128968	29,69848	9,59009	0,0011338
883	779689	688465387	29,71532	9,59372	0,0011325
884	781456	690807104	29,73214	9,59734	0,0011312
885	783225	693154125	29,74895	9,60095	0,0011299
886	784996	695506456	29,76575	9,60457	0,0011287
887	786769	697864103	29,78255	9,60818	0,0011274
888	788544	700227072	29,79933	9,61179	0,0011261
889	790321	702595369	29,81610	9,61540	0,0011249
890	792100	704969000	29,83287	9,61900	0,0011236
891	793881	707347971	29,84962	9,62260	0,0011223
892	795664	709732288	29,86637	9,62620	0,0011211
893	797449	712121957	29,88311	9,62980	0,0011198
894	799236	714516984	29,89983	9,63339	0,0011186
895	801025	716917375	29,91655	9,63698	0,0011173
896	802816	719323136	29,93326	9,64057	0,0011161
897	804609	721734273	29,94996	9,64415	0,0011148
898	806404	724150792	29,96665	9,64774	0,0011136
899	808201	726572699	29,98333	9,65132	0,0011123
900	810000	729000000	30,00000	9,65489	0,0011111
901	811801	731432701	30,01666	9,65847	0,0011099
902	813604	733870808	30,03331	9,66204	0,0011086
903	815409	736314327	30,04996	9,66561	0,0011074
904	817216	738763264	30,06659	9,66918	0,0011062
905	819025	741217625	30,08322	9,67274	0,0011050
906	820836	743677416	30,09983	9,67630	0,0011038
907	822649	746142643	30,11644	9,67986	0,0011025
908	824464	748613312	30,13304	9,68342	0,0011013
909	826281	751089429	30,14963	9,68697	0,0011001
910	828100	753571000	30,16621	9,69052	0,0010989
911	829921	756058031	30,18278	9,69407	0,0010977
912	831744	758550528	30,19934	9,69762	0,0010965
913	833569	761048497	30,21589	9,70116	0,0010953
914	835396	763551944	30,23243	9,70470	0,0010941
915	837225	766060875	30,24897	9,70824	0,0010929
916	839056	768575296	30,26549	9,71177	0,0010917
917	840889	771095213	30,28201	9,71531	0,0010905
918	842724	773620632	30,29851	9,71884	0,0010893
919	844561	776151559	30,31501	9,72236	0,0010881

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
920	846400	778688000	30,33150	9,72589	0,0010870
921	848241	781229961	30,34798	9,72941	0,0010858
922	850084	783777448	30,36445	9,73293	0,0010846
923	851929	786330467	30,38092	9,73645	0,0010834
924	853776	788889024	30,39737	9,73996	0,0010823
925	855625	791453125	30,41381	9,74348	0,0010811
926	857476	794022776	30,43025	9,74699	0,0010799
927	859329	796597983	30,44667	9,75049	0,0010787
928	861184	799178752	30,46309	9,75400	0,0010776
929	863041	801765089	30,47950	9,75750	0,0010764
930	864900	804357000	30,49590	9,76100	0,0010753
931	866761	806954491	30,51229	9,76450	0,0010741
932	868624	809557568	30,52868	9,76799	0,0010730
933	870489	812166237	30,54505	9,77148	0,0010718
934	872356	814780504	30,56141	9,77497	0,0010707
935	874225	817400375	30,57777	9,77846	0,0010695
936	876096	820025856	30,59412	9,78295	0,0010684
937	877969	822656953	30,61046	9,78543	0,0010672
938	879844	825293672	30,62679	9,78891	0,0010661
939	881721	827936019	30,64311	9,79239	0,0010650
940	883600	830584000	30,65942	9,79586	0,0010638
941	885481	833237621	30,67572	9,79933	0,0010627
942	887364	835896888	30,69202	9,80280	0,0010616
943	889249	838561807	30,70831	9,80627	0,0010604
944	891136	841232384	30,72458	9,80974	0,0010593
945	893025	843908625	30,74085	9,81320	0,0010582
946	894916	846590536	30,75711	9,81666	0,0010571
947	896809	849278123	30,77337	9,82012	0,0010560
948	898704	851971392	30,78961	9,82357	0,0010549
949	900601	854670349	30,80584	9,82703	0,0010537
950	902500	857375000	30,82207	9,83048	0,0010526
951	904401	860085351	30,83829	9,83392	0,0010515
952	906304	862801408	30,85450	9,83737	0,0010504
953	908209	865523177	30,87070	9,84081	0,0010493
954	910116	868250664	30,88689	9,84425	0,0010482
955	912025	870983875	30,90307	9,84769	0,0010471
956	913936	873722816	30,91925	9,85113	0,0010460
957	915849	876467493	30,93542	9,85456	0,0010449
958	917764	879217912	30,95158	9,85799	0,0010438
959	919681	881974079	30,96773	9,86142	0,0010428

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{n}$
960	921600	884736000	30,98387	9,86485	0,0010417
961	923521	887503681	31,00000	9,86827	0,0010406
962	925444	890277128	31,01612	9,87169	0,0010395
963	927369	893056347	31,03224	9,87511	0,0010384
964	929296	895841344	31,04835	9,87853	0,0010373
965	931225	898632125	31,06445	9,88195	0,0010363
966	933156	901428696	31,08054	9,88536	0,0010352
967	935089	904231063	31,09662	9,88877	0,0010341
968	937024	907039232	31,11270	9,89217	0,0010331
969	938961	909853209	31,12876	9,89558	0,0010320
970	940900	912673000	31,14482	9,89898	0,0010309
971	942841	915498611	31,16087	9,90238	0,0010299
972	944784	918330048	31,17691	9,90578	0,0010288
973	946729	921167317	31,19295	9,90918	0,0010277
974	948676	924010424	31,20897	9,91257	0,0010267
975	950625	926859375	31,22499	9,91596	0,0010256
976	952576	929714176	31,24100	9,91935	0,0010246
977	954529	932574833	31,25700	9,92274	0,0010235
978	956484	935441352	31,27299	9,92612	0,0010225
979	958441	938313739	31,28898	9,92950	0,0010215
980	960400	941192000	31,30495	9,93288	0,0010204
981	962361	944076141	31,32092	9,93626	0,0010194
982	964324	946966168	31,33688	9,93964	0,0010183
983	966289	949862087	31,35283	9,94301	0,0010173
984	968256	952763904	31,36877	9,94638	0,0010163
985	970225	955671625	31,38471	9,94975	0,0010152
986	972196	958585256	31,40064	9,95311	0,0010142
987	974169	961504803	31,41656	9,95648	0,0010132
988	976144	964430272	31,43247	9,95984	0,0010121
989	978121	967361669	31,44837	9,96320	0,0010111
990	980100	970299000	31,46427	9,96655	0,0010101
991	982081	973242271	31,48015	9,96991	0,0010091
992	984064	976191488	31,49603	9,97326	0,0010081
993	986049	979146657	31,51190	9,97661	0,0010070
994	988036	982107784	31,52777	9,97996	0,0010060
995	990025	985074875	31,54362	9,98331	0,0010050
996	992016	788047936	31,55947	9,98665	0,0010040
997	994009	991026973	31,57531	9,98999	0,0010030
998	996004	994011992	31,59114	9,99333	0,0010020
999	998001	997002999	31,60696	9,99667	0,0010010

Anviisning til Brugen af Logarithmetabellen, Tabel II. (Pag. 31 o. flg.).

Efterfølgende Tabel indeholder femziffrede briggiske Logarithmer uden Charakteristik (Mantisserne) til Tallene fra 1 til 10000. Tallene ere saaledes opførte, at de tre første Ziffre findes i den første verticale Rad og det fjerde Ziffer i den øverste horizontale Rad paa hver Side. Den søgte Logarithmes Mantisse findes da ret til Høire for det givne Tals tre første Ziffre og ret ned for det fjerde Ziffer. Da flere paa hinanden følgende Logarithmer have de to første Decimaler tilfælles, saa ere disse kun opførte i den første verticale Rad, medens de øvrige blot indeholde de tre sidste Decimaler. De to første Decimaler høre til alle ved Siden af og nedenunder staaende treziffrede Tal, med Undtagelse af de, der ere mærkede med Stjerne (*); disse høre til det følgende toziffrede Tal. Man finder saaledes til Tallet 3654 Mantissen 56277 og til Tallet 3635 Mantissen 56050. Bestaar det givne Tal af mindre end fire Ziffre, saa omdanner man det til et firziffret ved Tilføielse af Nuller paa høire Side og opsøger derpaa Mantissen paa den ovenfor viste Maade.

Bestaar Tallet af fem eller sex Ziffre, saa søger man femte og sjette Ziffer i de smaa Tabeller til Høire paa hver Side og i den af disse, der har til Overskrift Differentsen mellem de to Mantisser, mellem hvilke den søgte Mantisse ligger. Det heri til femte Ziffer svarende Tal, og Tiendedelen af det til sjette Ziffer svarende Tal, tillægges den Mantisse, der hører til de fire første Ziffre af Tallet.

Exempel: Til Tallet 374257 hører Mantissen 57317

thi 3742		giver	57310,	Diff. = 12
femte Ziffer	5	-	6	
sjette „	7	-	0,8	
			57317	

Charakteristikken bestemmes nu efter den Regel, at Antallet af Enheder i Charakteristikken skal være 1 mindre end Antallet af hele Ziffre i Tallet. Er Tallet mindre end 1, saa er Charakteristikken negativ og af Størrelse en negativ Enhed for hvert Nul, Tallet begynder med*). T. Exp.

Log. 374,257 = 2,57324
„ 3,74257 = 0,57324
„ 0,374257 = 0,57324—1
„ 0,0374257 = 0,57324—2

Fremgangsmaaden ved Søgningen af Tallet til en given Logarithme er den, at man søger, mellem hvilke to Mantisser i Tabellen den givne Logarithmes Mantisse ligger. Det til den mindste af disse svarende Tal er det

*) Denne negative Charakteristik sættes altid bagefter Mantissen.

søgte Tals fire første Ziffre. T. Exp. den givne Logarithmes Mantisse være 23392, hvilken findes i Tabellen mellem Mantisserne 23376 og 23401, hvis Differents er 25. I den med 25 mærkede Proportionaltabel søges nu Differentsen mellem den nærmest mindste og den givne Mantisse, altsaa 23392 — 23376 = 16. Til den nærmest mindste Differentse 15 findes nu femte Ziffer 6. Videre, 16 — 15 = 1 og 1 × 10 = 10; til Differentsen 10 findes sjette Ziffer 4. Det søgte Tals Ziffre blive altsaa 171364.

Decimalkommaets Plads bestemmes nu af Charakteristikken saaledes, at Antallet af hele Ziffre i Tallet altid er ét mere end Antallet af Enheder i Charakteristikken, eller om denne er negativ saaledes, at Tallet skal have saa mange Nuller foran sig, som der er negative Enheder i Charakteristikken. Altsaa:

Num. Log.		3,23392	= 1713,64
-	„	0,23392	= 1,71364
-	„	0,23392—1	= 0,171364
-	„	0,23392—2	= 0,0171364

o. s. v.

Regler for og Exempler paa Anvendelse af Logarithmer til Udførelse af Multiplicationer, Divisioner, Potentsophøielser og Roduddragninger findes i Afsnittet om Logarithmer § 16.



Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	00 000	043	087	130	173	217	260	383	346	389
101	432	475	518	561	604	647	689	732	775	817
102	860	903	945	988	*030	*072	*115	*157	*199	*242
103	01 284	326	368	410	452	494	536	578	620	662
104	703	745	787	828	870	912	953	995	*036	*078
105	02 119	160	202	243	284	325	366	407	449	490
106	531	572	612	653	694	735	776	816	857	898
107	938	979	*019	*060	*100	*141	*181	*222	*262	*302
108	03 342	383	423	463	503	543	583	623	663	703
109	743	782	822	862	902	941	981	*021	*060	*100
110	04 139	179	218	258	297	336	376	415	454	493
111	532	571	610	650	689	727	766	805	844	883
112	922	961	999	*038	*077	*115	*154	*192	*231	*269
113	05 308	346	385	423	461	500	538	576	614	652
114	690	729	767	805	843	881	918	956	994	*032
115	06 070	108	145	183	221	258	296	333	371	408
116	446	483	521	558	595	633	670	707	744	781
117	819	856	893	930	967	*004	*041	*078	*115	*151
118	07 188	225	262	298	335	372	408	445	482	518
119	555	591	628	664	700	737	773	809	846	882
120	918	954	990	*027	*063	*099	*135	*171	*207	*243
121	08 279	314	350	386	422	458	493	529	565	600
122	636	672	707	743	778	814	849	884	920	955
123	991	*026	*061	*096	*132	*167	*202	*237	*272	*307
124	09 342	377	412	447	482	517	552	587	621	656
125	691	726	760	795	830	864	899	934	968	*003
126	10 037	072	106	140	175	209	243	278	312	346
127	380	415	449	483	517	551	585	619	653	687
128	721	755	789	823	857	890	924	958	992	*025
129	11 059	093	126	160	193	227	261	294	327	361
130	394	428	461	494	528	561	594	628	661	694
131	727	760	793	826	860	893	926	959	992	*024
132	12 057	090	123	156	189	222	254	287	320	352
133	385	418	450	483	516	548	581	613	646	678
134	710	743	775	808	840	872	905	937	969	*001
135	13 033	066	098	130	162	194	226	258	290	322
136	354	386	418	450	481	513	545	577	609	640
137	672	704	735	767	799	830	862	893	925	956
438	988	*019	*051	*082	*114	*145	*176	*208	*239	*270
139	14 301	333	364	395	426	457	489	520	551	582
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Diff.	43	41	39	37	35	33
1	4,3	4,1	3,9	3,7	3,5	3,3
2	8,6	8,2	7,8	7,4	7,0	6,6
3	12,9	12,3	11,7	11,1	10,5	9,9
4	17,2	16,4	15,6	14,8	14,0	13,2
5	21,5	20,5	19,5	18,5	17,5	16,5
6	25,8	24,6	23,4	22,2	21,0	19,8
7	30,1	28,7	27,3	25,9	24,5	23,1
8	34,4	32,8	31,2	29,6	28,0	26,4
9	38,7	36,9	35,1	33,3	31,5	29,7

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
140	14 613	644	675	706	737	768	799	829	860	891
141	922	853	983	*014	*045	*076	*106	*137	*168	*198
142	15 229	259	290	320	351	381	412	442	473	503
143	534	564	594	625	655	685	715	746	776	806
144	836	866	897	927	957	987	*017	*047	*077	*107
145	16 137	167	197	227	256	286	316	346	376	406
146	435	465	495	524	554	584	613	643	673	702
147	732	761	791	820	850	879	909	938	967	997
148	17 026	056	085	114	143	173	202	231	260	289
149	319	348	377	406	435	464	493	522	551	580
150	609	638	667	696	725	754	782	811	840	869
151	898	926	955	984	*013	*041	*070	*099	*127	*156
152	18 184	213	241	270	298	327	355	384	412	441
153	469	498	526	554	583	611	639	667	696	724
154	752	780	808	837	865	893	921	949	977	*005
155	19 033	061	089	117	145	173	201	229	257	285
156	312	340	368	396	424	451	479	507	535	562
157	590	618	645	673	700	728	756	783	811	838
158	866	893	921	948	976	*003	*030	*058	*085	*112
159	20 140	167	194	222	249	276	303	330	358	385
160	412	439	466	493	520	548	575	602	629	656
161	683	710	737	763	790	817	844	871	898	925
162	952	978	*005	*032	*059	*085	*112	*139	*165	*192
163	21 219	245	272	299	325	352	378	405	431	458
164	484	511	537	564	590	617	643	669	696	722
165	748	775	801	827	854	880	906	932	958	985
166	22 011	037	063	089	115	141	167	194	220	246
167	272	298	324	350	376	401	427	453	479	505
168	531	557	583	608	634	660	686	712	737	763
169	789	814	840	866	891	917	943	968	994	*019
170	23 045	070	096	121	147	172	198	223	249	274
171	300	325	350	376	401	426	452	477	502	528
172	553	578	603	629	654	679	704	729	754	779
173	805	830	855	880	905	930	955	980	*005	*030
174	24 055	080	105	130	155	180	204	229	254	279
175	304	329	353	378	403	428	452	477	502	527
176	551	576	601	625	650	674	699	724	748	773
177	797	822	846	871	895	920	944	969	993	*018
178	25 042	066	091	115	139	164	188	212	237	261
179	285	310	334	358	382	406	431	455	479	503
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Diff.

	31	29	28	26	25	24
1	3,1	2,9	2,8	2,6	2,5	2,4
2	6,2	5,8	5,6	5,2	5,0	4,8
3	9,3	8,7	8,4	7,8	7,5	7,2
4	12,4	11,6	11,2	10,4	10,0	9,6
5	15,5	14,5	14,0	13,0	12,5	12,0
6	18,6	17,4	16,8	15,6	15,0	14,4
7	21,7	20,3	19,6	18,2	17,5	16,8
8	24,8	23,2	22,4	20,8	20,0	19,2
9	27,9	26,1	25,2	23,4	22,5	21,6

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
180	25 527	551	575	600	624	648	672	696	720	744	
181	768	792	816	840	864	888	912	935	959	983	
182	26 007	031	055	079	102	126	150	174	198	221	
183	245	269	293	316	340	364	387	411	435	458	
184	482	505	529	553	576	600	623	467	670	694	
185	717	741	764	788	811	834	858	881	905	928	
186	951	975	998	*021	*045	*068	*091	*114	*138	*161	
187	27 184	207	231	254	277	300	323	346	370	393	
188	416	439	462	485	508	531	554	577	600	623	
189	646	669	692	715	738	761	784	807	830	852	
190	875	898	921	944	967	989	*012	*035	*058	*081	
191	28 103	126	149	171	194	217	240	262	285	307	
192	330	353	375	398	421	443	466	488	511	533	
193	556	578	601	623	646	668	691	713	735	758	
194	780	803	825	847	870	892	914	937	959	981	
195	29 003	026	048	070	092	115	137	159	181	203	
196	226	248	270	292	314	336	358	380	403	425	
197	447	469	491	513	535	557	579	601	623	645	
198	667	688	710	732	754	776	798	820	842	863	
199	885	907	929	951	973	994	*016	*038	*060	*081	
200	30 103	125	146	168	190	211	233	255	276	298	
201	320	341	363	384	406	428	449	471	492	514	
202	535	557	578	600	621	643	664	685	707	728	
203	750	771	792	814	835	856	878	899	920	942	
204	963	984	*006	*027	*048	*069	*091	*112	*133	*154	
205	31 175	197	218	239	260	281	302	323	345	366	
206	387	408	429	450	471	492	513	534	555	576	
207	597	618	639	660	681	702	723	744	765	785	
208	806	827	848	869	890	911	931	952	973	994	
209	32 015	035	056	077	098	118	139	160	181	201	
210	222	243	263	284	305	325	346	366	387	408	
211	428	449	469	490	510	531	552	572	593	613	
212	634	654	675	695	715	736	756	777	797	818	
213	838	858	879	899	919	940	960	980	*001	*021	
214	33 041	062	082	102	122	143	163	183	203	224	
215	244	264	284	304	325	345	365	385	405	425	
216	445	465	486	506	526	546	566	586	606	626	
217	646	666	686	706	726	746	766	786	806	826	
218	846	866	885	905	925	945	965	985	*005	*025	
219	34 044	064	084	104	124	143	163	183	203	223	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Diff.

	23
1	2,3
2	4,6
3	6,9
4	9,2
5	11,5
6	13,8
7	16,1
8	18,4
9	20,7

	22
1	2,2
2	4,4
3	6,6
4	8,8
5	11,0
6	13,2
7	15,4
8	17,6
9	19,8

	21
1	2,1
2	4,2
3	6,3
4	8,4
5	10,5
6	12,6
7	14,7
8	16,8
9	18,9

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
220	34 242	262	282	301	321	341	361	380	400	420	20
221	439	459	479	498	518	537	557	577	596	616	1 2,0
222	635	655	674	694	713	733	753	772	792	811	2 4,0
223	830	850	869	889	908	928	947	967	986	*005	3 6,0
224	35 025	044	064	083	102	122	141	160	180	199	4 8,0
225	218	238	257	276	295	315	334	353	372	392	5 10,0
226	411	430	449	468	488	507	526	545	564	583	6 12,0
227	603	622	641	660	679	698	717	736	755	774	7 14,0
228	793	813	832	851	870	889	908	927	946	965	8 16,0
229	984	*003	*021	*040	*059	*078	*097	*116	*135	*154	9 18,0
230	36 173	192	211	229	248	267	286	305	324	342	19
231	361	380	399	418	436	455	474	493	511	530	1 1,9
232	549	568	586	605	624	642	661	680	698	717	2 3,8
233	736	754	773	791	810	829	847	866	884	903	3 5,7
234	922	940	959	977	996	*014	*033	*051	*070	*088	4 7,6
235	37 107	125	144	162	181	199	218	236	254	273	5 9,5
236	291	310	328	346	365	383	401	420	438	457	6 11,4
237	475	493	511	530	548	566	585	603	621	639	7 13,3
238	658	676	694	712	731	749	767	785	803	822	8 15,2
239	840	858	876	894	912	931	949	967	985	*003	9 17,1
240	38 021	039	057	075	093	112	130	148	166	184	18
241	202	220	238	256	274	292	310	328	346	364	1 1,8
242	382	399	417	435	453	471	489	507	525	543	2 3,6
243	561	578	596	614	632	650	668	686	703	721	3 5,4
244	739	757	775	792	810	828	846	863	881	899	4 7,2
245	917	934	952	970	987	*005	*023	*041	*058	*076	5 9,0
246	39 094	111	129	146	164	182	199	217	235	252	6 10,8
247	270	287	305	322	340	358	375	393	410	428	7 12,6
248	445	463	480	498	515	533	550	568	585	602	8 14,4
249	620	637	655	672	690	707	724	742	759	777	9 16,2
250	794	811	829	846	863	881	898	915	933	950	17
251	967	985	*002	*019	*037	*054	*071	*088	*106	*123	1 1,7
252	40 140	157	175	192	209	226	243	261	278	295	2 3,4
253	312	329	346	364	381	398	415	432	449	466	3 5,1
254	483	500	518	535	552	569	586	603	620	637	4 6,8
255	654	671	688	705	722	739	756	773	790	807	5 8,5
256	824	841	858	875	892	909	926	943	960	976	6 10,2
257	993	*010	*027	*044	*061	*078	*095	*111	*128	*145	7 11,9
258	41 162	179	196	212	229	246	263	280	296	313	8 13,6
259	330	347	363	380	397	414	430	447	464	481	9 15,3
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
260	41 497	514	531	547	564	581	597	614	631	647	
261	664	681	697	714	731	747	764	780	797	814	
262	830	847	863	880	896	913	929	946	963	979	
263	996	*012	*029	*045	*062	*078	*095	*111	*127	*144	17
264	42 160	177	193	210	226	243	259	275	292	308	1 1,7; 2 3,4
265	325	341	357	374	390	406	423	439	455	472	3 5,1
266	488	504	521	537	553	570	586	602	619	635	4 6,8; 5 8,5
267	651	667	684	700	716	732	749	765	781	797	6 10,2
268	813	830	846	862	878	894	911	927	943	959	7 11,9; 8 13,6
269	975	991	*008	*024	*040	*056	*072	*088	*104	*120	9 15,3
270	43 136	152	169	185	201	217	233	249	265	281	
271	297	313	329	345	361	377	393	409	425	441	
272	457	473	489	505	521	537	553	569	584	600	16
273	616	632	648	664	680	696	712	727	743	759	1 1,6; 2 3,2
274	775	791	807	823	838	854	870	886	902	917	3 4,8
275	933	949	965	981	996	*012	*028	*044	*059	*075	4 6,4; 5 8,0
276	44 091	107	122	138	154	170	185	201	217	232	6 9,6
277	248	264	279	295	311	326	342	358	373	389	7 11,2
278	404	420	436	451	467	483	498	514	529	545	8 12,8; 9 14,4
279	560	576	592	607	623	638	654	669	685	700	
280	716	731	747	762	778	793	809	824	840	855	
281	871	886	902	917	932	948	963	979	994	*010	15
282	45 025	040	056	071	086	102	117	133	148	163	1 1,5
283	179	194	209	225	240	255	271	286	301	317	2 3,0
284	332	347	362	378	393	408	423	439	454	469	3 4,5; 4 6,0
285	484	500	515	530	545	561	576	591	606	621	5 7,5; 6 9,0
286	637	652	667	682	697	712	728	743	758	773	7 10,5
287	788	803	818	834	849	864	879	894	909	924	8 12,0; 9 13,5
288	939	954	969	984	*000	*015	*030	*045	*060	*075	
289	46 090	105	120	135	150	165	180	195	210	225	
290	240	255	270	285	300	315	330	345	359	374	14
291	389	404	419	434	449	464	479	494	509	523	1 1,4
292	538	553	568	583	598	613	627	642	657	672	2 2,8; 3 4,2
293	687	702	716	731	746	761	776	790	805	820	4 5,6
294	835	850	864	879	894	909	923	938	953	967	5 7,0; 6 8,4
295	982	997	*012	*026	*041	*056	*070	*085	*100	*114	7 9,8
296	47 129	144	159	173	188	202	217	232	246	261	8 11,2; 9 12,6
297	276	290	305	319	334	349	363	378	392	407	
298	422	436	451	465	480	494	509	524	538	553	
299	567	582	596	611	625	640	654	669	683	698	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
300	47 712	727	741	756	770	784	799	813	828	842	
301	857	871	885	900	914	929	943	958	972	986	
302	48 001	015	029	044	058	073	087	101	116	130	
303	144	159	173	187	202	216	230	244	259	273	
304	287	302	316	330	344	359	373	387	401	416	15
305	430	444	458	473	487	501	515	530	544	558	1 1,5
306	572	586	601	615	629	643	657	671	686	700	2 3,0 3 4,5
307	714	728	742	756	770	785	799	813	827	841	4 6,0 5 7,5
308	855	869	883	897	911	926	940	954	968	982	6 9,0
309	996	*010	*024	*038	*052	*066	*080	*094	*108	*122	7 10,5 8 12,0 9 13,5
310	49 136	150	164	178	192	206	220	234	248	262	
311	276	290	304	318	332	346	360	374	388	402	
312	415	429	443	457	471	485	499	513	527	541	
313	554	568	582	596	610	624	638	651	665	679	
314	693	707	721	734	748	762	776	790	803	817	
315	831	845	859	872	886	900	914	927	941	955	
316	969	982	996	*010	*024	*037	*051	*065	*079	*092	14
317	50 106	120	133	147	161	174	188	202	215	229	1 1,4
318	243	256	270	284	297	311	325	338	352	365	2 2,8
319	379	393	406	420	433	447	461	474	488	501	3 4,2 4 5,6 5 7,0 6 8,4
320	515	529	542	556	569	583	596	610	623	637	7 9,8 8 11,2
321	651	664	678	691	705	718	732	745	759	772	9 12,6
322	786	799	813	826	840	853	866	880	893	907	
323	920	934	947	961	974	987	*001	*014	*028	*041	
324	51 055	068	081	095	108	121	135	148	162	175	
325	188	202	215	228	242	255	268	282	295	308	
326	322	335	348	362	375	388	402	415	428	441	
327	455	468	481	495	508	521	534	548	561	574	
328	587	601	614	627	640	654	667	680	693	706	
329	720	733	746	759	772	786	799	812	825	838	13 1 1,3 2 2,6 3 3,9
330	851	865	878	891	904	917	930	943	957	970	4 5,2
331	983	996	*009	*022	*035	*048	*061	*075	*088	*101	5 6,5
332	52 114	127	140	153	166	179	192	205	218	231	6 7,8 7 9,1
333	244	257	270	284	297	310	323	336	349	362	8 10,4
334	375	388	401	414	427	440	453	466	479	492	9 11,7
335	504	517	530	543	556	569	582	595	608	621	
336	634	647	660	673	686	699	711	724	737	750	
337	763	776	789	802	815	827	840	853	866	879	
338	892	905	917	930	943	956	969	982	994	*007	
339	53 020	033	046	058	071	084	097	110	122	135	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
340	53 148	161	173	186	199	212	224	237	250	263
341	275	288	301	314	326	339	352	364	377	390
342	403	415	428	441	453	466	479	491	504	517
343	529	542	555	567	580	593	605	618	631	643
344	656	668	681	694	706	719	732	744	757	769
345	782	794	807	820	832	845	857	870	882	895
346	908	920	933	945	958	970	983	995	*008	*020
347	54 033	045	058	070	083	095	108	120	133	145
348	158	170	183	195	208	220	233	245	258	270
349	283	295	307	320	332	345	357	370	382	394
350	407	419	432	444	456	469	481	494	506	518
351	531	543	555	568	580	593	605	617	630	642
352	654	667	679	691	704	716	728	741	753	765
353	777	790	802	814	827	839	851	864	876	888
354	900	913	925	937	949	962	974	986	998	*011
355	55 023	035	047	060	072	084	096	108	121	133
356	145	157	169	182	194	206	218	230	242	255
357	267	279	291	303	315	328	340	352	364	376
358	388	400	413	425	437	449	461	473	485	497
359	509	522	534	546	558	570	582	594	606	618
360	630	642	654	666	678	691	703	715	727	739
361	751	763	775	787	799	811	823	835	847	859
362	871	883	895	907	919	931	943	955	967	979
363	991	*003	*015	*027	*038	*050	*062	*074	*086	*098
364	56 110	122	134	146	158	170	182	194	205	217
365	229	241	253	265	277	289	301	312	324	336
366	348	360	372	384	396	407	419	431	443	455
367	467	478	490	502	514	526	538	549	561	573
368	585	597	608	620	632	644	656	667	679	691
369	703	714	726	738	750	761	773	785	797	808
370	820	832	844	855	867	879	891	902	914	926
371	937	949	961	972	984	996	*008	*019	*031	*043
372	57 054	066	078	089	101	113	124	136	148	159
373	171	183	194	206	217	229	241	252	264	276
374	287	299	310	322	334	345	357	368	380	392
375	403	415	426	438	449	461	473	484	496	507
376	519	530	542	553	565	576	588	600	611	623
377	634	646	657	669	680	692	703	715	726	738
378	749	761	772	784	795	807	818	830	841	852
379	864	875	887	898	910	921	933	944	955	967
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Diff.

	13	12	11
1	1,3	1,2	1,1
2	2,6	2,4	2,2
3	3,9	3,6	3,3
4	5,2	4,8	4,4
5	6,5	6,9	5,5
6	7,8	7,2	6,6
7	9,1	8,4	7,7
8	10,4	9,6	8,8
9	11,7	10,8	9,9

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
380	57 978	990	*001	*013	*024	*035	*047	*058	*070	*081
381	58 092	104	115	127	138	149	161	172	184	195
382	206	218	229	240	252	263	274	286	297	309
383	320	331	343	354	365	377	388	399	410	422
384	433	444	456	467	478	490	501	512	524	535
385	546	557	569	580	591	602	614	625	636	647
386	659	670	681	692	704	715	726	737	749	760
387	771	782	794	805	816	827	838	850	861	872
388	883	894	906	917	928	939	950	961	973	984
389	995	*006	*017	*028	*040	*051	*062	*073	*084	*095
390	59 106	118	129	140	151	162	173	184	195	207
391	218	229	240	251	262	273	284	295	306	318
392	329	340	351	362	373	384	395	406	417	428
393	439	450	461	472	483	494	506	517	528	539
394	550	561	572	583	594	605	616	627	638	649
395	660	671	682	693	704	715	726	737	748	759
396	770	780	791	802	813	824	835	846	857	868
397	879	890	901	912	923	934	945	956	966	977
398	988	999	*010	*021	*032	*043	*054	*065	*076	*086
399	60 097	108	119	130	141	152	163	173	184	195
400	206	217	228	239	249	260	271	282	293	304
401	314	325	336	347	358	369	379	390	401	412
402	423	433	444	455	466	477	487	498	509	520
403	531	541	552	563	574	584	595	606	617	627
404	638	649	660	670	681	692	703	713	724	735
405	746	756	767	778	788	799	810	821	831	842
406	853	863	874	885	895	906	917	927	938	949
407	959	970	981	991	*002	*013	*023	*034	*045	*055
408	61 066	077	087	098	109	119	130	140	151	162
409	172	183	194	204	215	225	236	247	257	268
410	278	289	300	310	321	331	342	352	363	374
411	384	395	405	416	426	437	448	458	469	479
412	490	500	511	521	532	542	553	563	574	584
413	595	606	616	627	637	648	658	669	679	690
414	700	711	721	731	742	752	763	773	784	794
415	805	815	826	836	847	857	868	878	888	899
416	909	920	930	941	951	962	972	982	993	*003
417	62 014	024	034	045	055	066	076	086	097	107
418	118	128	138	149	159	170	180	190	201	211
419	221	232	242	252	263	273	284	294	304	315
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Diff.

	11
1	1,1
2	2,2
3	3,3
4	4,4
5	5,5
6	6.6
7	7,7
8	8,8
9	9,9

	10
1	1,0
2	2,0
3	3,0
4	4,0
5	5.0
6	6,0
7	7,0
8	8,0
9	9,0

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
420	62 325	335	346	356	366	377	387	397	408	418	
421	428	439	449	459	469	480	490	500	511	521	
422	531	542	552	562	572	583	593	603	613	624	
423	634	644	655	665	675	685	696	706	716	726	
424	737	747	757	767	778	788	798	808	818	829	
425	839	849	859	870	880	890	900	910	921	931	
426	941	951	961	972	982	992	*002	*012	*022	*033	
427	63 043	053	063	073	083	094	104	114	124	134	
428	144	155	165	175	185	195	205	215	225	236	
429	246	256	266	276	286	296	306	317	327	337	
430	347	357	367	377	387	397	407	417	428	438	
431	448	458	468	478	488	498	508	518	528	538	
432	548	558	568	579	589	599	609	619	629	639	
433	649	659	669	679	689	699	709	719	729	739	
434	749	759	769	779	789	799	809	819	829	839	
435	849	859	869	879	889	899	909	919	929	939	
436	949	959	969	979	988	998	*008	*018	*028	*038	
437	64 048	058	068	078	088	098	108	118	128	137	
438	147	157	167	177	187	197	207	217	227	237	
439	246	256	266	276	286	296	306	316	326	335	
440	345	355	365	375	385	395	404	414	424	434	
441	444	454	464	473	483	493	503	513	523	532	
442	542	552	562	572	582	591	601	611	621	631	
443	640	650	660	670	680	689	699	709	719	729	
444	738	748	758	768	777	787	797	807	816	826	
445	836	846	856	865	875	885	895	904	914	924	
446	933	943	953	963	972	982	992	*002	*011	*021	
447	65 031	040	050	060	070	079	089	099	108	118	
448	128	137	147	157	167	176	186	196	205	215	
449	225	234	244	254	263	273	283	292	302	312	
450	321	331	341	350	360	369	379	389	398	408	
451	418	427	437	447	456	466	475	485	495	504	
452	514	523	533	543	552	562	571	581	591	600	
453	610	619	629	639	648	658	667	677	686	696	
454	706	715	725	734	744	753	763	772	782	792	
455	801	811	820	830	839	849	858	868	877	887	
456	896	906	916	925	935	944	954	963	973	982	
457	992	*001	*011	*020	*030	*039	*049	*058	*068	*077	
458	66 087	096	106	115	124	134	143	153	162	172	
459	181	191	200	210	219	229	238	247	257	266	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Diff.

	10
1	1,0
2	2,0
3	3,0
4	4,0
5	5,0
6	6,0
7	7,0
8	8,0
9	9,0

	9
1	0,9
2	1,8
3	2,7
4	3,6
5	4,5
6	5,4
7	6,3
8	7,2
9	8,1

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
460	66 276	285	295	304	314	323	332	342	351	361	
461	370	380	389	398	408	417	427	436	445	455	
462	464	474	483	492	502	511	521	530	539	549	
463	558	567	577	586	596	605	614	624	633	642	
464	652	661	671	680	689	699	708	717	727	736	
465	745	755	764	773	783	792	801	811	820	829	
466	839	848	857	867	876	885	894	904	913	922	
467	932	941	950	960	969	978	987	997	*006	*015	
468	67 025	034	043	052	062	071	080	089	099	108	
469	117	127	136	145	154	164	173	182	191	201	
470	210	219	228	237	247	256	265	274	284	293	
471	302	311	321	330	339	348	357	367	376	385	
472	394	403	413	422	431	440	449	459	468	477	
473	486	495	504	514	523	532	541	550	560	569	
474	578	587	596	605	614	624	633	642	651	660	
475	669	679	688	697	706	715	724	733	742	752	
476	761	770	779	788	797	806	815	825	834	843	
477	852	861	870	879	888	897	906	916	925	934	
478	943	952	961	970	979	988	997	*006	*015	*024	
479	68 034	043	052	061	070	079	088	097	106	115	
480	124	133	142	151	160	169	178	187	196	205	
481	215	224	233	242	251	260	269	278	287	296	
482	305	314	323	332	341	350	359	368	377	386	
483	395	404	413	422	431	440	449	458	467	476	
484	485	494	502	511	520	529	538	547	556	565	
485	574	583	592	601	610	619	628	637	646	655	
486	664	673	681	690	699	708	717	726	735	744	
487	753	762	771	780	789	797	806	815	824	833	
488	842	851	860	869	878	886	895	904	913	922	
489	931	940	949	958	966	975	984	993	*002	*011	
490	69 020	028	037	046	055	064	073	082	090	099	
491	108	117	126	135	144	152	161	170	179	188	
492	197	205	214	223	232	241	249	258	267	276	
493	285	294	302	311	320	329	338	346	355	364	
494	373	381	390	399	408	417	425	434	443	452	
495	461	469	478	487	496	504	513	522	531	539	
496	548	557	566	574	583	592	601	609	618	627	
497	636	644	653	662	671	679	688	697	705	714	
498	723	732	740	749	758	767	775	784	793	801	
499	810	819	827	836	845	854	862	871	880	888	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

	9
1	0,9
2	1,8
3	2,7
4	3,6
5	4,5
6	5,4
7	6,3
8	7,2
9	8,1

	8
1	0,8
2	1,6
3	2,4
4	3,2
5	4,0
6	4,8
7	5,6
8	6,4
9	7,2

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
500	69 897	906	914	923	932	940	949	958	966	975	
501	984	992	*001	*010	*018	*027	*036	*044	*053	*062	
502	70 070	079	088	096	105	114	122	131	140	148	
503	157	165	174	183	191	200	209	217	226	234	
504	243	252	260	269	278	286	295	303	312	321	
505	329	338	346	355	364	372	381	389	398	406	9
506	415	424	432	441	449	458	467	475	484	492	1 0,0
507	501	509	518	526	535	544	552	561	569	578	2 1,8
508	586	595	603	612	621	629	638	646	655	663	3 2,7
509	672	680	689	697	706	714	723	731	740	749	4 3,6 5 4,5 6 5,4 7 6,3 8 7,2
510	757	766	774	783	791	800	808	817	825	834	9 8,1
511	842	851	859	868	876	885	893	902	910	919	
512	927	935	944	952	961	969	978	986	995	*003	
513	71 012	020	029	037	046	054	063	071	079	088	
514	096	105	113	122	130	139	147	155	164	172	
515	181	189	198	206	214	223	231	240	248	257	
516	265	273	282	290	299	307	315	324	332	341	
517	349	357	366	374	383	391	399	408	416	425	
518	433	441	450	458	466	475	483	492	500	508	
519	517	525	533	542	550	559	567	575	584	592	
520	600	609	617	625	634	642	650	659	667	675	
521	684	692	700	709	717	725	734	742	750	759	
522	767	775	784	792	800	809	817	825	834	842	
523	850	858	867	875	883	892	900	908	917	925	
524	933	941	950	958	966	975	983	991	999	*008	
525	72 016	024	032	041	049	057	066	074	082	090	
526	099	107	115	123	132	140	148	156	165	173	
527	181	189	198	206	214	222	230	239	247	255	
528	263	272	280	288	296	304	313	321	329	337	
529	346	354	362	370	378	387	395	403	411	419	8 1 0,8 2 1,6 3 2,4
530	428	436	444	452	460	469	477	485	493	501	4 3,2
531	509	518	526	534	542	550	558	567	575	583	5 4,0
532	591	599	607	616	624	632	640	648	656	665	6 4,8
533	673	681	689	697	705	713	722	730	738	746	7 5,6
534	754	762	770	779	787	795	803	811	819	827	8 6,4 9 7,2
535	835	843	852	860	868	876	884	892	900	908	
536	916	925	933	941	949	957	965	973	981	989	
537	997	*006	*014	*022	*030	*038	*046	*054	*062	*070	
538	73 078	086	094	102	111	119	127	135	143	151	
539	159	167	175	183	191	199	207	215	223	231	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
540	73 239	247	255	263	272	280	288	296	304	312	
541	320	328	336	344	352	360	368	376	384	392	
542	400	408	416	424	432	440	448	456	464	472	
543	480	488	496	504	512	520	528	536	544	552	
544	560	568	576	584	992	600	608	616	624	632	
545	640	648	656	664	672	679	687	695	703	711	
546	719	727	735	743	751	759	767	775	783	791	
547	799	807	815	823	830	838	846	854	862	870	
548	878	886	894	902	910	918	926	933	941	949	
549	957	965	973	981	989	997	*005	*013	*020	*028	
550	74 036	044	052	060	068	076	084	092	099	107	
551	115	123	131	139	147	155	162	170	178	186	
552	194	202	210	218	225	233	241	249	257	265	
553	273	280	288	296	304	312	320	327	335	343	
554	351	359	367	374	382	390	398	406	414	421	
555	429	437	445	453	461	468	476	484	492	500	
556	507	515	523	531	539	547	554	562	570	578	
557	586	593	601	609	617	624	632	640	648	656	
558	663	671	679	687	695	702	710	718	726	733	
559	741	749	757	764	772	780	788	796	803	811	
560	819	827	834	842	850	858	865	873	881	889	
561	896	904	912	920	927	935	943	950	958	966	
562	974	981	989	997	*005	*012	*020	*028	*035	*043	
563	75 051	059	066	074	082	089	097	105	113	120	
564	128	136	143	151	159	166	174	182	189	197	
565	205	213	220	228	236	243	251	259	266	274	
566	282	289	297	305	312	320	328	335	343	351	
567	358	366	374	381	389	397	404	412	420	427	
568	435	442	450	458	465	473	481	488	496	504	
569	511	519	526	535	542	549	557	565	572	580	
570	587	595	603	610	618	626	633	641	648	656	
571	664	671	679	686	694	702	709	717	724	732	
572	740	747	755	762	770	778	785	793	800	808	
573	815	823	831	838	846	853	861	868	876	884	
574	891	899	906	914	921	929	937	944	952	959	
575	967	974	982	989	997	*005	*012	*020	*027	*035	
576	76 042	050	057	065	072	080	087	095	103	110	
577	118	125	133	140	148	155	163	170	178	185	
578	193	200	208	215	223	230	238	245	253	260	
579	268	275	283	290	298	305	313	320	328	335	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

	8
1	0,8
2	1,6
3	2,4
4	3,2
5	4,0
6	4,8
7	5,6
8	6,4
9	7,2

	7
1	0,7
2	1,4
3	2,1
4	2,8
5	3,5
6	4,2
7	4,9
8	5,6
9	6,3

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
580	76 343	350	358	365	373	380	388	395	403	410	
581	418	425	433	440	448	455	462	470	477	485	
582	492	500	507	515	522	530	537	545	552	559	
583	567	574	582	589	597	604	612	619	626	634	
584	641	649	656	664	671	678	686	693	701	708	
585	716	723	730	738	745	753	760	768	775	782	8
586	790	797	805	812	819	827	834	842	849	856	1 0,8
587	864	871	879	886	893	901	908	916	923	930	2 1,6
588	938	945	953	960	967	975	982	989	997	*004	3 2,4
589	77 012	019	026	034	041	048	056	063	070	078	4 3,2
											5 4,0
											6 4,8
											7 5,6
											8 6,4
590	085	093	100	107	115	122	129	137	144	151	9 7,2
591	159	166	173	181	188	195	203	210	217	225	
592	232	240	247	254	262	269	276	283	291	298	
593	305	313	320	327	335	342	349	357	364	371	
594	379	386	393	401	408	415	422	430	437	444	
595	452	459	466	474	481	488	495	503	510	517	
596	525	532	539	546	554	561	568	576	583	590	
597	597	605	612	619	627	634	641	648	656	663	
598	670	677	685	692	699	706	714	721	728	735	
599	743	750	757	764	772	779	786	793	801	808	
600	815	822	830	837	844	851	859	866	873	880	
601	887	895	902	909	916	924	931	938	945	952	
602	960	967	974	981	988	996	*003	*010	*017	*025	
603	78 032	039	046	053	061	068	075	082	089	097	
604	104	111	118	125	132	140	147	154	161	168	
605	176	183	190	197	204	211	219	226	233	240	
606	247	254	262	269	276	283	290	297	305	312	
607	319	326	333	340	347	355	362	369	376	383	
608	390	398	405	412	419	426	433	440	447	455	
609	462	469	476	483	490	497	504	512	519	526	7
											1 0,7
											2 1,4
											3 2,1
610	533	540	547	554	561	569	576	583	590	597	4 2,8
611	604	611	618	625	633	640	647	654	661	668	5 3,5
612	675	682	689	696	704	711	718	725	732	739	6 4,2
613	746	753	760	767	774	781	789	796	803	810	7 4,9
614	817	824	831	838	845	852	859	866	873	880	8 5,6
											9 6,3
615	888	895	902	909	916	923	930	937	944	951	
616	958	965	972	979	986	993	*000	*007	*014	*021	
617	79 029	036	043	050	057	064	071	078	085	092	
618	099	106	113	120	127	134	141	148	155	162	
619	169	176	183	190	197	204	211	218	225	232	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
620	79 239	246	253	260	267	274	281	288	295	302	
621	309	316	323	330	337	344	351	358	365	372	
622	379	386	393	400	407	414	421	428	435	442	
623	449	456	463	470	477	484	491	498	505	511	
624	518	525	532	539	546	553	560	567	574	581	
625	588	595	602	609	616	623	630	637	644	650	7
626	657	664	671	678	685	692	699	706	713	720	1 | 0,7
627	727	734	741	748	754	761	768	775	782	789	2 | 1,4
628	796	803	810	817	824	831	837	844	851	858	3 | 2,1
629	865	872	879	886	893	900	906	913	920	927	4 | 2,8
											5 | 3,5
											6 | 4,2
											7 | 4,9
											8 | 5,6
630	934	941	948	955	962	969	975	982	989	996	9 | 6,3
631	80 003	010	017	024	030	037	044	051	058	065	
632	072	079	085	092	099	106	113	120	127	134	
633	140	147	154	161	168	175	182	188	195	202	
634	209	216	223	229	236	243	250	257	264	271	
635	277	284	291	298	305	312	318	325	332	339	
636	346	353	359	366	373	380	387	393	400	407	
637	414	421	428	434	441	448	455	462	468	475	
638	482	489	496	502	509	516	523	530	536	543	
639	550	557	564	570	577	584	591	598	604	611	
640	618	625	632	638	645	652	659	665	672	679	
641	686	693	699	706	713	720	726	733	740	747	
642	754	760	767	774	781	787	794	801	808	814	
643	821	828	835	841	848	855	862	868	875	882	
644	889	895	902	909	916	922	929	936	943	949	
645	956	963	969	976	983	990	996	*003	*010	*017	
646	81 023	030	037	043	050	057	064	070	077	084	
647	090	097	104	111	117	124	131	137	144	151	
648	158	164	171	178	184	191	198	204	211	218	
649	224	231	238	245	251	258	265	271	278	285	
											6
											1 | 0,6
											2 | 1,2
650	291	298	305	311	318	325	331	338	345	351	3 | 1,8
651	358	365	371	378	385	391	398	405	411	418	4 | 2,4
652	425	431	438	445	451	458	465	471	478	485	5 | 3,0
653	491	498	505	511	518	525	531	538	544	551	6 | 3,6
654	558	564	571	578	584	591	598	604	611	617	7 | 4,2
											8 | 4,8
											9 | 5,4
655	624	631	637	644	651	657	664	671	677	684	
656	690	697	704	710	717	723	730	737	743	750	
657	757	763	770	776	783	790	796	803	809	816	
658	823	829	836	842	849	856	862	869	875	882	
659	889	895	902	908	915	921	928	935	941	948	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
660	81 954	961	968	974	981	987	994	*000	*007	*014	
661	82 020	027	033	040	046	053	060	066	073	079	
662	086	092	099	105	112	119	125	132	138	145	
663	151	158	164	171	178	184	191	197	204	210	
664	217	223	230	236	243	249	256	263	269	276	
665	282	289	295	302	308	315	321	328	334	341	7 1 0,7 2 1,4 3 2,1 4 2,8 5 3,5 6 4,2 7 4,9 8 5,6 9 6,3
666	347	354	360	367	373	380	387	393	400	406	
667	413	419	426	432	439	445	452	458	465	471	
668	478	484	491	497	504	510	517	523	530	536	
669	543	549	556	562	569	575	582	588	595	601	
670	607	614	620	627	633	640	646	653	659	666	
671	672	679	685	692	698	705	711	718	724	730	
672	737	743	750	756	763	769	776	782	789	795	
673	802	808	814	821	827	834	840	847	853	860	
674	866	872	879	885	892	898	905	911	918	924	
675	930	937	943	950	956	963	969	975	982	988	
676	995	*001	*008	*014	*020	*027	*033	*040	*046	*052	
677	83 059	065	072	078	085	091	097	104	110	117	
678	123	129	136	142	149	155	161	168	174	181	
679	187	193	200	206	213	219	225	232	238	245	
680	251	257	264	270	276	283	289	296	302	308	
681	315	321	327	334	340	347	353	359	366	372	
682	378	385	391	398	404	410	417	423	429	436	
683	442	448	455	461	467	474	480	487	493	499	
684	506	512	518	525	531	537	544	550	556	563	
685	569	575	582	588	594	601	607	613	620	626	
686	632	639	645	651	658	664	670	677	683	689	
687	696	702	708	715	721	727	734	740	746	753	
688	759	765	771	778	784	790	797	803	809	816	
689	822	828	835	841	847	853	860	866	872	879	6 1 0,6 2 1,2 3 1,8 4 2,4 5 3,0 6 3,6 7 4,2 8 4,8 9 5,4
690	885	891	897	904	910	916	923	929	935	942	
691	948	954	960	967	973	979	985	992	998	*004	
692	84 011	017	023	029	036	042	048	055	061	067	
693	073	080	086	092	098	105	111	117	123	130	
694	136	142	148	155	161	167	173	180	186	192	
695	198	205	211	217	223	230	236	242	248	255	
696	261	267	273	280	286	292	298	305	311	317	
697	323	330	336	342	348	354	361	367	373	379	
698	386	392	398	404	410	417	423	429	435	442	
699	448	454	460	466	473	479	485	491	497	504	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
700	84 510	516	522	528	535	541	547	553	559	566	
701	572	578	584	590	597	603	609	615	621	628	
702	634	640	646	652	658	665	671	677	683	689	
703	696	702	708	714	720	726	733	739	745	751	
704	757	763	770	776	782	788	794	800	807	813	
705	819	825	831	837	844	850	856	862	868	874	7 1 0,7 2 1,4 3 2,1 4 2,8 5 3,5 6 4,2 7 4,9 8 5,6 9 6,3
706	880	887	893	899	905	911	917	924	930	936	
707	942	948	954	960	967	973	979	985	991	997	
708	85 003	009	016	022	028	034	040	046	052	058	
709	065	071	077	083	089	095	101	107	114	120	
710	126	132	138	144	150	156	163	169	175	181	
711	187	193	199	205	211	217	224	230	236	242	
712	248	254	260	266	272	278	285	291	297	303	
713	309	315	321	327	333	339	345	352	358	364	
714	370	376	382	388	394	400	406	412	418	425	
715	431	437	443	449	455	461	467	473	479	485	
716	491	497	503	509	516	522	528	534	540	546	
717	552	558	564	570	576	582	588	594	600	606	
718	612	618	625	631	637	643	649	655	661	667	
719	673	679	685	691	697	703	709	715	721	727	
720	733	739	745	751	757	763	769	775	781	788	
721	794	800	806	812	818	824	830	836	842	848	
722	854	860	866	872	878	884	890	896	902	908	
723	914	920	926	932	938	944	950	956	962	968	
724	974	980	986	992	998	*004	*010	*016	*022	*028	
725	86 034	040	046	052	058	064	070	076	082	088	
726	094	100	106	112	118	124	130	136	141	147	
727	153	159	165	171	177	183	189	195	201	207	
728	213	219	225	231	237	243	249	255	261	267	
729	273	279	285	291	297	303	308	314	320	326	6 1 0,6 2 1,2 3 1,8 4 2,4 5 3,0 6 3,6 7 4,2 8 4,8 9 5,4
730	332	338	344	350	356	362	368	374	380	386	
731	392	398	404	410	415	421	427	433	439	445	
732	451	457	463	469	475	481	487	493	499	504	
733	510	516	522	528	534	540	546	552	558	564	
734	570	576	581	587	593	599	605	611	617	623	
735	629	635	641	646	652	658	664	670	676	682	
736	688	694	700	705	711	717	723	729	735	741	
737	747	753	759	764	770	776	782	788	794	800	
738	806	812	817	823	829	835	841	847	853	859	
739	864	870	876	882	888	894	900	906	911	917	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
740	86 923	929	935	941	947	953	958	964	970	976	
741	982	988	994	999	*005	*011	*017	*023	*029	*035	
742	87 040	046	052	058	064	070	075	081	087	093	
743	099	105	111	116	122	128	134	140	146	151	
744	157	163	169	175	181	186	192	198	204	210	
745	216	221	227	233	239	245	251	256	262	268	6
746	274	280	286	291	297	303	309	315	320	326	1 0,6 2 1,2
747	332	338	344	349	355	361	367	373	379	384	3 1,8
748	390	396	402	408	413	419	425	431	437	442	4 2,4
749	448	454	460	466	471	477	483	489	495	500	5 3,0 6 3,6 7 4,2 8 4,8
750	506	512	518	523	529	535	541	547	552	558	9 5,4
751	564	570	576	581	587	593	599	604	610	616	
752	622	628	633	639	645	651	656	662	668	674	
753	679	685	691	697	703	708	714	720	726	731	
754	737	743	749	754	760	766	772	777	783	789	
755	795	800	806	812	818	823	829	835	841	846	
756	852	858	864	869	875	881	887	892	898	904	
757	910	915	921	927	933	938	944	950	955	961	
758	967	973	978	984	990	996	*001	*007	*013	*018	
759	88 024	030	036	041	047	053	058	064	070	076	
760	081	087	093	098	104	110	116	121	127	133	
761	138	144	150	156	161	167	173	178	184	190	
762	195	201	207	213	218	224	230	235	241	247	
763	252	258	264	270	275	281	287	292	298	304	
764	309	315	321	326	332	338	343	349	355	360	
765	366	372	377	383	389	395	400	406	412	417	
766	423	429	434	440	446	451	457	463	468	474	
767	480	485	491	497	502	508	513	519	525	530	
768	536	542	547	553	559	564	570	576	581	587	
769	593	598	604	610	615	621	627	632	638	643	5 1 0,5 2 1,0
770	649	655	660	666	672	677	683	689	694	700	3 1,5
771	705	711	717	722	728	734	739	745	750	756	4 2,0
772	762	767	773	779	784	790	795	801	807	812	5 2,5 6 3,0
773	818	824	829	835	840	846	852	857	863	868	7 3,5
774	874	880	885	891	897	902	908	913	919	925	8 4,0 9 4,5
775	930	936	941	947	953	958	964	969	975	981	
776	986	992	997	*003	*009	*014	*020	*025	*031	*037	
777	89 042	048	053	059	064	070	076	081	087	092	
778	098	104	109	115	120	126	131	137	143	148	
779	154	159	165	170	176	182	187	193	198	204	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
780	89 209	215	221	226	232	237	243	248	254	260	
781	265	271	276	282	287	293	298	304	310	315	
782	321	326	332	337	343	348	354	360	365	371	
783	376	382	387	393	398	404	409	415	421	426	
784	432	437	443	448	454	459	465	470	476	481	
785	487	492	498	504	509	515	520	526	531	537	6 1 0,6 2 1,2 3 1,8 4 2,4 5 3,0 6 3,6 7 4,2 8 4,8 9 5,4
786	542	548	553	559	564	570	575	581	586	592	
787	597	603	609	614	620	625	631	636	642	647	
788	653	658	664	669	675	680	686	691	697	702	
789	708	713	719	724	730	735	741	746	752	757	
790	763	768	774	779	785	790	796	801	807	812	
791	818	823	829	834	840	845	851	856	862	867	
792	873	878	883	889	894	900	905	911	916	922	
793	927	933	938	944	949	955	960	966	971	977	
794	982	988	993	998	*004	*009	*015	*020	*026	*031	
795	90 037	042	048	053	059	064	069	075	080	086	
796	091	097	102	108	113	119	124	129	135	140	
797	146	151	157	162	168	173	179	184	189	195	
798	200	206	211	217	222	227	233	238	244	249	
799	255	260	266	271	276	282	287	293	298	304	
800	309	314	320	325	331	336	342	347	352	358	
801	363	369	374	380	385	390	396	401	407	412	
802	417	423	428	434	439	445	450	455	461	466	
803	472	477	482	488	493	499	504	509	515	520	
804	526	531	536	542	547	553	558	563	569	574	
805	580	585	590	596	601	607	612	617	623	628	
806	634	639	644	650	655	660	666	671	677	682	
807	687	693	698	703	709	714	720	725	730	736	
808	741	747	752	757	763	768	773	779	784	789	
809	795	800	806	811	816	822	827	832	838	843	
810	849	854	859	865	870	875	881	886	891	897	5 1 0,5 2 1,0 3 1,5 4 2,0 5 2,5 6 3,0 7 3,5 8 4,0 9 4,5
811	902	907	913	918	924	929	934	940	945	950	
812	956	961	966	972	977	982	988	993	998	*004	
813	91 009	014	020	025	030	036	041	046	052	057	
814	062	068	073	078	084	089	094	100	105	110	
815	116	121	126	132	137	142	148	153	158	164	
816	169	174	180	185	190	196	201	206	212	217	
817	222	228	233	238	243	249	254	259	265	270	
818	275	281	286	291	297	302	307	312	318	323	
819	328	334	339	344	350	355	360	365	371	376	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
820	91 381	387	392	397	403	408	413	418	424	429	
821	434	440	445	450	455	461	466	471	477	482	
822	487	492	498	503	508	514	519	524	529	535	
823	540	545	551	556	561	566	572	577	582	587	
824	593	598	603	609	614	619	624	630	635	640	
825	645	651	656	661	666	672	677	682	687	693	6 1 0,6 2 1,2 3 1,8 4 2,4 5 3,0 6 3,6 7 4,2 8 4,8 9 5,4
826	698	703	709	714	719	724	730	735	740	745	
827	751	756	761	766	772	777	782	787	793	798	
828	803	808	814	819	824	829	834	840	845	850	
829	855	861	866	871	876	882	887	892	897	903	
830	908	913	918	924	929	934	939	944	950	955	
831	960	965	971	976	981	986	991	997	*002	*007	
832	92 012	018	023	028	033	038	044	049	054	059	
833	065	070	075	080	085	091	096	101	106	111	
834	117	122	127	132	137	143	148	153	158	163	
835	169	174	179	184	189	195	200	205	210	215	
836	221	226	231	236	241	247	252	257	262	267	
837	273	278	283	288	293	298	304	309	314	319	
838	324	330	335	340	345	350	355	361	366	371	
839	376	381	387	392	397	402	407	412	418	423	
840	428	433	438	443	449	454	459	464	469	474	
841	480	485	490	495	500	505	511	516	521	526	
842	531	536	542	547	552	557	562	567	572	578	
843	583	588	593	598	603	609	614	619	624	629	
844	634	639	645	650	655	660	665	670	675	681	
845	686	691	696	701	706	711	716	722	727	732	
846	737	742	747	752	758	763	768	773	778	783	
847	788	793	799	804	809	814	819	824	829	834	
848	840	845	850	855	860	865	870	875	881	886	
849	891	896	901	906	911	916	921	927	932	937	
850	942	947	952	957	962	967	973	978	983	988	5 1 0,5 2 1,0 3 1,5 4 2,0 5 2,5 6 3,0 7 3,5 8 4,0 9 4,5
851	993	998	*003	*008	*013	*018	*024	*029	*034	*039	
852	93 044	049	054	059	064	069	075	080	085	090	
853	095	100	105	110	115	120	125	131	136	141	
854	146	151	156	161	166	171	176	181	186	192	
855	197	202	207	212	217	222	227	232	237	242	
856	247	252	258	263	268	273	278	283	288	293	
857	298	303	308	313	318	323	328	334	339	344	
858	349	354	359	364	369	374	379	384	389	394	
859	399	404	409	414	420	425	430	435	440	445	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
860	93 450	455	460	465	470	475	480	485	490	495	
861	500	505	510	515	520	526	531	536	541	546	
862	551	556	561	566	571	576	581	586	591	596	
863	601	606	611	616	621	626	631	636	641	646	
864	651	656	661	666	671	676	682	687	692	697	
865	702	707	712	717	722	727	732	737	742	747	5 1 0,5 2 1,0 3 1,5 4 2,0 5 2,5 6 3,0 7 3,5 8 4,0 9 4,5
866	752	757	762	767	772	777	782	787	792	797	
867	802	807	812	817	822	827	832	837	842	847	
868	852	857	862	867	872	877	882	887	892	897	
869	902	907	912	917	922	927	932	937	942	947	
870	952	957	962	967	972	977	982	987	992	997	
871	94 002	007	012	017	022	027	032	037	042	047	
872	052	057	062	067	072	077	082	086	091	096	
873	101	106	111	116	121	126	131	136	141	146	
874	151	156	161	166	171	176	181	186	191	196	
875	201	206	211	216	221	226	231	236	240	245	
876	250	255	260	265	270	275	280	285	290	295	
877	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	
878	349	354	359	364	369	374	379	384	389	394	
879	399	404	409	414	419	424	429	433	438	443	
880	448	453	458	463	468	473	478	483	488	493	
881	498	503	507	512	517	522	527	532	537	542	
882	547	552	557	562	567	571	576	581	586	591	
883	596	601	606	611	616	621	626	630	635	640	
884	645	650	655	660	665	670	675	680	685	689	
885	694	699	704	709	714	719	724	729	734	738	
886	743	748	753	758	763	768	773	778	783	787	
887	792	797	802	807	812	817	822	827	832	836	
888	841	846	851	856	861	866	871	876	880	885	
889	890	895	900	905	910	915	919	924	929	934	4 1 0,4 2 0,8 3 1,2 4 1,6 5 2,0 6 2,4 7 2,8 8 3,2 9 3,6
890	939	944	949	954	959	963	968	973	978	983	
891	988	993	998	*002	*007	*012	*017	*022	*027	*032	
892	95 036	041	046	051	056	061	066	071	075	080	
893	085	090	095	100	105	109	114	119	124	129	
894	134	139	143	148	153	158	163	168	173	177	
895	182	187	192	197	202	207	211	216	221	226	
896	231	236	240	245	250	255	260	265	270	274	
897	279	284	289	294	299	303	308	313	318	323	
898	328	332	337	342	347	352	357	361	366	371	
899	376	381	386	390	395	400	405	410	415	419	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
900	95 424	429	434	439	444	448	453	458	463	468	
901	472	477	482	487	492	497	501	506	511	516	
902	521	525	530	535	540	545	550	554	559	564	
903	569	574	578	583	588	593	598	602	607	612	
904	617	622	626	631	636	641	646	650	655	660	
905	665	670	674	679	684	689	694	698	703	708	5
906	713	718	722	727	732	737	742	746	751	756	1 0,5
907	761	766	770	775	780	785	789	794	799	804	2 1,0
908	809	813	818	823	828	832	837	842	847	852	3 1,5
909	856	861	866	871	875	880	885	890	895	899	4 2,0
910	904	909	914	918	923	928	933	938	942	947	5 2,5
911	952	957	961	966	971	976	980	985	990	995	6 3,0
912	999	*004	*009	*014	*019	*023	*028	*033	*038	*042	7 3,5
913	96 047	052	057	061	066	071	076	080	085	090	8 4,0
914	095	099	104	109	114	118	123	128	133	137	9 4,5
915	142	147	152	156	161	166	171	175	180	185	
916	190	194	199	204	209	213	218	223	227	232	
917	237	242	246	251	256	261	265	270	275	280	
918	284	289	294	298	303	308	313	317	322	327	
919	332	336	341	346	350	355	360	365	369	374	
920	379	384	388	393	398	402	407	412	417	421	
921	426	431	435	440	445	450	454	459	464	468	
922	473	478	483	487	492	497	501	506	511	515	
923	520	525	530	534	539	544	548	553	558	562	
924	567	572	577	581	586	591	595	600	605	609	
925	614	619	624	628	633	638	642	647	652	656	
926	661	666	670	675	680	685	689	694	699	703	
927	708	713	717	722	727	731	736	741	745	750	
928	755	759	764	769	774	778	783	788	792	797	
929	802	806	811	816	820	825	830	834	839	844	4
930	848	853	858	862	867	872	876	881	886	890	1 0,4
931	895	900	904	909	914	918	923	928	932	937	2 0,8
932	942	946	951	956	960	965	970	974	979	984	3 1,2
933	988	993	997	*002	*007	*011	*016	*021	*025	*030	4 1,6
934	97 035	039	044	049	053	058	063	067	072	077	5 2,0
935	081	086	090	095	100	104	109	114	118	123	6 2,4
936	128	132	137	142	146	151	155	160	165	169	7 2,8
937	174	179	183	188	192	197	202	206	211	216	8 3,2
938	220	225	230	234	239	243	248	253	257	262	9 3,6
939	267	271	276	280	285	290	294	299	304	308	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
940	97 313	317	322	327	331	336	340	345	350	354	
941	359	364	368	373	377	382	387	391	396	400	
942	405	410	414	419	424	428	433	437	442	447	
943	451	456	460	465	470	474	479	483	488	493	
944	497	502	506	511	516	520	525	529	534	539	
945	543	548	552	557	562	566	571	575	580	585	
946	589	594	598	603	607	612	617	621	626	630	
947	635	640	644	649	653	658	663	667	672	676	
948	681	685	690	695	699	704	708	713	717	722	
949	727	731	736	740	745	749	754	759	763	768	
950	772	777	782	786	791	795	800	804	809	813	
951	818	823	827	832	836	841	845	850	855	859	
952	864	868	873	877	882	886	891	896	900	905	
953	909	914	918	923	928	932	937	941	946	950	
954	955	959	964	968	973	978	982	987	991	996	
955	98 000	005	009	014	019	023	028	032	037	041	
956	046	050	055	059	064	068	073	078	082	087	
957	091	096	100	105	109	114	118	123	127	132	
958	137	141	146	150	155	159	164	168	173	177	
959	182	186	191	195	200	204	209	214	218	223	
960	227	232	236	241	245	250	254	259	263	268	
961	272	277	281	286	290	295	299	304	308	313	
962	318	322	327	331	336	340	345	349	354	358	
963	363	367	372	376	381	385	390	394	399	403	
964	408	412	417	421	426	430	435	439	444	448	
965	453	457	462	466	471	475	480	484	489	493	
966	498	502	507	511	516	520	525	529	534	538	
967	543	547	552	556	561	565	570	574	579	583	
968	588	592	597	601	605	610	614	619	623	628	
969	632	637	641	646	650	655	659	664	668	673	
970	677	682	686	691	695	700	704	709	713	717	
971	722	726	731	735	740	744	749	753	758	762	
972	767	771	776	780	784	789	793	798	802	807	
973	811	816	820	825	829	834	838	843	847	851	
974	856	860	865	869	874	878	883	887	892	896	
975	900	905	909	914	918	923	927	932	936	941	
976	945	949	954	958	963	967	972	976	981	985	
977	989	994	998	*003	*007	*012	*016	*021	*025	*029	
978	99 034	038	043	047	052	056	061	065	069	074	
979	078	083	087	092	096	100	105	109	114	118	
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

	5
1	0,5
2	1,0
3	1,5
4	2,0
5	2,5
6	3,0
7	3,5
8	4,0
9	4,5

	4
1	0,4
2	0,8
3	1,2
4	1,6
5	2,0
6	2,4
7	2,8
8	3,2
9	3,6

Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.
980	99 123	127	131	136	140	145	149	154	158	162	5
981	167	171	176	180	185	189	193	198	202	207	1 | 0,5
982	211	216	220	224	229	233	238	242	247	251	2 | 1,0
983	255	260	264	269	273	277	282	286	291	295	3 | 1,5
984	300	304	308	313	317	322	326	330	335	339	4 | 2,0
985	344	348	352	357	361	366	370	374	379	383	5 | 2,5
986	388	392	396	401	405	410	414	419	423	427	6 | 3,0
987	432	436	441	445	449	454	458	463	467	471	7 | 3,5
988	476	480	484	489	493	498	502	506	511	515	8 | 4,0
989	520	524	528	533	537	542	546	550	555	559	9 | 4,5
990	564	568	572	577	581	585	590	594	599	603	4
991	607	612	616	621	625	629	634	638	642	647	1 | 0,4
992	651	656	660	664	669	673	677	682	686	691	2 | 0,8
993	695	699	704	708	712	717	721	726	730	734	3 | 1,2
994	739	743	747	752	756	760	765	769	774	778	4 | 1,6
995	782	787	791	795	800	804	808	813	817	822	5 | 2,0
996	826	830	835	839	843	848	852	856	861	865	6 | 2,4
997	870	874	878	883	887	891	896	900	904	909	7 | 2,8
998	913	917	922	926	930	935	939	944	948	952	8 | 3,2
999	957	961	965	970	974	978	983	987	991	996	9 | 3,6
Tal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Diff.

Anviisning til Brugen af Tabel III.

(Pag. 54 og 55).

(Naturlige Logarithmer).

Efterfølgende Tabel indeholder de naturlige Logarithmer til Tallene fra 1 til 300. Tallene ere saaledes opførte, at de to første Ziffre, eller det første alene, dersom Tallet er toziffret, findes i den første verticale Rad og det sidste Ziffer i den øverste horizontale Rad. Den søgte Logarithme findes da ret til Høire for det givne Tals første Ziffre og ret ned for det sidste Ziffer. Man finder saaledes:

Log. nat. 30 = 3,4012
„ „ 82 = 4,4067
„ „ 287 = 5,6595.

Ved Hjelp af denne Tabel kan man ogsaa finde de naturlige Logarithmer til andre Tal, der ikke findes i Tabellen selv; t. Exp.: Log. nat. 2,75275 = Log. nat. $\frac{275}{100}$ = Log. nat. 275 — Log. nat. 100 = 5,6168 — 4,6052 = 1,0116. Paa samme Maade, Log. nat. $\frac{35}{127}$ = Log. nat. 35 — Log nat. 127 = 3,5553 — 4,8442 = — 0,8739.

Gaar Tallet over 299, saa maa man ved Interpolation bestemme Logarithmen; t. Exp.: Log. nat. 228,8 = Log. nat. 228 + 0,8 (Log. nat. 229 — Log. nat. 228) = 5,4293 + 0,8 × 0,0044 = 5,4328.

Ved Opløsning af Tallet i Factorer kan man ogsaa undertiden undgaa Interpolationen; t. Exp.: Log nat. 2288 = Log. nat. (143 × 16) = Log. nat. 143 + Log. nat. 16 = 4,9628 + 2,7726 = 7,7354, og heraf Log. nat. 228,8 = Log. nat. $\frac{2288}{10}$ = Log. nat. 2288 — Log. nat. 10 = 7,7354 — 2,3026 = 5,4328, som ovenfor fundet.

For at finde Tallet til en given naturlig Logarithme, maa man næsten altid anvende Interpolation. T. Exp.: hvilket Tal svarer til den naturlige Logarithme 5,2604? Man finder Log. nat. 192 = 5,2575 og Log. nat. 193 =

Tab. III. Naturlige Logarithmer.

Tal	0	1	2	3	4
0	—∞	0,0000	0,6931	1,0986	1,3863
1	2,3026	2,3979	2,4849	2,5649	2,6391
2	2,9957	3,0445	3,0910	3,1355	3,1781
3	3,4012	3,4340	3,4657	3,4965	3,5264
4	3,6889	3,7136	3,7377	3,7612	3,7842
5	3,9120	3,9318	3,9512	3,9703	3,9890
6	4,0943	4,1109	4,1271	4,1431	4,1589
7	4,2485	4,2627	4,2767	4,2905	4,3041
8	4,3820	4,3944	4,4067	4,4188	4,4308
9	4,4998	4,5109	4,5218	4,5326	4,5433
10	4,6052	4,6151	4,6250	4,6347	4,6444
11	4,7005	4,7095	4,7185	4,7274	4,7362
12	4,7875	4,7958	4,8040	4,8122	4,8203
13	4,8675	4,8752	4,8828	4,8903	4,8978
14	4,9416	4,9488	4,9558	4,9628	4,9698
15	5,0106	5,0173	5,0239	5,0304	5,0370
16	5,0752	5,0814	5,0876	5,0938	5,0999
17	5,1358	5,1417	5,1475	5,1533	5,1591
18	5,1930	5,1985	5,2040	5,2095	5,2149
19	5,2470	5,2523	5,2575	5,2627	5,2679
20	5,2983	5,3033	5,3083	5,3132	5,3181
21	5,3471	5,3519	5,3566	5,3613	5,3660
22	5,3936	5,3982	5,4027	5,4072	5,4116
23	5,4381	5,4424	5,4467	5,4510	5,4553
24	5,4806	5,4848	5,4889	5,4931	5,4972
25	5,5215	5,5255	5,5294	5,5334	5,5373
26	5,5607	5,5645	5,5683	5,5722	5,5759
27	5,5984	5,6021	5,6058	5,6095	5,6131
28	5,6348	5,6384	5,6419	5,6454	5,6490
29	5,6699	5,6733	5,6768	5,6802	5,6836

5,2627, altsaa 5,2627 — 5,2575 = 0,0052; videre, Log. nat. x — Log. nat. 192 = 5,2604 — 5,2575 = 0,0029. og $(x - 192) : (193 - 192) = 0{,}0029 : 0{,}0052$, hvoraf $x = 192 + \frac{29}{52}$ = 192,6. Exempel II. Log. nat. x være = 6,8654, hvad er da x? Log. nat. 10 = 2,3026, altsaa Log. nat. $\frac{x}{10}$ = 6,8654 — 2,3026 = 4,5628. Nu er Log. nat. 95 = 4,5539, og Log. nat. 96 = 4,5643; derefter opsættes:

$$\left(\frac{x}{10} - 95\right) : (96 - 95) = (4{,}5628 - 4{,}5539) : (4{,}5643 - 4{,}5539)$$

= 0,089 : 0,0104, hvoraf faaes $\frac{x}{10}$ = 95,85, og x = 958,5.

Tab. III. Naturlige Logarithmer.

Tal	5	6	7	8	9
0	1,6094	1,7918	1,9459	2,0794	2,1972
1	2,7081	2,7726	2,8332	2,8904	2,9444
2	3,2189	3,2581	3,2958	3,3322	3,3673
3	3,5553	3,5835	3,6109	3,6376	3,6636
4	3,8067	3,8286	3,8501	3,8712	3,8918
5	4,0073	4,0254	4,0431	4,0604	4,0775
6	4,1744	4,1897	4,2047	4,2195	4,2341
7	4,3175	4,3307	4,3438	4,3567	4,3694
8	4,4427	4,4543	4,4659	4,4773	4,4886
9	4,5539	4,5643	4,5747	4,5850	4,5951
10	4,6540	4,6634	4,6728	4,6821	4,6913
11	4,7449	4,7536	4,7622	4,7707	4,7791
12	4,8283	4,8363	4,8442	4,8520	4,8598
13	4,9053	4,9127	4,9200	4,9273	4,9345
14	4,9767	4,9836	4,9904	4,9972	5,0039
15	5,0434	5,0499	5,0562	5,0626	5,0689
16	5,1059	5,1120	5,1180	5,1240	5,1299
17	5,1648	5,1705	5,1761	5,1818	5,1874
18	5,2204	5,2257	5,2311	5,2364	5,2417
19	5,2730	5,2781	5,2832	5,2883	5,2933
20	5,3230	5,3279	5,3327	5,3375	5,3423
21	5,3706	5,3753	5,3799	5,3845	5,3891
22	5,4161	5,4205	5,4250	5,4293	5,4337
23	5,4596	5,4638	5,4681	5,4723	5,4765
24	5,5013	5,5053	5,5094	5,5134	5,5175
25	5,5413	5,5452	5,5491	5,5530	5,5568
26	5,5797	5,5835	5,5872	5,5910	5,5947
27	5,6168	5,6204	5,6240	5,6276	5,6312
28	5,6525	5,6560	5,6595	5,6630	5,6664
29	5,6870	5,6904	5,6937	5,6971	5,7004

Anviisning til Brugen af Tabel IV. og V.

(Pag. 57).

(Forvandling af naturlige Logarithmer til almindelige og omvendt).

Naturlige Logarithmer forvandles til almindelige ved Multiplication med Modulen 0,434294. . . (Ar. § 17).

Almindelige Logarithmer forvandles til naturlige ved Multiplikation med 2,302585. . . .

Til Lettelse ved denne Multiplication tjener Tabel IV og V, idet man blot behøver at addere de deri fundne Tal, som følgende Exempler vise:

Exempel I. Log. 568,8 = 2,75496 skal forvandles til naturlig Logarithme ved Multiplication med 2,3026 . . . Nu er (Tab. IV.):

	2,3026	× 2	= 4,6052			
	—	× 0,7	= 1,6118			
	—	× 0,05	= 0,1151			
	—	× 0,004	= 0,0092			
	—	× 0,0009	= 0,0021			
	—	× 0,00006	= 0,0001			
Log.	568,8	× 2,30259	= 6,3435	= Log. nat. 568,8.		

Exempel II. Log. nat. 568,8 = 6,3435 skal forvandles til almindelig Logarithme ved Multiplication med 0,434294. . . Nu er (Tab. V.):

0,43429	× 6	= 2,60577	
	× 0,3	= 0,13029	
	× 0,04	= 0,01737	
	× 0,003	= 0,00130	
	× 0,0005	= 0,00022	
Log. nat. 568,8	× 0,43429	= 2,75496	= Log. 568,8.

Tab. IV. til Forvandling af almindelige Logarithmer til naturlige.

Den givne Logarithmes Ziffre.	Tallet 2,3026 multipliceret med den givne Logarithmes:					
	hele Tal: 1, 2, 3 osv.	1ste Decimal	2den Decimal	3die Decimal	4de Decimal	5te Decimal
1	2,3026	0,2303	0,0230	0,0023	0,0002	0,0000
2	4,6052	0,4605	0,0461	0,0046	0,0005	0,0000
3	6,9078	0,6908	0,0691	0,0069	0,0007	0,0001
4	9,2103	0,9210	0,0921	0,0092	0,0009	0,0001
5	11,5129	1,1513	0,1151	0,0115	0,0012	0,0001
6	13,8155	1,3816	0,1382	0,0138	0,0014	0,0001
7	16,1181	1,6118	0,1612	0,0161	0,0016	0,0002
8	18,4207	1,8421	0,1842	0,0184	0,0018	0,0002
9	20,7233	2,0723	0,2072	0,0207	0,0021	0,0002

Tab. V. til Forvandling af naturlige Logarithmer til almindelige.

Den givne Logarithmes Ziffre.	Modulen 0,43429 multipliceret med den givne Logarithmes:					
	hele Tal: 1, 2, 3 osv.	1ste Decimal	2den Decimal	3die Decimal	4de Decimal	5te Decimal
1	0,43429	0,04343	0,00434	0,00043	0,00004	0,00000
2	0,86859	0,08686	0,00869	0,00087	0,00009	0,00001
3	1,30288	0,13029	0,01303	0,00130	0,00013	0,00001
4	1,73718	0,17372	0,01737	0,00174	0,00017	0,00002
5	2,17147	0,21715	0,02171	0,00217	0,00022	0,00002
6	2,60577	0,26058	0,02606	0,00261	0,00026	0,00003
7	3,04006	0,30401	0,03040	0,00304	0,00030	0,00003
8	3,47436	0,34744	0,03474	0,00347	0,00035	0,00003
9	3,90865	0,39087	0,03909	0,00391	0,00039	0,00004

Arithmetik.

Arithmetikken er den Del af Mathematikken, som handler om usammenhængende Størrelser, Tal. En Underafdeling heraf er Algebra, som handler om Størrelser uden at indskrænke dem til at være Tal.

Capitel I.

§ 1. ### Addition og Subtraction.

Tegnet + (Plus) mellem to eller flere Størrelser betegner, at disse skulle adderes. Ere Størrelserne Tal, saa udføres Additionen paa den Maade, at man sætter dem under hinanden saaledes, at Enere kommer under Enere, Tiere under Tiere o. s. v., hvorpaa man for sig søger Summen af Tallene i hver enkelt vertical Rad. Bliver Summen af Ziffrene i en Rad større end Enheden i det efterfølgende Ziffer, saa lægges det Antal Enheder af denne høiere Orden, som Summen indeholder, til Summen af Ziffrene i den efterfølgende Rad.

Exempel: $47863 + 2095 + 37592 = 87550$

$$\begin{array}{r} 47863 \\ 2095 \\ 37592 \\ \hline 87550 \end{array}$$

Tegnet — (Minus) mellem to Størrelser, t. Exp. $a - b$, betegner, at man skal trække Størrelsen b fra Størrelsen a eller finde en tredie Størrelse, som lagt til b giver a. Denne tredie Størrelse er da Differentsen eller Forskjellen mellem a og b. a kaldes Minuenden og b Subtractor. Ere a og b Tal, saa udføres Subtractionen ved, at man sætter Subtractor under Minuenden paa den under Additionen anviste Maade, hvorpaa man trækker Enere fra Enere og Tiere fra Tiere o. s. v.

Exempel: $56974 - 7805 = 49169$

$$\begin{array}{r} 56974 \\ 7805 \\ \hline 49169. \end{array}$$

Modsatte Størrelser. Er Subtractor større end Minuenden, saa faar man til Differents en Størrelse, der er mindre end 0. Saadanne Størrelser kaldes negative, i Modsætning til hvilke Størrelserne, der ere større end 0, kaldes positive. Begge kaldes, den ene med Hensyn til den anden, modsatte Størrelser. At en Størrelse er negativ betegnes ved, at man foran Størrelsen sætter Tegnet —, at den er positiv ved Tegnet +. For Addition og Subtraction af modsatte Størrelser gjælde følgende Regler:

I. Modsatte Størrelser adderes ved, at man trækker den mindste fra den største og lader det Udkomne faa den størstes Fortegn.

II. Man finder Differentsen mellem to modsatte Størrelser, naar man forandrer Fortegn foran Subtractor og adderer Størrelserne.

Exempler: I. At addere + 15 og — 27

$$\begin{array}{r} +15 \\ -27 \\ \hline -12 \end{array}$$

II. At trække + 15 fra — 27 og — 27 fra + 15

$$\begin{array}{r} -27 \\ +15 \\ \hline -42 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +15 \\ -27 \\ \hline +42 \end{array}$$

Af Ovenstaaende kan ogsaa uddrages følgende Regel: Dobbelt ulige Fortegn foran en Størrelse er det samme som — foran Størrelsen, og dobbelt lige Fortegn er det samme som +, thi $-27-(+15) = -27-15 = -42$, og $+15-(-27) = +15+27 = +42$, d. e. $-+15 = -15$, og $--27 = +27$.

Algebraiske Størrelser. Størrelser, hvis numeriske Værdi er ubestemt, betegner man ved Bogstaver. En Størrelse, som er sammensat af flere Bogstaver, kalder man en algebraisk Størrelse. Flere Bogstavstørrelser forbundne med Tegnene + og — kaldes ogsaa complexe Størrelser, Polynomer. Reglerne for deres Behandling ere de samme som for Talstørrelser, men Regningen kan ikke udføres saa vidt; det gjælder blot at faa dem bragt til den simplest mulige Form.

Exempel: $3a + 4b - 5a + 3b = 3a - 5a + 4b + 3b = -2a + 7b$.

Regel: Man sammentrækker de ensartede Led ved Addition eller Subtraction af Coefficienterne.

Om Betydningen af Parenthes (...). Staar der Parenthes om flere Led forbundne ved Tegnene + og — saa betegnes derved, at disse Størrelser skulle betragtes som een Størrelse; t. Exp. i $a + (b + 2a)$ betegnes ved (...) at Summen af b og $2a$ skal adderes til a, hvilket er det samme som $a + b + 2a = 3a + b$. Parenthes med + foran kan altsaa hæves uden videre. Har man derimod

$a - (b + 2a)$, saa skal Summen $b + 2a$ trækkes fra a, hvilket er det samme som $a - b - 2a = -a - b$.

Regel: Parenthes med — foran hæves ved, at man forandrer Fortegnene inden i Parenthesen til det modsatte.

§ 2. Multiplication.

At multiplicere en Størrelse med en anden Størrelse er at addere den ene til sig selv saamange Gange, som den anden indeholder Enheder. En saadan Sum af ligestore Led kaldes et Product, og Størrelserne kaldes Factorer. Ere Factorerne flerziffrede Tal, saa udføres Multiplicationen ved, at man sætter dem under hinunden og multiplicerer hvert Ziffer i den ene Factor med hvert Ziffer i den anden og adderer de udkomne Producter.

Exempel: $4573 \times 923 = 4220879$.

```
   4573
    923
  -----
  13719
  9146
 41157
-------
4220879
```

Regel: Factorer med ulige Fortegn give et negativt, med lige Fortegn et positivt Product.

$$(+a) \times (-b) = (-a) \times (+b) = -ab.$$
$$(-a) \times (-b) = +ab.$$

Exempel: $(-25) \times (+5) = -125$, og $(-16) \times (-3) = +48$.

Regel: Complexe Størrelser multipliceres ved, at hvert Led i den ene Factor multipliceres med hvert Led i den anden.

$$(a + b) \times (c + d) = (a + b) \times c + (a + b) \times d = ac + bc + ad + bd.$$

§ 3. Division.

At en Størrelse, a, skal divideres med en anden Størrelse, b, vil sige at søge en tredie Størrelse, c, som multipliceret med b giver a; altsaa, $a : b = c$ og $a = b \times c$. a kaldes Dividenden, b Divisor og c Kvotienten. Ere a og b Tal, saa findes Kvotienten som i nedenstaaende Exempel:

$3065660 : 845 = 3628$

```
845) 3065660 (3628
     2535...
     -------
      5306..
      5070..
     -------
       2366.
       1690.
     -------
        6760
        6760
     -------
           0
```

Regel: Have Dividend og Divisor lige Fortegn, bliver Kvotienten positiv, have de ulige Fortegn, bliver den negativ.

$$(-a) : (+b) = (+a) : (-b) = -c.$$
$$(-a) : (-b) = +c.$$

Exempel: $(-48) : (+6) = -8$, og $(-48) : (-6) = +8$.

Regel: Naar en Størrelse først divideres og siden multipliceres med en og samme Størrelse, saa bliver den første uforandret.

$$(a \times b) : b = a.$$

Regel: Lige Factorer i Dividend og Divisor kunne udstryges, uden at Kvotienten forandres.

$$a.d : b.d = a : b = c.$$

Regel: Er Dividenden et Product, saa kan man dividere den ene Factor med Divisor og multiplicere det Udkomne med den anden; er Divisor et Product, saa kan man dividere Dividenden først med den ene Factor og derpaa det Udkomne med den anden.

$$(a.b) : c = (a : c) . b = a. (b : c).$$
$$a : (b.c) = (a : b) : c = (a : c) : b.$$

Regel: Er Dividenden en Sum eller en Differents, saa udføres Divisionen ved, at hvert Led divideres med Divisor, og de udkomne Kvotienter adderes.

$$(a \pm b) : c = a : c \pm b : c.$$

Naar ved en Division Kvotienten bliver et helt Tal, saa siges Divisor at gaa op i Dividenden. Dividenden kaldes da ogsaa et Multiplum af Divisor og Divisor et Maal for Dividenden.

Regel: — Naar et Tal gaar op i to eller flere Tal, saa gaar det ogsaa op i deres Sum eller Differents.

Regel: — Naar et Tal gaar op i den ene Factor af et Product, saa gaar det ogsaa op i hele Productet.

Regel: — Naar et Product gaar op i et Tal, saa gaar ogsaa hver af sammes Factorer op i Tallet.

Regel: — Tallene 2 og 5 gaa op i ethvert Tal, i hvis sidste Ziffer tilhøire (Enere) de gaa op og gaa kun op i saadanne Tal.

Regel: — Tallene 3 og 9 gaa op i et Tal, naar de gaa op i Summen af Tallets Ziffre, Tallets Tversum, og gaa kun op i saadanne Tal.

Regel: — Tallene 4, 8, 16, 32 . . . gaa op i alle Tal, i hvis med de 2, 3, 4, 5 . . . sidste Ziffre tilhøire skrevne Del de gaa op og gaa kun op i saadanne Tal.

Om Primtallene. § 4.

Et Primtal er et Tal, hvori intet andet Tal end 1 og Tallet selv gaar op. Alle andre Tal kaldes sammensatte

Tal, fordi man kan tænke sig dem lig et Product af to eller flere hele Factorer. Naar et Tal er udtrykt som et Product af lutter Primtal, saa kaldes disse Tallets enkelte Factorer.

Opgave: At finde de enkelte Factorer af Tallet 31878.

Opløsn.: Man forsøger at dividere Tallet med Primtallene i deres Orden fra det mindste af. Gaar et Primtal op i Tallet, saa forsøger man, om Kvotienten lader sig dividere nok engang med samme Primtal; er dette ikke Tilfældet, saa forsøger man med de næste Primtal, indtil man kommer til et, som multipliceret med sig selv er større end det Tal, man skal dividere det i. Alle de brugte Divisorer og den sidste Kvotient ere da det givne Tals enkelte Factorer.

2) 31878
3) 15939
3) 5313
7) 1771
11) 253
23.

Tallets enkelte Factorer ere altsaa 2. 3. 3. 7. 11. 23.

§ 5. Det mindste fælles Multiplum.

Naar et Tal er deleligt med flere andre Tal, saa siges det første at være et Multiplum af de sidste. Det mindste Tal, hvori flere andre Tal gaa op, kaldes Tallenes mindste fælles Multiplum.

Opgave: At finde det mindste fælles Multiplum af Tallene 14. 18. 9. 15. 25.

Opløsn.: Man opløser hvert af de givne Tal i sine enkelte Factorer og skriver op som Factor i det mindste fælles Multiplum hvert af de i Tallene forekommende Primtal saa mange Gange, som det forekommer i det af de givne Tal, hvori det forekommer flest Gange.

Regningen opsættes saaledes:

2	14.	18.	9.	15.	25.
3	7.	9.	9.	15.	25.
3	7.	3.	3.	5.	25.
5	7.	1.	1.	5.	25.
	7.	1.	1.	1.	5.

Det mindste fælles Multiplum er altsaa:
2. 3. 3. 5. 5. 7 = 3150.

Det største fælles Maal §6.

for to eller flere Tal er det største Tal, som gaar op i alle disse givne Tal.

Opgave: At søge det største fælles Maal for Tallene 182 og 624.

Opløsn.: Man dividerer det mindste Tal i det største; gaar denne Division op, saa er det mindste Tal selv de to Tals største fælles Maal; gaar den ikke op, saa fortsættes paa den Maade, at man dividerer hver udkommende Rest i den sidste Divisor, indtil man kommer til en Rest, som gaar op i den sidste Divisor. Denne Rest er da Tallenes største fælles Maal. Er den sidste Divisor 1, saa ere Tallene indbyrdes Primtal. Regningen opsættes saaledes:

```
182) 624 (3
     546
     ---
      78) 182 (2
          156
          ---
           26) 78 (3
               78
               --
                0
```

Tallenes største fælles Maal er altsaa 26.

Almindelig Brøk. §7.

Dersom Enheden deles i n ligestore Dele, saa fremkommer Enheder af et nyt Slags, som kaldes Brøkenheder og skrives $\frac{1}{n}$. Har man et Antal a slige Brøkenheder, saa danne de en Brøk $\frac{a}{n}$, hvori a kaldes Tæller og n Nævner.

Regel: En Brøk bliver uforandret, naar man multiplicerer eller dividerer dens Tæller og Nævner med samme Tal.

$$\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd} = \frac{a:d}{b:d}.$$

Regel: Brøker med eens Nævner adderes og subtraheres ved, at man adderer eller subtraherer Tællerne og lader den fælles Nævner være uforandret.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}.$$

Exempel: $\frac{5}{16} \pm \frac{7}{16} = \frac{5 \pm 7}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ eller $= - \frac{2}{16} = - \frac{1}{8}$.

Regel: Have ikke Brøkerne fælles Nævner, saa bringer man dem dertil ved, at man finder Generalnævneren, hvilken er Nævnernes mindste fælles Multiplum, dividerer hver enkelt Brøks Nævner heri, hvorved faaes de Tal, som de respective Tællere skulle multipliceres med, naar alle Nævnere forandres til Generalnævneren.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{cb}{db} = \frac{ad \pm cb}{bd}$$

Exempel: At addere Brøkerne $^2/_3$, $^1/_5$, $^7/_9$, $^3/_8$, $^9/_{15}$.

Generalnævneren findes efter § 5
= 360.

$^2/_3$	120	240
$^1/_5$	72	72
$^7/_9$	40	280
$^3/_8$	45	135
$^9/_{15}$	24	216

$$= \frac{943}{360} = 2\frac{223}{360}.$$

Regel: En Brøk multipliceres med et helt Tal ved, at man multiplicerer Brøkens Tæller med det hele Tal og lader Nævneren være uforandret.

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$$

Regel: En Brøk multipliceres med en Brøk ved, at man multiplicerer Tæller med Tæller og Nævner med Nævner.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Exempel: $\frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}.$

Regel: En Brøk divideres med et helt Tal ved, at man dividerer Brøkens Tæller eller multiplicerer Brøkens Nævner med det hele Tal.

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a : c}{b} = \frac{a}{b \cdot c}$$

Exempel: $\frac{6}{11} : 3 = \frac{6 : 3}{11} = \frac{2}{11} = \frac{6}{33} = \frac{2}{11}.$

Regel: En Brøk divideres med en Brøk ved, at man vender om Divisor og multiplicerer.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c}$$

Exempel: $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{3 \times 5}{4 \times 4} = \frac{15}{16}.$

Decimalbrøk. § 8.

En Brøk, hvis Nævner er en decadisk Enhed (10, 100, 1000, o. s. v.), kaldes en Decimalbrøk og skrives ved, at man nedskriver Tælleren og i den afskjærer fra Høire mod Venstre ved et Komma saa mange Ziffre, som Nævneren har Nuller. Disse Ziffre kaldes Decimaler. Bestaar ikke Tælleren af saamange Ziffre, som Nævneren har Nuller, saa føies Nuller til paa dens venstre Side, t. Ex. $\frac{73}{1000} =$ 0,073.

Regel: Naar man føier et Nul til paa høire Side af en Decimalbrøk, saa multipliceres Tæller og Nævner med 10; Brøken forandres altsaa ikke derved i Værdi.

Exempel: $\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = 0{,}7 = 0{,}70.$

Regel: Decimalbrøker adderes og subtraheres ved, at man sætter dem under hinanden saaledes, at Komma kommer under Komma og adderer og subtraherer som med hele Tal.

Exempel: 0,4758 + 0,009 = 0,4848.

$$\begin{array}{r} 0{,}4758 \\ \underline{0{,}009} \\ 0{,}4848. \end{array}$$

Regel: Decimalbrøker multipliceres ved, at man multiplicerer som med hele Tal og lader Productet faa saa mange Decimaler, som begge Factorer have tilsammen.

Exempel: 3,285 × 0,04 = 0,13140.

$$\begin{array}{r} 3{,}285 \\ \underline{0{,}04} \\ 0{,}13140. \end{array}$$

Regel: En Decimalbrøk divideres med en Decimalbrøk ved, at man dividerer som med hele Tal og i Kvotienten afskjærer saa mange Decimaler, som Dividenden har flere end Divisor.

Exempel: 3,648 : 0,7 = 5,21

$$\begin{array}{l} 0{,}7)\ 3{,}648\ (5{,}21 \\ \quad\ \ \underline{35.} \\ \quad\ \ \ \ 14 \\ \quad\ \ \ \ \underline{14} \\ \quad\ \ \ \ \ \ 8 \\ \quad\ \ \ \ \ \ \underline{7} \\ \quad\ \ \ \ \ \ 1 \end{array}$$

§ 9. Kjædebrøk.

Ved en Kjædebrøk forstaar man et Udtryk af følgende Form:

$$m + \cfrac{1}{n + \cfrac{1}{p + \cfrac{1}{q + \cfrac{1}{r + \text{o. s. v.}}}}}$$

nemlig en Størrelse m, som enten er et helt Tal eller ogsaa 0, plus en Brøk, hvis Tæller er 1, og hvis Nævner er et helt Tal plus en Brøk, hvis Tæller igjen er 1 o. s. v. Størrelserne m, n, p, q, r o. s. v. kaldes Kjædebrøkens Led.

Opave: At forvandle $\frac{17}{74}$ til en Kjædebrøk.

Oplsn.: Man gaar frem paa samme Maade som ved Søgningen af to Tals største fælles Maal; de paa denne Maade fremkommende Kvotienter ere Kjædebrøkens Led. Da $\frac{17}{74}$ er en ægte Brøk, bliver $m = 0$

```
17) 74 (4
    68
    ---
     6) 17 (2
        12
        ---
         5) 6 (1
            5
            --
            1) 5 (5
               5
               --
               0
```

Den søgte Kjædebrøks Led ere altsaa 0. 4. 2. 1. 5.

og $\frac{17}{74} = 0 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5}}}}$

Har man en Brøk omgjort til Kjædebrøk, t. Exp.:

$\frac{a}{b} = m + \cfrac{1}{n + \cfrac{1}{p + \cfrac{1}{q + \cfrac{1}{r}}}}$ ..... saa kalder man

m, $m + \frac{1}{n}$, $m + \cfrac{1}{n + \cfrac{1}{p}}$, $m + \cfrac{1}{n + \cfrac{1}{p + \cfrac{1}{q}}}$ o. s. v. Tilnærmelsesbrøker eller Convergenter af $\frac{a}{b}$, efterdi $\frac{a}{b}$ eller

Kjædebrøken tilnærmelsesvis kan fremstilles under disse Former, og intet Udtryk, i Værdi saa nær $\frac{a}{b}$, kan skrives med mindre Tal. Convergenterne ere vexelvis større og mindre end Kjædebrøken, men Forskjellen mellem to paa hinanden følgende Convergenter bliver stedse mindre, jo længere ude i Rækken man tager dem. Udvikles ovenstaaende Convergenter, saa faaes:

$$m = m,\ m + \frac{1}{n} = \frac{mn+1}{n},\ m + \frac{1}{n} + \frac{1}{p} = \frac{mnp+p+m}{np+1}$$

$$m + \frac{1}{n} + \frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{mnpq + pq + mq + mn + 1}{npq + q + n},$$

o. s. v.

Exempel: At udtrykke Brøken $\frac{972}{1393}$ tilnærmelsesvis med mindre Tal.

Første Led $m = 0$.

```
972) 1393 (1
      972
     421) 972 (2
          842
         130) 421 (3
              390
               31) 130 (4
                   124
                     6) 31 (5
                        30
                        1) 6 (6
                           6
                           0
```

Leddene blive altsaa 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6

og $$\frac{972}{1393} = 0 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{6}}}}}}$$

Tilnærmelsesbrøkerne blive: $\frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{30}{43}, \frac{157}{225}, \frac{972}{1393}$.

Ere $\frac{a_1}{b_1}$ og $\frac{a_2}{b_2}$ to paa hinanden følgende Convergenter af $\frac{a}{b}$, og z er det efterfølgende Led i Kjædebrøken, saa findes den efter $\frac{a_2}{b_2}$ følgende Convergent $\frac{a_3}{b_3}$ efter Formelen:

$$\frac{a_3}{b_3} = \frac{za_2 + a_1}{zb_2 + b_1}$$

Exempel: $\frac{\text{Cirkelens Omkreds}}{\text{Diameteren}} = \pi = \frac{314159265}{100000000}$; at udtrykke denne Brøk tilnærmelsesviis ved mindre Tal.

```
100000000) 314159265 (3
           300000000
           ---------
            14159265) 100000000 (7
                       99114855
                      ---------
                         885145) 14159265 (15
                                 13277175
                                 --------
                                   882090) 885145 (1
                                          o. s. v.
```

Leddene ere altsaa: 3. 7. 15. 1. . .

og $\pi = 3 + \frac{1}{7} + \frac{1}{15} + \frac{1}{1} + \ldots$

Ovenstaaende Formel for Convergenterne anvendes nu lettest paa den Maade, at man opskriver i en horizontal Rad Kjædebrøkens Led og tilvenstre under samme Hjælpebrøkerne $\frac{0}{1}$ og $\frac{1}{0}$, saaledes:

		3	7	15	1
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{0}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{22}{7}$	$\frac{333}{106}$	$\frac{355}{113}$

Derpaa regnes:

3	Gange	1	er	3	og	0	er	3	1ste Convergent		$= \frac{3}{1}$
3	—	0	-	0	-	1	-	1			
7	—	3	-	21	-	1	-	22	2den	Do.	$= \frac{22}{7}$
7	—	1	-	7	-	0	-	7			
15	—	22	-	330	-	3	-	333	3die	Do.	$= \frac{333}{106}$
15	—	7	-	105	-	1	-	106			
1	—	333	-	333	-	22	-	355	4de	Do.	$= \frac{355}{113}$
1	—	106	-	106	-	7	-	113			

Forskjellen mellem $\frac{a}{b}$ og en af dens Convergenter $\frac{a_n}{b_n}$ er mindre end $\left(\frac{1}{b_n}\right)^2$, altsaa for $\frac{22}{7}$ mindre end $\frac{1}{49}$, for $\frac{333}{106}$ mindre end $\left(\frac{1}{106}\right)^2 = \frac{1}{11236} = 0{,}000089$ o. s. v.

Potentsstørrelser. § 10.

Naar et Product bestaar af n lige Factorer, hvoraf hver er lig a, saa kaldes det en Potentsstørrelse og skrives a^n; a kaldes Roden og n Potentsexponenten. Potentsexponenten betegner altsaa Antallet af ligestore Factorer og Roden Størrelsen af hver enkelt Factor.

Regel: Potentsstørrelser med fælles Rod og fælles Exponent adderes og subtraheres ved, at man adderer og subtraherer Coefficienterne.

$$ab^n \pm cb^n = (a \pm c)\, b^n.$$

Regel: Potentsstørrelser med fælles Rod multipliceres ved, at man ophøier den fælles Rod til Summen af Exponenterne og divideres ved, at man ophøier den fælles Rod til Differentsen mellem Exponenterne.

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \text{ og } a^n : a^m = a^{n-m}.$$

Regel: En Potentsstørrelse med 0 til Exponent er = 1.

$$a^0 = a^{n-n} = a^n : a^n = 1.$$

Regel: En Potentsstørrelse med negativ Exponent er lig en Brøk, hvis Tæller er 1, og hvis Nævner er Potentsstørrelsen med positiv Exponent.

$$a^{-p} = a^{n-n-p} = a^{n-(n+p)} = \frac{a^n}{a^{n+p}} = \frac{a^n}{a^n\, a^p} = \frac{1}{a^p}.$$

Regel: Er en Potentsstørrelses Rod negativ, saa er Potentsstørrelsen negativ, om Exponenten er et ulige Tal, og positiv, om den er et lige Tal.

$$(-a)^{2n} = +a^{2n};\ (-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}.$$

Regel: Et Product ophøies til en Potents ved, at man ophøier hver enkelt Factor til Potentsen.

$$(a\, .\, b)^n = a^n\, .\, b^n.$$

Regel: En Brøk ophøies til en Potents ved, at man ophøier Tæller og Nævner til Potentsen.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Regel: En Potentsstørrelse ophøies til en Potents ved, at man multiplicerer Exponenterne.

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}.$$

Regel: Kvadratet af en toleddet Størrelse er lig Summen af Kvadraterne af hvert Led og Leddenes dobbelte Produkt.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2\ ab + b^2.$$
$$34^2 = (30 + 4)^2 = 900 + 240 + 16 = 1156.$$

Regel: Productet af to Tals Sum og Differents er lig Differentsen mellem Tallenes Kvadrater.

$$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2.$$
$$(7 + 4)\ (7 - 4) = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33.$$

Regel: Kuben af en toleddet Størrelse er lig Summen af Kuben af første Led, 3 Gange Productet af Kvadratet af første Led og andet Led, 3 Gange Productet af første Led og Kvadratet af andet Led og Kuben af andet Led.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3\ a^2b + 3\ ab^2 \pm b^3.$$

§ 11. Rodstørrelser.

At uddrage n^{te} Rod af en Størrelse, a, er at finde en anden Størrelse, som ophøiet til n^{te} Potents bliver lig a.

T. Exp. 3die Rod af 27 $= \sqrt[3]{27} = 3$, fordi $3^3 = 27$. Tallet n kaldes Rodexponenten. Er Rodexponenten 3 kaldes Roden Kubikrod, er den 2 kaldes Roden Kvadratrod.

Regel: En Rod uddrages af en Potentsstørrelse ved, at man dividerer Potentsexponenten med Rodexponenten.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

Enhver Rodstørrelse kan altsaa forvandles til en Potentsstørrelse; er nemlig $m = 1$, saa er $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$.

Regel: En Rod uddrages af et Product ved at man uddrager Roden af hver enkelt Factor.

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$$

Regel: En Rod uddrages af en Brøk ved, at man uddrager Roden af Tæller og Nævner.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Regel: En Rod uddrages af en Rodstørrelse ved, at man multiplicerer Exponenterne og uddrager den ved Productet bestemte Rod af Størrelsen under Rodtegnet.

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}.$$

Regel: En Rod af en Potentsstørrelse bliver uforandret, om man multiplicerer eller dividerer Potents- og Rodexponent med samme Tal.

$$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m.p]{a^{n.p}} = \sqrt[m:p]{a^{n:p}}$$

Regel: Den lige Rod af en positiv Størrelse er baade positiv og negativ, men af en negativ imaginær, d. e. umulig; den ulige Rod af et Tal har samme Fortegn som Tallet.

$\sqrt{+25} = \pm 5$; $\sqrt{-25} = \pm 5 \sqrt{-1}$; $\sqrt[3]{125} = +5$

Regel: Skal Kvadratroden uddrages af et Tal, saa gaaes frem som følger: Tallet inddeles i tozifrede Klasser fra høire Side af eller fra Decimalkommaet, om Tallet har Decimaler; derpaa tages til første Ziffer i Roden den nærmeste hele Kvadratrod af første Klasse, og til Differentsen mellem dette Ziffers Kvadrat og første Klasse føies næste Klasse. Til Divisor i det derved udkomne Tal tages 20 $\times$ den allerede fundne Del af Roden; den ved Divisionen udkommende Kvotient er da 2det Ziffer i Roden, dersom dette 2det Ziffer $\times$ den brugte Divisor + Kvadratet paa 2det Ziffer ikke bliver større end Dividenden. Til Differentsen mellem Dividenden og 2det Ziffer $\times$ den brugte Divisor + Kvadratet paa 2det Ziffer føies næste Klasse, og til Divisor tages igjen 20 $\times$ den fundne Del af Roden o. s. v. Paa denne Maade fortsættes indtil enten Regningen gaar op, eller man ved Tilføielse af Klasser af Nuller har bestemt Roden til den Grad af Nøiagtighed, man forlanger.

Exempel: $\sqrt{27,|48|90|49}$ (5,243
$5^2 = 25$
Divisor $= 20 \times 5 = 100)$ 248 (2
$2 \times 100 + 2^2 = 204$
Divisor $= 20 \times 52 = 1040)$ 4490 (4
$4 \times 1040 + 4^2 = 4176$
Divisor $= 20 \times 524 = 10480)$ 31449 (3
$3 \times 10480 + 3^2 = 31449$

Regel: Skal Kubikroden uddrages af et Tal, saa gaaes frem som følger: Man inddeler Tallet i treziffrede Klasser fra høire Side af eller fra Decimalkommaet, om Tallet har Decimaler. Derpaa tages til første Ziffer i Roden det Tal, hvis Kubus ligger nærmest under Tallet eller Tallene i første Klasse. Differentsen mellem første Klasse og denne Kubus tilføies næste Klasse. Til Divisor i det derved udkomne Tal tages 300 × Kvadratet paa den allerede fundne Del af Roden; den ved Divisionen udkommende Kvotient er da 2det Ziffer af Roden, dersom dette 2det Ziffer × den brugte Divisor + 30 × dén fundne Del af Roden × Kvadratet paa 2det Ziffer + Kubus paa 2det Ziffer ikke bliver større end Dividenden. Differentsen mellem Dividenden og ovenstaaende Sum tilføies næste Klasse Ziffre i Tallet, og til Divisor tages igjen 300 × Kvadratet paa den fundne Del af Roden o. s. v. Paa denne Maade fortsættes, indtil Regningen enten gaar op, eller man ved Tilføielse af Klasser af Nuller paa høire Side af Tallet faar bestemt Roden til den Grad af Nøiagtighed, man forlanger.

Exempel: $\sqrt[3]{52|734,|375}$ (= 37,5
$3^3 = 27$

Divisor $300 \times 3^2 = 2700$) 25734 (7
$300 \times 3^2 \times 7 = 18900$
$30 \times 3 \times 7^2 = 4410$
$7^3 = 343$ } = 23653

Divisor = $300 \times 37^2 = 410700$) 2081375 (5
$300 \times 37^2 \times 5 = 2053500$
$30 \times 37 \times 5^2 = 27750$
$5^3 = 125$ } = 2081375

§ 12. Forhold og Proportioner.

En Kvotient udtrykt ved Dividend og Divisor kaldes ogsaa et Forhold. Kvotienten kaldes da Forholdets Exponent. To Forhold med ligestore Exponenter ere altsaa ligestore, og danne, forbundne med et Lighedstegn, en Proportion, t. Exp. $a : b = c : d$; a og d kaldes her Yderled, b og c Mellemled.

Regel: I enhver Proportion er Productet af Yderleddene ligt Productet af Mellemleddene.

Er $a : b = c : d$, saa er $ad = bc$ og $a = \frac{bc}{d}$ eller $d = \frac{bc}{a}$ o. s. v.

Exempel: $2 : 8 = 5 : 20$, saa er $2 \times 20 = 8 \times 5 = 40$.

Regel: I enhver Proportion, $a:b = c:d$, kan man gjøre Efterled til Forled og Forled til Efterled, altsaa $b:a = d:c$.

Exempel: $2:8 = 5:20$, saa er $8:2 = 20:5$.

Regel: I enhver Proportion kunne Mellemleddene ombyttes eller Yderleddene ombyttes, altsaa $a:c = b:d$, eller $d:b = c:a$.

Exempel: $2:8 = 5:20$, saa er $2:5 = 8:20$, eller $20:8 = 5:2$.

Regel: Begge Led i samme Forhold kunne multipliceres eller divideres med samme Størrelse, altsaa $an:bn = c:d$ og $\frac{a}{n}:\frac{b}{n} = c:d$. T. Exp.: $2:8 = 5:20$, saa er $2 \times 2:8 \times 2 = 5:20$ o. s. v.

Regel: Alle Led i en Proportion kunne ophøies til samme Potents, og af alle Led kan uddrages samme Rod, altsaa

$$a^n : b^n = c^n : d^n, \text{ og } \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{c} : \sqrt[n]{d}.$$

Exempel: $2 : 8 = 5 : 20$ saa er $2^2 : 8^2 = 5^2 : 20^2 = \frac{1}{16}$ og $25 : 16 = 156{,}25 : 100$, saa er $\sqrt{25} : \sqrt{16} = \sqrt{156{,}25} : \sqrt{100} = \frac{5}{4}$.

Regel: Naar to eller flere Forhold ere ligestore, saa forholder Summen af alle Forleddene sig til Summen af alle Efterleddene som et Forholds Forled til sit Efterled; er altsaa $a:b = c:d$, saa er $(a + c):(b + d) = a:b = c:d$.

Exempel: $2:8 = 5:20$, saa er $(2 + 5):(8 + 20) = 2:8 = 5:20$.

Enkelt Reguladetri. § 13.

Naar to Størrelser staa i en slig Forbindelse med hinanden, at naar den ene fordobles, saa fordobles ogsaa den anden, naar den ene halveres, saa halveres ogsaa den anden o. s. v., da siges Størrelserne at være directe proportionale. Directe proportionale ere t. Ex. Vare og Pris, Tid og Arbeide. Omvendt, dersom den ene halveres, naar den anden fordobles o. s. v., saa siges Størrelserne at være omvendt proportionale. Omvendt proportionale ere t. Ex. Antallet af Arbeidere og den Tid, de behøve til at udføre et givet Arbeide. I alle Opgaver, der lade sig henføre til Reguladetri, danner man en Proportion, hvis første For-

hold er Forholdet mellem Leddene i Betingelsessætningen, og hvis andet Forhold er Forholdet mellem Leddene i Spørgesætningen, hvori et ubekjendt Led, og dette findes da, dersom Størrelserne ere directe proportionale, ligefrem efter den første Regel i § 12.

Exempel: Naar 25 ℔ koster 3 Spd., hvad koster saa 12 ℔?

Opl.: 25 ℔ : 3 Spd. = 12 ℔ : x Spd.

$$x = \frac{3 \times 12}{25} = 1^{11}/_{25} \text{ Spd.}$$

Ere derimod Størrelserne omvendt proportionale, saa kan man først opskrive Proportionen, som om de ikke vare det, og derpaa ombytte de ensartede bekjendte Led i de to Forhold og af denne nye Proportion søge det Ubekjendte efter samme Regel.

Exempel: Naar 7 Arbeidere i 14 Dage kunne udføre et vist Arbeide, hvor lang Tid behøver da 20 Arbeidere til samme Stykke Arbeide?

Opl.: $\not{7}$ Arb. : 14 Dage = $\not{2}\not{0}$ Arb. : x Dage
20 7

$$x = \frac{14 \times 7}{20} = 4{,}8 \text{ Dage.}$$

§ 14. Sammensat Reguladetri.

En Reguladetriopgave kaldes sammensat, naar der til Betingelsessætning og Spørgesætning er knyttet Betingelser, hvortil maa tages Hensyn under Opløsningen. Naar t. Exp. Betingelsessætningen er: A Arbeidere ved at arbeide daglig T Timer kunne fabrikere N Stykker i M Maaneder, og Spørgesætning: a Arbeidere, t Timer daglig, n Stykker i x Maaneder, saa tages Hensyn til Betingelserne, naar man sætter Proportionen:

$(A \times T \times N) : M = (a \times t \times n) : x$; i denne Proportion maa man imidlertid, da baade A og T ere omvendt proportionale med M, ombytte A med a og T med t; Proportionen bliver da:

$$(a \times t \times N) : M = (A \times T \times n) : x, \text{ og heraf:}$$

$$x = \frac{M \times A \times T \times n}{a \times t \times n.}$$

Exempel: Naar 15 Arbeidere ved at arbeide 9 Timer daglig i 7 Dage kunne opføre en Mur, der er 200 Fod lang, 6 Fod høi og 18 Tommer bred, hvor lang Tid behøve da 18 Arbeidere til at opføre en Mur, der er 300 Fod lang, 5 Fod

høi, 28 Tommer bred, naar de arbeide $8^1/_2$ Time daglig?

Opl.: 18 ~~15~~ Arb. : 7 Dage = ~~18~~ 15 : x
$8^1/_2$ ~~9~~ Tm. dgl. ~~$8\frac{1}{2}$~~ 9
200 F. lang 300
6 F. høi 5
18" bred 28

Arbeidere og Timer daglig ere omvendt proportionale med Dage, 15 og 9 maa altsaa ombyttes med 18 og $8^1/_2$. Efter Forkortelse bliver Proportionen:

2 : 7 = 5 : x
$8^1/_2$ 5
3 7
2

$$\text{og } x = \frac{7 \times 5 \times 5 \times 7}{2 \times 8^1/_2 \times 3 \times 2} = 12^1/_{102} \text{ Dage.}$$

Delingsregning § 15.

kaldes den Fremgangsmaade, ved hvilken man deler en Størrelse saaledes, at Forholdet mellem Delene bliver ligt Forholdet mellem opgivne Tal. Disse sidste kaldes Forholdstallene. Naar t. Exp. 4 Personer have indskudt i en Handel, den ene a Spd., den anden b Spd., den tredie c Spd., den fjerde d Spd., og den Gevinst, der er falden paa den hele sammenskudte Kapital, er N Spd., saa kan man altsaa ifølge Forklaringen sætte Forholdet mellem a og den Part, som falder paa a, ligt Forholdet mellem b og den Part, som falder paa b o. s. v.; man faar altsaa, naar de fire Parter kaldes respective x, y, z og n, hvis Sum er lig N:

$a : x = b : y = c : z = d : n$; efter § 12 er imidlertid:

$$(a+b+c+d) : (\overbrace{x+y+z+n}^{N}) = a : x = b : y = d : n, \text{ og heraf:}$$

$$x = N. \frac{a}{a+b+c+d}, \; y = N. \frac{b}{a+b+c+d},$$

$$z = N. \frac{c}{a+b+c+d} \text{ og } n = N. \frac{d}{a+b+c+d}$$

Om i ovenstaaende Exempel Kapitalerne a, b, c og d havde virket i ulige Tidsrum $t_1 - t_2 - t_3 - t_4$, saa tages Hensyn hertil, naar man danner Forholdstallene af Producterne $at_1 - bt_2 - ct_3 - dt_4$; de fire Dele blive da:

$$x = N \frac{at}{at_1 + bt_2 + ct_3 + dt_4}, \; y = N \frac{bt_2}{at_1 + bt_2 + ct_3 + dt_4} \text{ osv.}$$

Exempel I: En Maskindel af 1000 ℔ Vægt skal støbes af Metal, som er sammensat af 9 Dele Kobber, 4 Dele Tin og 6 Dele Zink; hvormange ℔ maa tages af hver Sort?

Forholdstallene ere her 9, 4 og 6, og

$$1000 \times \frac{9}{9+4+6} = 473{,}68 \text{ ℔ Kobber}$$

$$1000 \times \frac{4}{9+4+6} = 210{,}52 \text{ ℔ Tin}$$

$$1000 \times \frac{6}{9+4+6} = 315{,}79 \text{ ℔ Zink}$$

1000 ℔ Metal.

Exempel II: *A* har i 4 Maaneder havt i en Forretning 100 Spd., *B* i 6 Maaneder 200 Spd. og *C* i 3 Maaneder 150 Spd. Gevinsten er 80 Spd.; hvormeget falder paa hver?

Forholdstallene ere her 4 × 100, 6 × 200 og 3 × 150.

$$A \text{ faar } 80 \times \frac{400}{400+1200+450} = 15^{25}/_{41} \text{ Spd.}$$

$$B \text{ - } 80 \times \frac{1200}{400+1200+450} = 46^{34}/_{41} \text{ —}$$

$$C \text{ - } 80 \times \frac{450}{400+1200+450} = 17^{23}/_{41} \text{ —}$$

80 Spd.

Capitel II.

§ 16. Logarithmer.

Tænker man sig i den naturlige Talrække 1, 2, 3, 4, o. s. v., Tallene satte lig Potentsstørrelser med fælles Rod, altsaa $1 = h^x$, $2 = h^y$, $3 = h^z$ o. s. v., saa kaldes Exponenten x Logarithmen af Tallet 1, y Logarithmen af Tallet 2, z Logarithmen af Tallet 3 o. s. v. Alle disse forskjellige Exponenter danne tilsammen et Logarithmesystem med Grundtallet h. For hver Værdi, man tillægger h, faar man en egen Exponentrække, altsaa eget Logarithmesystem. Imidlertid ere ikke flere end to Logarithmesystemer i Brug, nemlig det saakaldte briggiske eller almindelige (Log. brigg.), hvis Grundtal er Tallet 10, og det naturlige (Log. nat.), hvis Grundtal er det irrationale Tal 2,718281828 . . ., der i Formler i Almindelighed betegnes med Bogstavet e. — Lo-

garithmen af et Tal bestaar af to Dele, Charakteristik og Mantisse. Regler for hvordan disse findes for et givet Tal følger umiddelbart foran Logarithmetabellerne foran i Bogen.

Regel: Logarithmen af et Product er lig Summen af Factorernes Logarithmer.

$$\text{Log. } (a \,.\, b) = \text{Log. } a + \text{Log. } b.$$

Exempel: $\text{Log. } (827 \times 3{,}42) = \text{Log. } 827 + \text{Log. } 3{,}42.$

$$\text{Log. } 827 = 2{,}91751$$
$$\text{Log. } 3{,}42 = 0{,}53403$$
$$827 \times 3{,}42 = \text{Num. Log. } 3{,}45154 = 2828{,}4$$

Regel: Logarithmen af en Brøk eller Kvotient er lig Dividendens Logarithme minus Divisors Logarithme.

$$\text{Log. } \left(\frac{a}{b}\right) = \text{Log. } a - \text{Log. } b.$$

Exempel: $\text{Log. } \left(\frac{827}{3{,}42}\right) = \text{Log. } 827 - \text{Log. } 3{,}42 = 2{,}38348.$

$$\frac{827}{3{,}42} = \text{Num. Log. } 2{,}38348 = 241{,}81.$$

Regel: Logarithmen af en Potentsstørrelse er lig Rodens Logarithme multipliceret med Potentsexponenten.

$$\text{Log. } (a^n) = \text{Log. } a \times n.$$

Exempel: $\text{Log. } (2{,}476^3) = 3 \times \text{Log. } 2{,}476.$

$$\text{Log. } 2{,}476 = 0{,}39375$$
$$3$$
$$2{,}476^3 = \text{Num. Log. } 1{,}18125 = 15{,}179.$$

Regel: Logarithmen af en Rodstørrelse er lig Logarithmen af Størrelsen under Rodtegnet divideret med Rodexponenten.

$$\text{Log. } (\sqrt[n]{a}) = \frac{\text{Log. } a}{n}$$

Exempel: $\text{Log. } \sqrt[4]{3{,}84} = \frac{\text{Log. } 3{,}84}{4}$

$$\text{Log. } 3{,}84 = 0{,}58433$$
$$1/4$$
$$\sqrt[4]{3{,}84} = \text{Num. Log. } 0{,}14608 = 1{,}399.$$

Exempel: At finde Værdien af Udtrykket

$$\sqrt[5]{\frac{(2{,}4)^5 \,.\, \sqrt{\frac{7}{9}}}{(66{,}8)^{-4} \,.\, \left(\frac{11}{3}\right)^7}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Log. } 11 = 1{,}04139 & \text{Log. } 7 = 0{,}84510 \\ \text{„ } 3 = \underline{0{,}47712} & \text{„ } 9 = \underline{0{,}95424} \\ \text{„ } \frac{11}{3} = 0{,}56427 & \text{„ } \frac{7}{9} = 0{,}89086-1 \\ \underline{\quad 7} & \\ \text{„ } \left(\frac{11}{3}\right)^7 = 3{,}94989 & \text{„ } \sqrt{\frac{7}{9}} = 0{,}94543-1. \end{array}$$

$$\text{Log. } 2{,}4 = 0{,}38021$$
$$\underline{\quad 5}$$
$$\text{„ } 2{,}4^5 = 1{,}90105$$

$$\begin{array}{lr} \text{Log. } 66{,}8 = & 1{,}82478 \\ & \underline{4} \\ \text{„ } 66{,}8^4 = & 7{,}29912 \\ \text{„ } 2{,}4^5 = & 1{,}90105 \\ \text{„ } \sqrt{\frac{7}{9}} = & \underline{0{,}94543-1} \\ & 9{,}14560 \\ \text{„ } \left(\frac{11}{3}\right)^7 = & \underline{3{,}94989} \\ & 5)\ 5{,}19571 \\ & 1{,}03914 \end{array}$$

$$\sqrt[5]{\frac{(2{,}4)^5 \cdot \sqrt{\frac{7}{9}}}{(66{,}8)^{-4} \cdot \left(\frac{11}{3}\right)^7}} = \text{Num. Log. } 1{,}03914 = 1{,}095.$$

§ 17. Om h betegner Grundtallet i det almindelige Logarithmesystem og e Grundtallet i det naturlige System, saa er, naar man sætter $h^x = e^y = a$, $x =$ Log. brigg. a og $y =$ Log. nat. a. Men efter § 16 er

$$\text{Log. brigg. } (h^x) = \text{Log. brigg. } h \times x = \text{Log. brigg. } e \times y$$
og da Log. brigg. $h = 1$, er altsaa
$$x = \text{Log. brigg. } a = \text{Log. brigg. } e \times \text{Log. nat. } a$$
$$= 0{,}43429 \times \text{Log. nat. } a \text{ og omvendt:}$$
$$y = \text{Log. nat. } a = \text{Log. brigg. } a \cdot \frac{1}{\text{Log. brigg. } e}$$
$$= 2{,}30258 \cdot \text{Log. brigg. } a.$$

Regel I. For at forandre briggisk Logarithme til naturlig Logarithme har man at multiplicere med 2,30258 og

II. For at forandre naturlig Logarithme til briggisk Logarithme har man at multiplicere med 0.43429.

Til Lettelse af disse Multiplicationer er indrettet en Tabel foran i Bogen.

Capitel III.

Ligninger.

To Udtryk forbundne med et Lighedstegn danne en Ligning. Dersom der i disse Udtryk forekommer en ubekjendt Størrelse, i Almindelighed betegnet med Bogstavet x, saa opløses Ligningen med Hensyn paa x, naar man ved algebraiske Regninger af Ligningen finder den Værdi, som x maa have, naar Udtrykkene skulle være ligestore.

Ligninger af første Grad §18.

ere Ligninger, hvori den ubekjendte Størrelse blot forekommer i Potentsen 1. Er en saadan Ligning given, saa begynder man dens Opløsning med at opløse alle deri forekommende Parentheser. Derpaa bortskaffes alle Nævnere; har man t. Exp.

$\frac{d \cdot x}{a} + b = c$, saa faar man, naar man multiplicerer paa begge Sider af Lighedstegnet med a,

$$dx + ab = ac.$$

Regel: En Nævner bortskaffes i en Ligning ved, at man multiplicerer alle Led i Ligningen med Nævneren. Er der flere Nævnere at bortskaffe, saa gjør man det med eengang ved at multiplicere med Generalnævneren.

Derpaa overflyttes Leddet ab paa den anden Side af Lighedstegnet ved, at man trækker ab fra paa begge Sider; derved faaes:

$$dx = ac - ab.$$

Regel: Vil man flytte et Led i en Ligning fra den ene Side af Lighedstegnet til den anden, saa maa man forandre dets Fortegn.

Derpaa bortskaffes Coefficienten for x ved, at man dividerer med Coefficienten paa begge Sider; derved faaes:

$$x = \frac{ac - ab}{d}$$

Exempel I: $\frac{x}{6} + 3 - \frac{x}{8} = 10 - \frac{x}{4}$

$$4x + 72 - 3x = 240 - 6x$$
$$4x - 3x + 6x = 240 - 72$$
$$7x = 168$$
$$x = \frac{168}{7} = 24.$$

Exempel II: $\frac{x+3}{4} - \frac{x-3}{5} = \frac{x-5}{2} - 2$

$$5x + 15 - 4x + 12 = 10x - 50 - 40$$
$$5x - 4x - 10x = -50 - 40 - 15 - 12$$
$$-9x = -117$$
$$x = \frac{-117}{-9} = +13.$$

§ 19. Ligninger med flere Ubekjendte.

Indeholder en Ligning flere end een ubekjendt Størrelse, saa maa man for at faa bestemt disse have saamange Ligninger, som man har Ubekjendte. Har man et saadant Antal Ligninger, saa ordner man hver enkelt Ligning saaledes, at alle ubekjendte Led komme paa en Side af Lighedstegnet og alle bekjendte Led paa den anden; den videre Regning udføres efter to forskjellige Methoder.

I. Additions eller Subtractionsmethoden bestaar i, at man ved Multiplication eller Division skaffer den samme Ubekjendte i to Ligninger samme Coefficient, og derpaa ved Addition, dersom disse to ubekjendte Led have modsat Fortegn eller ved Subtraction, dersom de have samme Fortegn, danner en ny Ligning med en Ubekjendt mindre. Har man t. Exp. 3 Ligninger med 3 Ubekjendte, saa danner man af disse først 2 Ligninger med 2 Ubekjendte og derpaa af disse igjen 1 Ligning med 1 Ubekjendt.

Exempel:

$$\begin{array}{ll} (1) & 2x - y + z = 9 \\ (2) & x - 2y + 3z = 14 \\ (3) & 3x + 4y - 2z = 7 \\ \hline (1) & 2x - y + z = 9 \\ (2) & 2x - 4y + 6z = 28 \quad \text{(multipl. med 2)} \\ \hline (a) & -3y + 5z = 19 \\ \\ (2) & 3x - 6y + 9z = 42 \quad \text{(multipl. med 3)} \\ (3) & 3x + 4y - 2z = 7 \\ \hline (b) & -10y + 11z = 35 \\ \hline (b) & -30y + 33z = 105 \quad \text{(multipl. med 3)} \\ (a) & -30y + 50z = 190 \quad \text{(multipl. med 10)} \\ \hline & 17z = 85 \\ & z = \frac{85}{17} = 5 \end{array}$$

Siden faaes ved Indsætning $y = 2$ og $x = 3$.

II. Indsætningsmethoden bestaar i, at man opløser en Ligning med Hensyn paa en af de Ubekjendte, som om alle andre Led vare bekjendte, og indsætter det derved erholdte Udtryk i de øvrige Ligninger, hvorved Antallet

af Ligninger og af Ubekjendte bliver et mindre. Paa denne Maade fortsættes indtil man faar een Ligning med een Ubekjendt.

Exempel: (1) $3x - 2y = 7$
(2) $5y - 2x = 10$

Af (1) faaes: $x = \frac{7 + 2y}{3}$

Indsættes i (2) faaes: $5y - \frac{14 + 4y}{3} = 10.$

$$15y - 4y = 30 + 14$$

$$11y = 44 \text{ og } y = \frac{44}{11} = 4$$

$$x = \frac{7 + 8}{3} = 5.$$

Kvadratiske Ligninger

§ 20.

ere Ligninger, hvori den ubekjendte Størrelse forekommer i Potentsen 2. Forekommer den blot i denne Potents og man har bragt Ligningen til Formen: $x^2 = a$, saa er

$$x = \pm \sqrt{a}$$

Forekommer den Ubekjendte baade i Potentsen 1 og 2, saa bringer man Ligningen til Formen:

$$x^2 + ax = b$$

og adderer til paa begge Sider af Lighedstegnet Kvadratet af Halvparten af Coefficienten for andet Led, hvorved venstre Side af Ligningen bliver rational; man faar da:

$$x^2 + ax + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b + \frac{a^2}{4} = \frac{4b + a^2}{4}$$

$$\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{4b + a^2}{4}$$

$$x = \frac{-a \pm \sqrt{4b + a^2}}{2}$$

Exempel: $\frac{x}{4} - \frac{44}{x - 2} = 4$

$$x^2 - 2x - 176 = 16x - 32$$

$$x^2 - 18x = 144$$

$$9^2 = 81$$

$$x^2 - 18x + 9^2 = 225$$

$$x = -9 \pm \sqrt{225} = 24 \text{ og } -6$$

§ 21. **Kubiske Ligninger**

kaldes fuldstændige, naar de kunne bringes til Formen:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

Vil man finde x's Værdier i denne Ligning, saa bortskaffes først andet Led ved, at man sætter x lig en ny ubekjendt Størrelse minus Coefficienten for 2det Led divideret med Exponenten for første Led, altsaa:

$$x = y - \frac{a}{3}\text{; man faar da:}$$

$$\begin{aligned}
x^3 &= y^3 - ay^2 + \frac{a^2}{3}y - \left(\frac{a}{3}\right)^3 \\
ax^2 &= \qquad ay^2 - \frac{2}{3}a^2y + \left(\frac{a}{3}\right)^2 \\
bx &= \qquad\qquad by - \frac{ba}{3} \\
c &= \qquad\qquad c
\end{aligned}$$

$$x^3 + ax^2 + bx + c = y^3 + \left(\frac{a^2}{3} - \frac{2a^2}{3} + b\right)y$$
$$+ \left(\frac{a^3}{9} - \frac{a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c\right) = 0$$
$$y^3 + Ay + B = 0$$

Cardans Regel giver for alle positive og negative Værdier af Coefficienterne, undtagen naar A er negativ og $\left(\frac{A}{3}\right)^3 > \left(\frac{B}{2}\right)^2$, en Rod i denne Ligning

$$y = \sqrt[3]{-\frac{B}{2} + \sqrt{\left(\frac{A}{3}\right)^3 + \left(\frac{B}{2}\right)^2}}$$
$$+ \sqrt[3]{-\frac{B}{2} - \sqrt{\left(\frac{A}{3}\right)^3 + \left(\frac{B}{2}\right)^2}}$$

Er A negativ og $\left(\frac{A}{3}\right)^3 = \left(\frac{B}{2}\right)^2$, da ere Ligningens tre Rødder:

$$y = -2\sqrt[3]{\frac{B}{2}},\ y = \sqrt[3]{\frac{B}{2}} \text{ og } y = \sqrt[3]{\frac{B}{2}}$$

Er A negativ og $\left(\frac{A}{3}\right)^3 > \left(\frac{B}{2}\right)^2$, da har Ligningen 3 reelle Rødder, men disse kunne, da ovenstaaende Udtryk for dette Tilfælde bliver imaginært, ikke findes efter Car-

dans Regel. I dette Tilfælde, og kun i dette Tilfælde, er den trigonometriske Opløsning anvendelig. Denne giver for Ligningen:

$$y^3 + Ay + B = 0.$$

$y = r$ Sin. φ^0, $y = r$ Sin. $(60^0 - \varphi^0)$ og $y = -r$ Sin. $(60^0 + \varphi^0)$, hvor

$$r = \sqrt{-\frac{4}{3}A} \text{ og Sin. } 3\varphi^0 = \frac{B}{2}\left(-\frac{3}{A}\right)^{3/2}$$

Exempel I: $x^3 - 6x^2 + 20x - 30 = 0.$

$$x = y + \frac{6}{3} = y + 2$$

$$\begin{aligned} x^3 &= y^3 + 6y^2 + 12y + 8 \\ -6x^2 &= \quad\; - 6y^2 - 24y - 24 \\ +20x &= \qquad\qquad\; + 20y + 40 \\ -30 &= \qquad\qquad\qquad\;\; - 30 \\ \hline & y^3 + 8y - 6 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{og } y = \sqrt[3]{3 + \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^3 + 3^2}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^3 + 3^2}}$$

$$y = \sqrt[3]{8{,}288} - \sqrt[3]{2{,}288} = 2{,}0325 - 1{,}3178$$
$$= 0{,}7057 \text{ og } x = 0{,}7057 + 2 = 2{,}7057$$

Exempel II: $x^3 - 6x^2 + x + 20 = 0$

$$x = y + 2$$

$$\begin{aligned} \text{saa er } x^3 &= y^3 + 6y^2 + 12y + 8 \\ -6x^2 &= \quad\; - 6y^2 - 24y - 24 \\ x &= \qquad\qquad\;\; + y + 2 \\ +20 &= \qquad\qquad\qquad\; + 20 \\ \hline & y^3 - 11y + 6 = 0. \end{aligned}$$

$$r = \sqrt{-\frac{4}{3}A} = \sqrt{\frac{44}{3}} = 3{,}8295$$

$$\text{Sin } 3\,\varphi^0 = \frac{B}{2}\left(-\frac{3}{A}\right)^{3/2} = 3\left(\frac{3}{11}\right)^{1,5} = 0{,}4273$$

$$3\,\varphi^0 = 25^0\ 18'; \ \varphi^0 = 8^0\ 26'$$

$y = r$ Sin. $\varphi^0 = 3{,}8295 \times 0{,}14655 = 0{,}561$ og $x = 0{,}651 + 2 = 2{,}561$
$y = r$ Sin. $(60^0 - \varphi^0) = 3{,}8295 \times 0{,}783 = 3$ og $x = 3 + 2 = 5$
$y = r$ Sin. $(60^0 + \varphi^0) = -3{,}8295 \times 0{,}93 = -3{,}563$ og $x = -3{,}563 + 2 = -1{,}561.$

Kubiske og andre høiere Ligninger § 22.

løses ved Forsøg paa den Maade, at man i Ligningen for x efterhaanden indsætter Værdierne 0, ± 1, ± 2, ± 3 o. s. v. Fyldestgjøres Ligningen af noget af disse Tal, saa er Tallet en Rod i Ligningen. Finder man, at to paa hinanden følgende Tal give modsat Fortegn ved Sammentrækningen af Ligningens Led, saa viser dette, at en Rod lig-

ger mellem disse to Tal, og man kan da, ved fortsat Indsætning af Tal mellem disse to, komme Roden meget nær.

Exempel: $x^3 + 4x^2 - 3 = 0$

Sættes	$x = 0$,	saa er $x^3 + 4x^2 - 3 =$	-3	-1 er altsaa en Rod i Ligningen, og en anden ligger mellem 0 og $+1$
—	$x = \pm 1$,	„ $\pm 1 + 4 - 3 =$	$+2$ 0	
—	$x = \pm 2$,	„ $\pm 8 + 16 - 3 =$	$+21$ $+5$	
—	$x = \pm 3$,	„ $\pm 27 + 36 - 3 =$	$+60$ $+6$	den tredie Rod ligger altsaa mellem -3 og -4
—	$x = \pm 4$,	„ $\pm 64 + 64 - 3 =$	$+125$ -3	
—	$x = -3{,}5$	„ $-42{,}875 + 49 - 3 =$	$+3{,}125$	
—	$x = -3{,}7$	„ $-50{,}653 + 54{,}26 - 3 =$	$+1{,}107$	
—	$x = -3{,}8$	„ $-54{,}872 + 57{,}76 - 3 =$	$-0{,}112$	

Altsaa Roden ligger mellem $-3{,}7$ og $-3{,}8$. Den kan nu bestemmes nærmere efter følgende Regel: Forskjellen mellem de to Tal, hvorimellem Roden ligger, forholder sig til Forskjellen mellem Ligningens Værdier for disse to Tal som Forskjellen mellem Roden og det mindste af de to Tal forholder sig til Forskjellen mellem 0 og Ligningens Værdi for det mindste Tal.

Altsaa: for $x = -3{,}7$ blev Ligningens Værdi $+1{,}107$
- $x = -3{,}8$ „ — „ $-0{,}112$

$$(-0{,}1) : (-1{,}219) = z : (-1{,}107)$$

$$z = -\frac{1{,}107 \times 0{,}1}{1{,}219} = -0{,}0908, \text{ hvilket tillagt } -3{,}7$$

giver $x = -3{,}7908$.

Ved Division af Ligningen med x — den fundne hele Rod kunde man ogsaa have forringet Ligningen en Grad.

$$\text{Thi } \frac{x^3 + 4x^2 - 3}{x + 1} = x^2 + 3x - 3 = 0$$

hvoraf x findes $= -1{,}5 \pm \sqrt{5{,}25} = +0{,}971$ og $-3{,}791$

§ 23. Kjæderegelen.

Har man givet at t. Exp. 2 a'er er lig 3 b'er, 5 b'er er lig 7 c'er og 1 c lig 3 d'er, og man spørger hvormange d'er er lig 4 a'er, saa udføres dette paa den Maade, at man opskriver under hinanden de Ligninger Opgaven indeholder saaledes, at den første Ligning bliver Ligningen mellem det omspurgte Antal d'er og $4a$, den anden Ligningen mellem $2\,a$ og $3\,b$, den tredie mellem $5\,b$ og $7\,c$ o. s. v., altsaa:

$$xd = 4a$$
$$2a = 3b$$
$$5b = 7c$$
$$1c = 3d$$

hvorpaa man ved Multiplication af Leddene paa begge Sider faar:

$$x \,.\, 2 \,.\, 5 \,.\, 1 = 4 \,.\, 3 \,.\, 7 \,.\, 3 \text{ og } x = \frac{4 \,.\, 3 \,.\, 7 \,.\, 3}{2 \,.\, 5} = 25^1/_5.$$

Exempel: Hvormange engelske Mile gaar der paa en norsk Mil, naar 1 norsk Mil er lig 36000 norske Fod, 1 norsk Fod lig 139,0808 pariser Linier, 3 engelske Fod lig 405,3425 pariser Linier og 1 engelsk Mil lig 5280 eng. Fod?

$$x \; E.\ M. = 1 \; N.\ M.$$
$$1 \; N.\ M. = 36000 \; N.\ F.$$
$$1 \; N.\ F. = 139{,}0808 \; P.\ L.$$
$$405{,}3425 \; P.\ L. = 3 \; E.\ F.$$
$$5280 \; E.\ F. = 1 \; E.\ M.$$

$$x = \frac{36000 \times 139{,}0808 \times 3}{405{,}3425 \times 5280} = 7{,}011.$$

Capitel IV.

Rækker.

En Række er en Sammenstilling af Led, der følge paa hinanden i en vis Orden. Dersom Rækkens Coefficienter gaa frem efter en bestemt Lov, og Summen af Rækkens Led for visse Værdier af den foranderlige Størrelse ikke overstiger en bestemt endelig Størrelse, om Rækken fortsættes i det Uendelige, saa siges Rækken at være convergerende for disse Værdier. I modsat Fald kaldes den divergerende. Kjendetegnet paa at en uendelig Række er convergerende er, at den Kvotient, som fremkommer ved Division af et Led i det nærmest efterfølgende, er en ægte Brøk og enten er en og den samme for hele Rækken eller bliver mindre og mindre; bliver Kvotienten større jo længere man kommer ud i Rækken, da er denne i ethvert Tilfælde divergerende. § 24.

Binominalformelen. § 25.

$$\text{I.} \quad (a + x)^n = a^n + na^{n-1} . x + \frac{n\,(n-1)}{1 \,.\, 2}\, a^{n-2} . x^2$$
$$+ \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1 \,.\, 2 \,.\, 3}\, a^{n-3} . x^3 + \ldots .$$

$$\text{II.}\quad (a-x)^n = a^n - n\,a^{n-1}.x + \frac{n(n-1)}{1.2}\,a^{n-2}.x^2$$
$$-\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\,a^{n-3}\,x^3 + \ldots\ldots$$

I disse Formler kan Exponenten n være hvilketsomhelst helt, bruddent, positivt eller negativt Tal. Sættes $n = 1, 2, 3, 4$, o. s. v. faaes:

$$(a \pm x)^1 = a \pm x$$
$$(a \pm x)^2 = a^2 \pm 2ax + x^2$$
$$(a \pm x)^3 = a^3 \pm 3a^2x + 3ax^2 \pm x^3$$
$$(a \pm x)^4 = a^4 \pm 4a^3x + 6a^2x^2 \pm 4ax^3 + x^4$$
$$(a \pm x)^5 = a^5 \pm 5a^4x + 10a^3x^2 \pm 10a^2x^3 + 5ax^4 \pm x^5$$
$$(a \pm x)^6 = a^6 \pm 6a^5x + 15a^4x^2 \pm 20a^3x^3 + 15a^2x^4 \pm 6ax^5 + x^6.$$

Da $(a + x)^{1/n} = \sqrt[n]{a + x}$, saa kan Binominalformelen benyttes til Roduddragning, naar man i Formelen sætter $\frac{1}{n}$ for n. Man sætter da helst Formelen under følgende Form:

$$(a+x)^n = a^n\left[1 + n\,\frac{x}{a} + \frac{n\,(n-1)}{1.2}\cdot\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1.\,2.\,3}\cdot\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \ldots\right]$$

Sættes nu $n = \frac{1}{2}$ og $n = \frac{1}{3}$, saa faaes for Kvadrat- og Kubikroduddragning:

$$\sqrt{a+x} = \sqrt{a}\left[1 + \frac{1}{2}\,\frac{x}{a} - \frac{1}{8}\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(\frac{x}{a}\right)^3 - \frac{5}{128}\left(\frac{x}{a}\right)^4 + \frac{7}{256}\left(\frac{x}{a}\right)^5 - \ldots\right]$$

$$\sqrt[3]{a+x} = \sqrt[3]{a}\left[1 + \frac{1}{3}\,\frac{x}{a} - \frac{1}{9}\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{5}{81}\left(\frac{x}{a}\right)^3 - \frac{10}{243}\left(\frac{x}{a}\right)^4 + \frac{22}{729}\left(\frac{x}{a}\right)^5 - \ldots\right]$$

Exempel I: $\sqrt{103} = \sqrt{100+3} = \sqrt{10^2+3}$

$$= 10\left(1 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}03 - \frac{1}{8}\cdot\ 0{,}0009 + \frac{1}{16}\cdot\ 0{,}000027 - \frac{5}{128}\cdot 0{,}00000081 + \ldots\right)$$

$$= 10\,(1 + 0{,}015 - 0{,}0001125 + 0{,}000001685 - 0{,}00000003)$$
$$= 10 \times 1{,}01488915 = 10{,}1488915\ \ldots$$

Exempel II: $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{27-2} = \sqrt[3]{3^3 - 2}$

$$= 3\left(1 - \frac{1}{3}.\ 0{,}074074 - \frac{1}{9}.\ 0{,}005502 - \frac{5}{81}.\ 0{,}00040644 - \frac{10}{243}.\ 0{,}0000301 + \ldots.\right)$$

$$= 3\ (1 - 0{,}02469133 - 0{,}000611333 - 0{,}000025089 - 0{,}00000121 - 0{,}000000067)$$

$$= 3 \times 0{,}974670971 = 2{,}924012913.$$

Exponent- og Logarithmerækker. § 26.

I Rækken

$$\text{I} \ldots e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1.\ 2} + \frac{x^3}{1.\ 2.\ 3} + \frac{x^4}{1.\ 2.\ 3.\ 4} + \ldots.$$

er e Grundtallet i det naturlige Logarithmesystem og lig 2,7182818284; Rækkens Sum er altsaa Tallet, der svarer til den naturlige Logarithme x. Rækken er convergerende for alle Værdier af x, der ere mindre end 1.

Exempel: $e^{\frac{1}{4}} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{256} \cdot \frac{1}{24} + \frac{1}{1024} \cdot \frac{1}{120} + \ldots$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1{,}25 \\ 0{,}03125 \\ 0{,}0026041 \\ 0{,}0001627 \\ 0{,}0000081 \\ 0{,}0000003 \end{array} \right\} = 1{,}2840252.$$

I Rækken

$$\text{II} \ldots a^x = 1 + \frac{x}{m} + \frac{1}{1.\ 2}\left(\frac{x}{m}\right)^2 + \frac{1}{1.\ 2.\ 3}\left(\frac{x}{m}\right)^3 + \ldots.$$

er $\frac{1}{m}$ = Log. nat. a. For det briggiske Logarithmesystem er $a = 10$ og $\frac{1}{m}$ = Log. nat. 10 = 2,30258509...

$$\text{III} \ldots \text{Log. nat.}\ (1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \ldots$$

Denne Række er kun convergerende for de Værdier af x, der ere mindre end 1.

Exempel: Log. nat. $\frac{5}{4}$ = Log. nat. $\left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$

$$- \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{256} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{1024} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{4096} \cdot \frac{1}{6} + \ldots$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 0{,}25 \\ 0{,}0052083 \\ 0{,}0001953 \\ 0{,}0000087 \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} 0{,}03125 \\ 0{,}0009765 \\ 0{,}0000407 \\ 0{,}0000019 \end{array} \right\}$$

$$= 0{,}2554123 - 0{,}0322691 = 0{,}2231512$$

$$\text{IV} \ldots \text{Log. nat. } x = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 + \frac{1}{7}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^7 + \ldots\right]$$

Denne Række er convergerende ogsaa for Værdien x, der er større end 1, men jo større x tages, desto flere Led af Rækken maa sammensættes, for at Logarithmen skal blive nøiagtig paa et bestemt Antal Decimaler.

Exempel: $\text{Log. nat. } 2 = 2\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{1}{5}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^5 + \frac{1}{7}\left(\frac{1}{3}\right)^7 + \ldots\right]$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 0{,}3333333 \\ 0{,}0123457 \\ 0{,}0008230 \\ 0{,}0000653 \\ 0{,}0000056 \end{array} \right\} = 2 \times 0{,}3465729 = 0{,}6931458$$

$$\text{V} \ldots \text{Log. nat. } (x+y) = \text{Log. nat. } x + 2\left[\frac{y}{2x+y} + \frac{y}{3(2x+y)^3} + \frac{y}{5(2x+y)^5} + \frac{y}{7(2x+y)^7} + \ldots\right]$$

Denne Række anvendes, naar man har den naturlige Logarithme af et Tal og søger den naturlige Logarithme af høiere Tal.

Exempel: Log. nat. 9 = Log. nat. (8 + 1) = Log. nat. $(2^3 + 1) =$

$$3.\ \text{Log. nat. } 2 + 2\left[\frac{1}{17} + \frac{1}{3.\ 17^3} + \frac{1}{5.\ 17^5} + \frac{1}{7.\ 17^7} + \ldots\right]$$

$$= 2 \times \left\{ \begin{array}{l} 0{,}0588235 \\ 0{,}0000678 \\ 0{,}0000001 \end{array} \right\} + 3 \times 0{,}6931458$$

$$= 0{,}1177828 + 2{,}0794374 = 2{,}1972202.$$

En Regel for hvordan man af et Tals naturlige Logarithme finder dets briggiske er angivet i § 17.

Geometriske Progressioner §27.

ere Rækker af Formen:

$$a,\ ax,\ ax^2,\ ax^3,\ ax^4,\ \ldots\ ax^{n-1}$$

1 2 3 4 5 n^{te} Led.

x kaldes Rækkens Exponent. Betegner S Summen af alle Led og t sidste eller n^{te} Led, saa gjælde Formlerne:

$$I.\ t = ax^{n-1}$$

$$II.\ S = a.\frac{x^n - 1}{x - 1}$$

$$III.\ S = \frac{xt - a}{x - 1}$$

$$IV.\ S = \frac{t\,(x^n - 1)}{x^{n-1}(x - 1)}$$

$$V.\ S = \frac{\sqrt[n-1]{t^n} - \sqrt[n-1]{a^n}}{\sqrt[n-1]{t} - \sqrt[n-1]{a}}$$

Er Exponenten en ægte Brøk og Antallet af Led uendeligt stort, saa er $t = 0$ og $S = \frac{a}{1 - x}$.

Exempel I: Hvor stort er tiende Led og Summen af de 10 første Led i en Række hvis første Led er $\frac{1}{4}$ og hvis Exponent er $\frac{6}{5}$?

$$t = \frac{1}{4}\left(\frac{6}{5}\right)^9 = 1{,}2899$$

$$S = \frac{\frac{6}{5}\cdot 1{,}2899 - \frac{1}{4}}{\frac{6}{5} - 1} = \frac{1{,}29788}{\frac{1}{5}} = 6{,}4894.$$

Exempel II: At forvandle den periodiske Decimalbrøk 0,37373737 . . . til en almindelig Brøk.

$$0{,}373737\ldots = \frac{37}{100} + \frac{37}{10000} + \frac{37}{1000000} + \cdots$$

altsaa $x = \frac{1}{100}$, $a = \frac{37}{100}$ og $n = \infty$

og $S = \frac{0{,}37}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{37}{99}$.

Exempel III: $0{,}453535353\ldots = 0{,}4 + \frac{53}{1000} + \frac{53}{100000} + \cdots$

$$=0{,}4+\frac{53}{1000}\left[1+\frac{1}{100}+\frac{1}{100^2}+\frac{1}{100^3}+\dots\right]$$

$$=0{,}4+\frac{0{,}053}{1-\frac{1}{100}}=0{,}4+\frac{53}{990}=\frac{449}{990}.$$

§ 28. Sammensat Rentesregning og Annuitetsregning.

Er den oprindelige Kapital K og den aarlige Rente $=$ a Procent, saa er Kapitalen efter Forløbet af n Aar steget til:

$$V=\left(1+\frac{a}{100}\right)^n K$$

Af denne Ligning faaes videre:

$$K=\frac{V}{\left(1+\frac{a}{100}\right)^n}$$

$$a=100\left(\sqrt[n]{\frac{V}{K}}-1\right)$$

$$n=\frac{\text{Log. } V-\text{Log. } K}{\text{Log. }\left(1+\frac{a}{100}\right)}$$

Exempel I: En Kapital paa 315 Spd. er udlaant til 4 Procent aarlig Rente. Hvad er Kapitalens Værdi efter 18 Aar, naar Renten ved Enden af hvert Aar tillægges Kapitalen.

$$V=\left(1+\frac{4}{100}\right)^{18}\times 315=1{,}04^{18}\times 315=638 \text{ Spd. } 5 \text{ ß}.$$

Exempel II: En Bys Befolkning er i Løbet af 10 Aar aftaget fra 8400 til 7530; hvormange Procent er den bleven mindre for hvert Aar?

$$a=100\left(\sqrt[10]{\frac{7530}{8400}}-1\right)=100\,(-0{,}01089)=-1{,}089.$$

Exempel III: Hvormange Aar maa en Kapital staa for til 4 Procent aarlig Rente at fordobles?
Man har her $V=2\ K$ og

$$n=\frac{\text{Log. } 2\,K-\text{Log. } K}{\text{Log. }\left(1+\frac{4}{100}\right)}=\frac{\text{Log. } 2}{\text{Log. } 1{,}04}=\frac{0{,}30103}{0{,}01703}=17{,}68 \text{ Aar}.$$

Dersom Kapitalen ved Enden af hvert Aar tillægges

eller fratrækkes en bestemt Sum S, da bliver ovenstaaende Udtryk for V at forandre til

$$V = \left(1 + \frac{a}{100}\right)^n K \pm \left[\left(1 + \frac{a}{100}\right)^n - 1\right] \frac{100}{a} S.$$

V er mindre end K, dersom det aarlige Fratræk S er større end Renten $\frac{a}{100} K$ for det første Aar, og V er lig Nul, d. e. hele den oprindelige Kapital K er forbrugt, naar

$$\frac{S}{K} = \frac{\left(1 + \frac{a}{100}\right)^n}{\left(1 + \frac{a}{100}\right) - 1} \cdot \frac{a}{100},$$

hvilket Forbrug har fundet Sted i Tiden

$$n = \frac{\text{Log.}\, S - \text{Log.}\left(S - \frac{a}{100} K\right)}{\text{Log.}\left(1 + \frac{a}{100}\right)}.$$

Exempel I: En Mand indsætter 1000 Spd. i en Sparebank (3 %) og hvert af de følgende Aar 500 Spd.; hvormeget har han efter 11 Aars Forløb?

$$V = \left(1 + \frac{3}{100}\right)^{11} \cdot 1000 + \left[\left(1 + \frac{3}{100}\right)^{11} - 1\right] \cdot \frac{100}{3} \cdot 500$$

$$= 1{,}03^{11} \times 1000 + (1{,}03^{11} - 1) \cdot \frac{50000}{3} = 7789{,}_3 \text{ Spd.}$$

Exempel II: En Gjæld, som forrentes med 4 Procent er ved aarlig Afbetaling af 50 Spd. dækket i 21 Aar; hvor stor var Gjælden?

$$\frac{50}{K} = \frac{4}{100} \cdot \frac{\left(1 + \frac{4}{100}\right)^{21}}{\left(1 + \frac{4}{100}\right)^{21} - 1} \text{ og } K = \frac{50 \times 100 \times \left(\left(1 + \frac{4}{100}\right)^{21} - 1\right)}{4 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{21}}.$$

$$= \frac{5000 \times 1{,}2816}{4 \times 2{,}2816} = 703{,}_1 \text{ Spd.}$$

Exempel III: Til at dække en Gjæld paa 18000 Spd., Renten 5 %, anvendes aarligt 1400 Spd.; hvormange Aar medgaa til Gjældens Afbetaling?

$$n = \frac{\text{Log.}1400 - \text{Log.}\left(1400 - \frac{5}{100} \cdot 18000\right)}{\text{Log.}\left(1 + \frac{5}{100}\right)} = \frac{\text{Log.}1400 - \text{Log.}500}{\text{Log.}\ 1{,}05}$$

$$= \frac{3{,}14613 - 2{,}69897}{0{,}02119} = 21{,}_1 \text{ Aar.}$$

§ 29. Arithmetiske Rækker

eller Differentsrækker af første Orden ere Rækker af Formen:

$$a,\ a + d,\ a + 2d,\ a + 3d,\ \ldots\ a + (n-1)\, d.$$
$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \qquad n^{te} \text{ Led.}$$

Kaldes det n^{te} eller sidste Led t og Summen af de n første Led S, saa gjælde Formlerne:

$$\text{(I).}\quad t = a + (n - 1)\, d$$

$$\text{(II).}\quad S = \frac{a + t}{2} . n$$

$$\text{(III).}\quad S = \left(a + \frac{(n - 1)\, d}{2}\right) . n$$

$$\text{(IV).}\quad S = \left(t - \frac{(n - 1) d}{2}\right) . n$$

$$\text{(V).}\quad S = \frac{a + t}{2} \left(\frac{t - a}{d} + 1\right) .$$

Exempel I: Find det 21de Led og Summen af 21 Led i en arithmetisk Række, hvis første Led er 3 og hvis constante Differents er 2.

$$t = 3 + 20 \times 2 = 43$$
$$\text{og } S = \frac{3 + 43}{2} . 21 = 483.$$

Exempel II: Naar et fritfaldende Legeme i første Sekund gjennemløber $15^5/_8$ Fod og i hvert efterfølgende $31^1/_4$ Fod mere end i det foregaaende, hvormange Sekunder behøver da et Legeme for at falde gjennem et Rum af 1000 Fod?

Af (III) faaes: $1000 = 15^5/_8 + 15^5/_8 . n^2 - 15^5/_8 = 15^5/_8\, n^2$

$$\text{og } n = \sqrt{\frac{1000}{15^5/_8}} = 8 \text{ Sekunder.}$$

Exempel III: Dersom Legemet i de samme 8 Sekunder, naar det i første Sekund blot gjennemløb 10 Fod, skulde gjennemløbe 1000 Fod Vei, hvad blev da Legemets Tilvæxt i Vei pr. Sekund?

Af (III) faaes: $1000 = 80 + 32d - 4d = 80 + 28d$

$$\text{og } d = \frac{1000 - 80}{28} = 32{,}86 \text{ Fod pr. Sekund.}$$

Høiere arithmetiske Rækker. § 30.

Er $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \ldots\ldots a_n$ en høiere arithmetisk Række
$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad b_5 \ldots\ldots b_n$ 1ste Differentsrække
$c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5 \ldots\ldots c_n$ 2den —
$d_1 \quad d_2 \quad d_3 \quad d_4 \quad d_5 \ldots\ldots d_n$ 3die —

saa er det almindelige eller n^{te} Led i Hovedrækken bestemt ved Formelen:

$$a_n = a_1 + (n-1)b_1 + \frac{(n-1)\ (n-2)}{1.\,2}\,c_1 + \frac{(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{1.\,2.\,3}\,d_1 + \ldots$$

og det summatoriske Led, eller Summen af alle Led i Hovedrækken til og med a_n,

$$S_n = na_1 + \frac{n\ (n-1)}{1.\,2}\,b_1 + \frac{n\ (n-1)\ (n-2)}{1.\,2.\,3}\,c_1 + \frac{n\ (n-1)\ (n-2)\ (n-3)}{1.\,2.\,3.\,4}\,d_1 + \ldots$$

Har Hovedrækken blot 2 Differentsrækker, saa bliver

$$a_n = a_1 + (n-1)\,b_1 + \frac{1}{2}(n-1)\ (n-2)\ c_1$$

og $S_n = na_1 + \frac{1}{2}n\,(n-1)\,b_1 + \frac{1}{6}n\,(n-1)\ (n-2)\,c_1$

Antallet af Kugler i de paa hinanden følgende Lag i de forskjellige Slags Kuglestabler ere:

I de 3kantede Pyramidestabler 1. 3. 6. 10. 15 . . .
„ 4kantede — 1. 4. 9. 16. 25 . . .
„ langagtige med m Kugler i Ryggen $m.\ 2m + 2.\ 3m + 6.\ 4m + 12 \ldots$

For den første Række er $a_1 = 1$; $b_1 = 2$; $c_1 = 1$ og

$$S_n = n + n\ (n-1) + \frac{1}{6}n\,(n-1)\ (n-2).$$

For den anden Række er $a_1 = 1$; $b_1 = 3$; $c_1 = 2$ og

$$S_n = n + \frac{3}{2}n\,(n-1) + \frac{1}{3}\ n\,(n-1)\ (n-2).$$

For den tredie Række er $a_1 = m$; $b_1 = m+2$; $c_1 = 2$ og

$$S_n = m.\,n + \frac{1}{2}\ n\,(n-1)\ (m+2) + \frac{1}{3}n\,(n-1)\ (n-2).$$

Disse Formler ere de saakaldte Kuglestabelformler.

Exempel: 1. 2. 15. 52. 125 . . . være Hovedrækken
1. 13. 37. 73. . . . 1ste Differentsrække
12. 24. 36. . . . 2den —
12. 12. . . . 3die —

For denne Række er altsaa $a_1 = 1$; $b_1 = 1$; $c_1 = 12$; $d^1 = 12$ og

$$n^{te} \text{ Led} = 1 + (n-1) + \frac{(n-1)(n-2)}{1.\,2}.\,12 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.\,2.\,3.}.\,12 = 2n^3 - 6n^2 + 5n$$

$$\text{og } S_n = n + \frac{n(n-1)}{1.\,2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.\,2.\,3}.\,12 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.\,2.\,3.\,4}.\,12 = \frac{n^4}{2} - n^3 + \frac{3}{2}n.$$

Efter disse Formler er t. Exp. det 10de Led = 2000 — 600 + 50 = 1450 og Summen af 10 Led = 5000 — 1000 + 15 = 4015.

§ 31. Potentsrækker.

Betegner $\Sigma(n)$ Summen af de naturlige Tal fra 1 til n, $\Sigma(n^2)$ Summen af deres Kvadrater, $\Sigma(n^3)$ Summen af deres Kuber o. s. v., saa faaes disse Summer ved Sammentrækning af Formelen for det summatoriske Led for en arithmetisk Række, naar i Formelen indsættes vedkommende Rækkes Værdier for a_1 b_1 c_1 o. s. v. til:

(I) $\Sigma(n) = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$

(II) $\Sigma(n^2) = \frac{1}{3} n^3 + \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{6} n$

(III) $\Sigma(n^3) = \frac{1}{4} n^4 + \frac{1}{2} n^3 + \frac{1}{4} n^2$

(IV) $\Sigma(n^4) = \frac{1}{5} n^5 + \frac{1}{2} n^4 + \frac{1}{3} n^3 - \frac{1}{30} n$

(V) $\Sigma(n^5) = \frac{1}{6} n^6 + \frac{1}{2} n^5 + \frac{5}{12} n^4 - \frac{1}{12} n^2$

(VI) $\Sigma(n^6) = \frac{1}{7} n^7 + \frac{1}{2} n^6 + \frac{1}{2} n^5 - \frac{1}{6} n^3 + \frac{1}{42} n.$

Exempel: Summen af alle Kuber fra 1^3 til 10^3 er

$$\Sigma(10^3) = \frac{1}{4}\, 10000 + \frac{1}{2}\, 1000 + \frac{1}{4}\, 100 = 3025.$$

§ 32. Interpolation.

Ere Differentserne mellem to og to paa hinanden følgende Tal i en Tabel ikke ligestore saaledes, at t. Exp. til

Størrelserne: 1. 2. 3. 4. 5 o. s. v. med lige Differentser høre

Værdierne: 2. 4. 7. 11. 16 o. s. v. og man søger et Led y i den nederste Række, der svarer til 1,5 i den

øverste, da er den simple Maade at interpolere paa, efter hvilken y vilde blive $\frac{2+4}{2} = 3$, ikke rigtig. Dersom Rækken er af en slig Beskaffenhed, at den har et endeligt Antal Differentsrækker, eller dersom Differentserne blive mindre og mindre og tilsidst saa smaa, at de kunne sættes ud af Betragtning, da kan man anvende Formelen for n^{te} Led i en arithmetisk Række, nemlig:

$$y = a_1 + (n-1)b_1 + \frac{(n-1)(n-2)}{1.\ 2} c_1 + \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1.\ 2.\ 3} d_1 + \ldots$$

i hvilken som forhen a_1, b_1, c_1 o. s. v. ere Begyndelsesleddene i Hovedrække og Differentsrækker. I ovenstaaende Exempel bliver $a_1 = 2$; $b_1 = 2$; $c_1 = 1$ og $n = 1^1/_2$, altsaa

$$y = 2 + (1^1/_2 - 1)\,2 + \frac{(1^1/_2 - 1)(1^1/_2 - 2)}{1.\ 2}.\,1 = 3 - \frac{1}{8} = 2^7/_8.$$

Exempel 1. At finde $\sqrt[3]{10{,}3}$ af Kubikrodtabellen i Bogen.

Man finder $\sqrt[3]{10} = 2{,}1544$			
	0,0696		
$\sqrt[3]{11} = 2{,}2240$		$-0{,}0042$	
	0,0654		0,0007
$\sqrt[3]{12} = 2{,}2894$		$-0{,}0035$	
	0,0619		
$\sqrt[3]{13} = 2{,}3513$			

og $$\sqrt[3]{10{,}3} = 2{,}1544 + (1,3-1)\,0{,}0696 + \frac{(1,3-1)(1,3-2)}{1.\ 2.}(-0.0042) + \ldots$$

$$= 2{,}1544 + 0{,}02088 + 0{,}00044 + 0{,}00004 = 2{,}17576\ ..$$

Geometriske Tabeller.

Almindelig Maal-, Vægt- og Mynt-Tabel.

Belgien.

Som i Frankrig.

Danmark.

Længdemaal: 1 Fod = 12 Tommer = 144 Linier = 139,13 par. Linier; 1 Rode = 10 Fod; 1 Favn = 6 Fod; 1 Mil = 24000 Fod.

Flademaal: 1 Tønde Land = 10000 Kvadratalen.

Kubikmaal: 1 Tønde = $4^1/_2$ Kubikfod = 8 Skjepper; for flydende Varer: 1 Oxehoved = 6 Ankere; 1 Anker 20 Kander = 40 Potter; 1 Pot = 4 Pegle = 54 Kub.tommer.

Vægt: 1 gammelt Pund = 32 Lod = 128 Kvintin = 499,309 Gramm; 1 Centner = 100 Pund; 1 Læst = $16^1/_4$ Skippund = 52 Centner; 1 nyt Pund = $^1/_2$ Kilogramm = 0,99862 gammelt Pund.

Mynt: 1 Rigsdaler = 6 Mark = 96 Skilling = 60 Skilling norsk.

England.

Længdemaal: 1 Yard = 3 Fod = 36 Tommer = 405,3425 par. Linier; 1 Mil (statute mile) = 8 Furlongs = 320 Poles = 5280 Fod.

Flademaal: 1 Acre = 160 Kvadrat Poles.

Kubikmaal: 1 Load = 10 Quarters = 80 Bushels = 640 Gallons; for flydende Varer: 1 Gallon = 4 Quarts = 8 Pints = 32 Gills = 277,2738 Kub.tommer.

Vægt: 1 Pund Avoir du pois = 16 Unzer = 256 Drachmer (drams) = 768 Skrupler = 7680 Gran (grains) = 453,5976 Gramm; 1 Pund Troy = 12 Unzer = 0,8228 Av. Pund; 1 Ton = 20 Centner = 2240 Av. Pund.

Mynt: 1 Pund Sterling = 20 Shillings = 240 Pence = 4 Speciedaler 55 Skilling norsk.

Frankrig.

Længdemaal: 1 gammel Fod = 12 Tommer = 144 Linier = 0,324839 Meter; 1 Toise = 6 Fod; 1 ny

Fod = $^{1}/_{3}$ Meter; 1 ny Toise = 2 Meter; 1 Mil (lieue) = 1 Myriameter = 10000 Meter; 1 Meter = 10 Decimeter = 100 Centimeter = 1000 Millimeter = 0,1 Decameter = 0,01 Hectometer = 0,001 Kilometer = 3,07844 gml. par. Fod.

Flademaal: 1 Are = 100 Kvadratmeter; 1 Hectare = 100 Ares.

Kubikmaal: 1 Liter = 1 Kubikdecimeter; 1 Hectoliter = 100 Litres; 1 Stere = 1 Kubikmeter.

Vægt: 1 gammelt Pund = 489,506 Gramm; 1 nyt Pund = 500 Gramm = 16 Onces = 128 Gros = 9216 Graines; 1 Kilogramm = 1000 Gramm = Vægten af en Kubikdecimeter Vand af største Tæthed veiet i lufttomt Rum; 1 Centner (Quintal) = 100 Kilogramm; 1 Skibston (Millier) = 1000 Kilogramm.

Mynt: 1 Franc = 20 Sous = 100 Centimes = 21 Skilling norsk.

Holland.

Maal og Vægt som i Frankrig.

Mynt: 1 Gylden = 100 Cents = 45 Skilling norsk.

Norge.

Længdemaal: 1 Fod = 12 Tommer = 144 Linier = 139,0808 par. Linier; 1 Favn = 3 Alen = 6 Fod; 1 Mil = 36000 Fod.

Flademaal: 1 Maal = 2500 Kvadratalen.

Kubikmaal: 1 Tønde = 8 Skjepper = 144 Potter = $4^{1}/_{2}$ Kubikfod; 1 Pot = 54 Kub.tommer; 1 Kornlæst = 12 Tønder; 1 Saltlæst = 18 Tønder; for flydende Varer: 1 Fad = 2 Piber = 4 Oxehoveder = 24 Ankere; 1 Anker = 40 Potter; 1 Pot = 4 Pegle.

Vægt: 1 Pund = 32 Lod = 128 Kvintin = 499,309 Gramm; 1 Centner = 100 Pund; 1 Skippund = 20 Lispund = 320 Pund; 1 Pund = 2 Mærker; 1 Vog = 3 Bismerpund; 1 Bismerpund = 24 Mærker.

Mynt: 1 Speciedaler = 5 Mark = 120 Skilling.

Portugal.

Længdemaal: 1 Fod (Pé) = $1^{1}/_{2}$ Palmos = 12 Tommer (Pollegadas) = 144 Linier (Linhas) = 146,88 par. Linier.

Kubikmaal: 1 Moio = 15 Fangas = 60 Alqueires = 2 Meios = 16 Celamines = 13,841 franske Litres; for flydende Varer: 1 Almuda = 2 Potes = 12 Canadas = 48 Cuartillos = 16,74 franske Litres.

Vægt: 1 Centner (Quintal) = 4 Arrobas = 128 Libras; 1 Libra = 4 Quartas = 16 Onças = 128 Oitavas = 459 Gramm.

Mynt: 1 Millereis = 1000 Reis = $118^{2}/_{3}$ Skilling norsk.

Preussen.

Længdemaal: 1 Fod = 12 Tommer = 139,13 par. Linier; 1 Alen (Elle) = 25½ Tomme; 1 Favn (Lachter) = 80 Tommer; 1 Ruthe = 12 Fod; 1 Mil = 24000 Fod.
Flademaal: 1 Morgen = 180 Kvadratruthen.
Kubikmaal: 1 Tonne = 4 Scheffel = 64 Metzen = 7½ Kubikfod; for flydende Varer: 1 Oxehoved = 1½ Ohm = 6 Ankere = 180 Quart; 1 Quart = 64 Kub.tommer.
Vægt: 1 gammelt Pund = 32 Lod = 128 Kvintin = 467,711 Gramm; 1 nyt Pund = 30 Lod = 300 Kvintin = 3000 Cent = ½ Kilogramm = 1,069036 gammelt Pund; 1 nyt Centner = 5 Sten = 100 Pund; 1 gammelt Centner = 110 Pund; 1 Skibslæst = 4000 Pund.
Mynt: 1 Thaler = 30 Silbergroschen = 360 Pfennige = 80 Skilling norsk.

Spanien.

Maal og Vægt som i Frankrig.
Mynt: 1 Duro = 20 Reales = 113½ Skilling norsk.

Sverige.

Længdemaal: 1 Fod = 10 Tommer = 100 Linier = 131,615 par. Linier; 1 Favn = 3 Alen = 6 Fod; 1 Mil = 36000 Fod.
Flademaal: 1 Tønde Land = 56000 Kvadratfod.
Kubikmaal: 1 Tønde = 2 Span = 32 Kapper = 56 Kander = 112 Stop = 5,6 Kubikfod; for flydende Varer: 1 Åm = 4 Ankere = 60 Kander = 120 Stop.
Vægt: 1 Pund = 32 Lod = 128 Kvintin = 425,3395 Gramm; 1 Centner = 120 Pund; 1 Skippund = 20 Lispund = 400 Pund; 1 nyt Pund = 100 Korn = 10000 Ort = 1 gammelt Pund.
Mynt: 1 Riksdaler = 100 Ører = 30 Skilling norsk.

Rusland.

Længdemaal: 1 Fod = 1 engelsk Fod = 135,114 par. Linier; 1 Favn (Sashen) = 7 Fod; 1 Werst = 3500 Fod.
Flademaal: 1 Dessætine = 2400 Kvadratfavne.
Kubikmaal: 1 Tschetwert = 8 Tschetwerik = 32 Tschetwerka = 64 Garnitza = 6,1153 par. Kubikfod; for flydende Varer: 1 Wedro = 10 Kruschki = 620,019 par. = 750,568 russ. Kub.tommer.
Vægt: 1 Pund = 32 Lod = 96 Solotnik = 409,52 Gramm; 1 Skippund (Berkowetz) = 10 Pud = 400 Pund.
Mynt: 1 Sølvrubel = 100 Kopek = 86 Skilling.

Østerig.

Længdemaal: 1 Fod = 12 Tommer = 140,127 par. Linier; 1 Alen (Elle) = 2,465 Fod; 1 Favn (Klafter) = 6 Fod; 1 Mil = 24000 Fod.
Flademaal: 1 Joch = 1600 Kvadrat Klafter.
Kubikmaal: 1 Muth = 30 Metzen = 480 Maassel = 1920 Futtermaassel = 58,413 Kubikfod; for flydende Varer: 1 Eimer = 40 Maass = 160 Seidel = 320 Pfiff = 1,792 Kubikfod.
Vægt: 1 Wiener Pund = 32 Lod = 560,012 Gramm; 1 Centner = 5 Sten = 100 Pund.
Mynt: 1 Gylden = 100 Kreutzer = 53 Skilling norsk.

Schweitz.

Længdemaal: 1 Fod = 10 Tommer = 0,3 Meter; 1 Alen (Elle) = 2 Fod; 1 Ruthe = 10 Fod; 1 Mil = 29629 Fod = $^6/_5$ geografiske Mile.
Flademaal: 1 Juchart = 400 Kvadrat Ruthen.
Kubikmaal: 1 Maas (Pot) = $1^1/_2$ Liter; 1 Viertel (Quateron) = 15 Liter; 1 Malter = 10 Viertel = 100 Immi.
Vægt: 1 Pund = 32 Lod = 500 Gramm; 1 Centner = 5 Sten = 100 Pund = 50 Kilogramm.
Mynt: Som i Frankrig.

Tab. II. Reduktionstabel for Længdemaal.

Meter.	Gammel Pariser Fod	Engelsk og russisk Fod.	Wiener Fod.	Schweitzer Fod.	Portugisisk Fod.	Gammel Spansk Fod	Svensk Fod.	Norsk Fod.
1	3,07844	3,28090	3,16345	3,33333	3,03030	3,59282	3,36806	3,18733
0,32484	1	1,06577	1,02761	1,08280	0,98436	1,16710	1,09408	1,03537
0,30479	0,93829	1	0,96420	1,01598	0,92362	1,09508	1,02659	0,97148
0,31611	0,97313	1,03713	1	1,05370	0,95791	1,13574	1,06465	1,00752
0,30000	0,92353	0,98427	0,94903	1	0,90909	1,07787	1,01042	0,95620
0,33000	1,01589	1,08270	1,04394	1,10000	1	1,18564	1,11146	1,05610
0,27833	0,85682	0,91317	0,88048	0,92770	0,84342	1	0,93743	0,88713
0,29691	0,91401	0,97410	0,93924	0,98969	0,89972	1,06674	1	0,94632
0,31374	0,96584	1,02936	0,99253	1,04581	0,94690	1,12724	1,05672	1

Tab. III. Reduktionstabel for Flademaal.

Kv. Meter.	Pariser Kv. Fod.	Engelsk og Russisk Kv. Fod.	Wiener Kv. Fod.	Schweitzer Kv. Fod.	Portugisisk Kv. Fod.	Spansk Kv. Fod.	Svensk Kv. Fod.	Norsk Kv. Fod.
1	9,47682	10,76430	10,00739	11,11111	9,18282	12,90836	11,34386	10,15905
0,10552	1	1,13586	1,05599	1,17245	0,96896	1,36214	1,19701	1,07199
0,09290	0,88039	1	0,92968	1,03222	0,85307	1,19921	1,05388	0,94377
0,09993	0,94698	1,07564	1	1,11029	0,91760	1,28990	1,13348	1,01510
0,09000	0,85291	0,96879	0,90067	1	0,82645	1,16180	1,02095	0,91432
0,10890	1,03203	1,17223	1,08981	1,21000	1	1,40575	1,23535	1,11530
0,07747	0,73415	0,83389	0,77525	0,86063	0,71136	1	0,87878	0,78700
0,08815	0,83541	0,94887	0,88218	0,97948	0,80949	1,11379	1	0,89552
0,09843	0,93285	1,05958	0,98512	1,09372	0,89662	1,27067	1,11667	1

Tab. IV. Reduktionstabel for Kubikmaal.

Kub. Meter.	Pariser Kub. Fod.	Engelsk og Russisk Kub. Fod.	Wiener Kub. Fod.	Schweitzer Kub. Fod.	Portugisisk Kub. Fod.	Spansk Kub. Fod.	Svensk Kub. Fod.	Norsk Kub. Fod.
1	29,17385	35,31658	31,65785	37,03704	27,82670	46,37741	38,20679	32,38022
0,03428	1	1,21056	1,08515	1,26953	0,95381	1,58975	1,30963	1,10990
0,02832	0,82607	1	0,89640	1,04872	0,78791	1,31323	1,08190	0,91686
0,03159	0,92154	1,11557	1	1,16992	0,87898	1,46499	1,20677	1,02274
0,02700	0,78769	0,95355	0,85476	1	0,75130	1,25223	1,03158	0,87427
0,03594	1,04843	1,26916	1,13770	1,33100	1	1,66672	1,37304	1,17783
0,02156	0,62904	0,76149	0,68259	1,79841	0,59998	1	0,82380	0,69817
0,02617	0,76357	0,92430	0,82858	0,96938	0,72831	1,18813	1	0,87427
0,03088	0,90098	1,09070	0,97777	1,14382	0,84901	1,43233	1,18001	1

Tab. V. Reduktionstabel for Vægt.

Kilo-gramm.	Gammelt Fransk Pund.	Engelsk Pund Av. d.pois	Russisk Pund.	Kölnsk Mark.	Wiener Pund.	Portugi-sisk Pund.	Svensk Pund.	Nyt Preusisk Pund (1/2 Kilogr.)	Norsk Pund.	Gammelt Preusisk Pund.
1	2,04288	2,20460	2,44118	4,27693	1,78567	2,17865	2,35266	2,00000	2,00757	2,13807
0,48951	1	1,07916	1,19532	2,09358	0,87410	1,06646	1,15164	0,97901	0,98272	1,04660
0,45360	0,92664	1	1,10763	1,94001	0,80998	0,98823	1,06713	0,90720	0,91063	0,96982
0,40952	0,83660	0,90283	1	1,75149	0,73127	0,89220	0,96346	0,81904	0,82215	0,87558
0,23381	0,47765	0,51546	0,57094	1	0,41751	0,50939	0,55001	0,46762	0,46939	0,49991
0,56001	1,14404	1,23460	1,36748	2,39514	1	1,22007	1,31753	1,12002	1,12686	1,19735
0,45900	0,93768	1,01195	1,12082	1,96312	0,81962	1	1,07988	0,91800	0,92148	0,98138
0,42505	0,86833	0,93709	1,03816	1,81814	0,75899	0,92603	1	0,85010	0,85391	0,90878
0,50000	1,02144	1,10230	1,22094	2,13847	0,89284	1,08933	1,17633	1	1,00379	1,06904
0,49811	1,01758	1,09814	1,21633	2,13041	0,88946	1,08521	1,17109	0,99622	1	1,06499
0,46771	0,95548	1,03111	1,14210	2,00037	0,83518	1,01898	1,10037	0,93542	0,93897	1

Tab. VI. Miltabel.

	Norske Fod.	Meter.
En norsk Mil	36000	11294,6
„ engelsk Mil = 5280 Fod . . .	5129,4	1609,3
„ engelsk Sømil = 1/60 Grad . . .	5913	1855
„ fransk Myriameter	31873,2	10000
„ geografisk Mil (norsk Sømil) = 1/15 Grad	23651,8	7420,2
„ preusisk Mil = 24000 Fod . .	2408,4	7530,4
„ østerigsk Mil = 24000 Fod . .	24180,9	7587,5
„ schweitzersk Mil = 16000 Fod .	15299	4799,9
„ svensk Mil = 36000 Fod . . .	34067,9	10688,6
„ russisk Werst = 3500 Fod . .	3400,2	1066,8

Tab. VII. Forvandlingstabeller.

No. 1 og No. 2 af efterfølgende Tabeller tjene til Forvandliug af Længdemaal udtrykt ved Tommer og Ottende-

1. Forvandling af Tommer og Ottendedele af Tommer til Fod.

Tommer.	0	1	2	3	4	5
Ottendedele.						
0	0,0000	0,0833	0,1667	0,2500	0,3333	0,4167
1	0,0104	0,0937	0,1771	0,2604	0,3437	0,4271
2	0,0208	0,1042	0,1875	0,2708	0,3542	0,4375
3	0,0312	0,1146	0,1979	0,2812	0,3646	0,4479
4	0,0417	0,1250	0,2083	0,2917	0,3750	0,4583
5	0,0521	0,1354	0,2187	0,3021	0,3854	0,4688
6	0,0625	0,1458	0,2292	0,3125	0,3958	0,4792
7	0,0729	0,1563	0,2396	0,3229	0,4062	0,4896

2. Forvandling af Tommer og Linier til Fod.

Tommer.	0	1	2	3	4	5
Linier.						
0	0,0000	0,0833	0,1667	0,2500	0,3333	0,4167
1	0,0069	0,0903	0,1736	0,2569	0,3403	0,4236
2	0,0139	0,0972	0,1805	0,2639	0,3472	0,4305
3	0,0208	0,1042	0,1875	0,2708	0,3542	0,4375
4	0,0278	0,1111	0,1944	0,2778	0,3611	0,4444
5	0,0347	0,1181	0,2014	0,2847	0,3681	0,4514
6	0,0417	0,1250	0,2083	0,2917	0,3750	0,4583
7	0,0486	0,1319	0,2153	0,2986	0,3819	0,4653
8	0,0556	0,1389	0,2222	0,3056	0,3889	0,4722
9	0,0625	0,1458	0,2292	0,3125	0,3958	0,4792
10	0,0694	0,1528	0,2361	0,3194	0,4028	0,4861
11	0,0764	0,1597	0,2430	0,3264	0,4097	0,4930

dele af Tommer og Længdemaal udtrykt ved Tommer og Linier til Fod, No. 3 og No. 4 til Forvandling af Kvadrattommer og Kubiktommer til Decimalbrøk af Kvadratfod og Kubikfod og de fire sidste til Forvandling af norsk Maal til Metermaal og omvendt og til Forvandling af norsk Maal til engelsk Maal og omvendt. Deres Indretning er indlysende uden nærmere Forklaring, og til Exempel paa deres Anvendelse kan tjene Følgende:

Efter Tab. No. 1 findes $7^5/_8$ Tommer = 0,6354 Fod.

Efter Tab. No. 4 findes 835 Kub.tommer = (8 × 100 + 3 × 10 + 5) Kub.tommer

$$= \left\{ \begin{matrix} 0{,}46296 \\ 0{,}01736 \\ 0{,}00289 \end{matrix} \right\} = 0{,}48321 \text{ Kubikfod.}$$

Efter Tab. No. 8 findes 6 Fod $7^1/_4$ Tomme engelsk

$$= \left\{ \begin{matrix} \text{5 Fod 9 Tmr. 11,06 Ln.} \\ \text{6 „ 9,58 „} \\ \text{2,91 „} \end{matrix} \right\} = \text{6 Fod 4 Tommer 11,55 Linier norsk.}$$

1. Forvandling af Tommer og Ottendedele af Tommer til Fod.

6	7	8	9	10	11
0,5000	0,5833	0,6667	0,7500	0,8333	0,9167
0,5104	0,5938	0,6771	0,7604	0,8438	0,9271
0,5208	0,6042	0,6875	0,7708	0,8542	0,9375
0,5312	0,6146	0,6979	0,7812	0,8646	0,9479
0,5417	0,6250	0,7083	0,7917	0,8750	0,9583
0,5521	0,6354	0,7187	0,8021	0,8854	0,9687
0,5625	0,6458	0,7292	0,8125	0,8958	0,9792
0,5729	0,6563	0,7396	0,8229	0,9063	0,9896

2. Forvandling af Tommer og Linier til Fod.

6	7	8	9	10	11
0,5000	0,5833	0,6667	0,7500	0,8333	0,9167
0,5069	0,5903	0,6736	0,7569	0,8403	0,9236
0,5139	0,5972	0,6805	0,7639	0,8472	0,9305
0,5208	0,6042	0,6875	0,7708	0,8542	0,9375
0,5278	0,6111	0,6944	0,7778	0,8611	0,9444
0,5347	0,6181	0,7014	0,7847	0,8681	0,9514
0,5417	0,6250	0,7083	0,7917	0,8750	0,9583
0,5486	0,6319	0,7153	0,7986	0,8819	0,9653
0,5556	0,6389	0,7222	0,8056	0,8889	0,9722
0,5625	0,6458	0,7292	0,8125	0,8958	0,9792
0,5694	0,6528	0,7361	0,8194	0,9028	0,9861
0,5764	0,6597	0,7430	0,8264	0,9097	0,9930

3. Forvandling af Kvadrattommer til Kvadratfod.

Kvadrattommer	1	2	3	4
Kvadratfod	0,006944	0,013889	0,020833	0,027778

4. Forvandling af Kubiktommer til Kubikfod.

Kubiktommer	1	2	3	4
Kubikfod	0,0005787	0,0011574	0,0017361	0,0023148

5. Forvandling af norsk Maal til Metermaal.

Fod.	Meter.	Tommer.	Meter.	Linier	Meter.
1	0,31374	1	0,02615	1	0,00218
2	0,62749	2	0,05229	2	0,00436
3	0,94123	3	0,07844	3	0,00654
4	1,25497	4	0,10458	4	0,00872
5	1,56871	5	0,13073	5	0,01090
6	1,88245	6	0,15687	6	0,01307
7	2,19620	7	0,18302	7	0,01525
8	2,50994	8	0,20916	8	0,01743
9	2,82368	9	0,23531	9	0,01961
10	3,13742	10	0,26145	10	0,02179
11	3,45117	11	0,28760	11	0,02397
12	3,76491	12	0,31374	12	0,02615

6. Forvandling af Metermaal til norsk Maal.

Meter.	Norsk Maal.					
	Fod.	Tommer.	Linier.	Fod.	Tommer.	Linier.
1	3	2	2,97	3,18733	38,249	458,97
2	6	4	4,95	6,37465	76,496	917,95
3	9	6	7,92	9,56198	114,744	1376,92
4	12	8	10,90	12,74931	152,991	1835,90
5	15	11	1,87	15,93664	191,239	2294,87
6	19	1	4,85	19,12396	229,487	2753,85
7	22	3	7,82	22,31129	267,735	3212,82
8	25	5	10,80	25,49862	305,983	3671,79
9	28	8	1,77	28,68594	344,231	4130,77

3. Forvandling af Kvadrattommer til Kvadratfod.

5	6	7	8	9	10
0,034722	0,041667	0,048611	0,055556	0,062500	0,069444

4. Forvandling af Kubiktommer til Kubikfod.

5	6	7	8	9	10
0,0028935	0,0034722	0,0040509	0,0046296	0,0052083	0,0057870

5. Forvandling af norsk Maal til Metermaal.

Kvadrat-fod.	Kvadrat-meter.	Kvadrat-tom.	Kvadrat-centim.	Kubikfod	Kubik-meter.	Kubik-tom.	Kubik-centim.
1	0,09843	1	6,836	1	0,03088	1	17,872
2	0,19687	2	13,671	2	0,06177	2	35,744
3	0,29530	3	20,507	3	0,09265	3	53,616
4	0,39374	4	27,343	4	0,12353	4	71,489
5	0,49217	5	34,179	5	0,15442	5	89,361
6	0,59061	6	41,014	6	0,18530	6	107,233
7	0,68904	7	47,850	7	0,21618	7	125,105
8	0,78748	8	54,686	8	0,24706	8	142,977
9	0,88591	9	61,522	9	0,27795	9	110,849
10	0,98434	10	68,357	10	0,30883	10	178,721
11	1,08278	11	75,193	11	0,33971	11	196,593
12	1,18121	12	82,029	12	0,37060	12	214,465

6. Forvandling af Metermaal til norsk Maal.

	Norsk Maal.				
Kvadrat-meter.	Kvadrat-fod.	Kvadrat-tommer.	Kubik-meter.	Kubikfod	Kubik-tommer.
1	10,1591	1462,90	1	32,3802	55953,0
2	20,3181	2925,79	2	64,7604	111906,0
3	30,4772	4388,69	3	97,1407	167859,0
4	40,6362	5851,58	4	129,5209	223811,9
5	50,7953	7314,48	5	161,9011	279764,9
6	60,9543	8777,38	6	194,2813	335717,9
7	71,1134	10240,27	7	226,6615	391670,9
8	81,2724	11703,17	8	258,0417	447623,9
9	91,4315	13166,06	9	291,4219	503576,9

7. Forvandling af norsk Maal til engelsk Maal.

Norsk Maal.	Engelsk Maal.			
	Tommer.	Linier.	Fod.	Tommer.
1 Tomme	1	0,35	0,08578	1,0294
2 „	2	0,70	0,17156	2,0587
3 „	3	1,06	0,25734	3,0881
4 „	4	1,41	0,34312	4,1174
5 „	5	1,76	0,42890	5,1468
6 „	6	2,11	0,51468	6,1762
7 „	7	2,47	0,60046	7,2055
8 „	8	2,82	0,68624	8,2349
9 „	9	3,17	0,77202	9,2642
10 „	10	3,52	0,85780	10,2936
11 „	11	3,88	0,94358	11,3230

8. Forvandling af engelsk Maal til norsk Maal.

Engelsk Maal.	Norsk Maal.				
	Fod.	Tommer.	Linier.	Fod.	Tommer.
1 Fod.	—	11	7,89	0,97148	11,6578
2 „	1	11	3,79	1,94296	23,3155
3 „	2	10	11,68	2,91444	34,9733
4 „	3	10	7,57	3,88592	46,6310
5 „	4	10	3,47	4,85740	58,2888
6 „	5	9	11,36	5,82888	69,9466
7 „	6	9	7,25	6,80036	81,6043
8 „	7	9	3,14	7,77184	93,2621
9 „	8	8	11,04	8,74332	104,9198

Anviisning til Brugen af Tabellen over de trigonometriske Linier.

Efterfølgende Tabel indeholder de trigonometriske Linier Sinus, Cosinus, Tangens, Cotangens samt deres Logarithmer for alle Vinkler fra 0° til 90° med 10 Minutters Mellemrum. De to yderst paa hver Side staaende verticale Rader indeholde Vinklerne, og de fire mellemliggende indeholde de til disse hørende trig. Linier saaledes, at for Vinkler, der tages i Raderne yderst til Venstre, gjælde Overskrifterne: Sinus, Log. Sinus, Tangens og Log. Tangens, og for Vinkler, der tages i Raderne til Høire, gjælde Underskrifterne: Cosinus, Log. Cosinus, Cotangens og Log.

7. Forvandling af norsk Maal til engelsk Maal.

Norsk Maal.	Engelsk Maal.				
	Fod.	Tommer.	Linier.	Fod.	Tommer.
1 Fod	1	—	4,23	1,02936	12,3523
2 „	2	—	8,46	2,05872	24,7046
3 „	3	1	0,68	3,08807	37,0570
4 „	4	1	5,91	4,11743	49,4092
5 „	5	1	9,14	5,14679	61,7615
6 „	6	2	1,37	6,17615	74,1137
7 „	7	2	5,59	7,20550	86,4660
8 „	8	2	9,82	8,23486	98,8183
9 „	9	3	2,05	9,26422	111,1706

8. Forvandling af engelsk Maal til norsk Maal.

Engelsk Maal.	Norsk Maal.			
	Tommer.	Linier.	Fod.	Tommer.
1 Tomme	—	11,66	0,08096	0,9715
2 „	1	11,32	0,16191	1,9430
3 „	2	10,97	0,24287	2,9144
4 „	3	10,63	0,32383	3,8859
5 „	4	10,29	0,40479	4,8574
6 „	5	9,95	0,48574	5,8289
7 „	6	9,60	0,56670	6,8004
8 „	7	9,26	0,64766	7,7718
9 „	8	8,92	0,72861	8,7433
10 „	9	8,58	0,80957	9,7148
11 „	10	8,24	0,89053	10,6863

Cotangens eller, om man har givet en trig. Linie, t. Exp. Sinus, der findes i en Rad, hvis Overskrift er Sinus, saa findes den tilsvarende Vinkel til Venstre paa Siden saaledes, at Minutterne staa i samme horizontale Rad som den givne Sinus og Graderne ligeledes eller nærmest over. Findes derimod den givne Linie i en Rad, hvis Underskrift er Sinus, saa findes den tilsvarende Vinkel til Høire paa Siden saaledes, at Minutterne staa i samme horizontale Rad som Linien eller nærmest under. Man finder saaledes:

Sin. 24° 20′ = 0,41205
Cos. 65° 30′ = 0,41469
Cot. 31° 50′ = 1,61074
0,47971 = Sin. 28° 40′
0,26724 = Cos. 74° 30′

De Tal, der findes mellem hver sex og sex horizontale Rader, ere Differentserne mellem de nærmest over og under staaende trig. Linier. Disse benyttes ved Interpolation. Har man nemlig at søge Sinus, Log. Sinus, Tangens eller Log. Tangens til en Vinkel, der ikke findes i Tabellen, saa multipliceres denne Differents med Differentsen mellem den nærmest mindste og den givne Vinkel, og Tiendedelen af Productet tillagt den til den nærmest mindste Vinkel svarende trig. Linie giver den søgte trig. Linie. Omvendt, har man en trig. Linie af de ovennævnte, og den ikke findes i Tabellen, saa divideres denne Differents i 10 Gange Differentsen mellem den i Tabellen nærmest mindste og den givne trig. Linie. Kvotienten er da det Antal Minutter, der tillagt den nærmest mindste Vinkel giver den søgte.

Exemel I: Log. Sin. 25° 8′ = 9,62811
thi Log. Sin. 25° 0′ = 9,62595

$$\frac{8 \times 270}{10} = \;.\;.\quad 216$$

9,62811

Exempel II: 1,81140 = Tang. 61° 5,9′
thi 1,80405 = Tang. 61° 0′

$$\frac{10 \times 735}{1244} = \;.\;.\;.\quad 5{,}9'.$$

Har man at søge Cosinus, Cotangens eller disses Logarithmer, saa er at mærke, at, da disse Linier voxe naar Vinkelen aftager, Tiendedelen af Productet af Differentsen mellem de nærmeste Linier i Tabellen og Differentsen mellem den nærmest mindste og den givne Vinkel fratrækkes den til den nærmest mindste Vinkel svarende trig. Linie og omvendt, om man søger en Vinkel til en af ovennævnte Linier, at man dividerer Differentsen mellem de nærmeste Linier i Tabellen i 10 Gange Differentsen mellem den nærmest største og den givne Linie for at faa det Antal Minutter, der tillagt den nærmest mindste Vinkel giver den søgte.

Exempel I: Log. Cos. 54° 53′ = 9,75985
thi Log. Cos. 54° 50′ = 9,67039

$$\frac{3 \times 180}{10} = \quad 54$$

9,75985

Exempel II: 1,85962 = Cot. 28° 16,1′
thi 1,86760 = Cot. 28° 10′

$$\frac{10 \times 798}{1298} = \quad 6{,}1'$$

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Log. Sin.	Sinus.	Log.Tang	Tang.	Vinkel. Min.	Vinkel. Gr.
0	0	— ∞	0,00000	— ∞	0,00000	0	90
	10	7,46373	0,00291	7,4373	0,00291	50	
	20	7,76475	0,00582	7,76476	0,00582	40	
	30	7,94084	0,00873	7,94086	0,00873	30	
	40	8,06578	0,01164	8,06581	0,01164	20	
	50	8,16268	0,01454	8,16273	0,01455	10	
		3918	291	7919	291		
1	0	8,24186	0,01745	8,24192	0,01746	0	89
	10	8,30879	0,02036	8,30888	0,02037	50	
	20	8,36678	0,02327	8,36689	0,02328	40	
	30	8,41792	0,02618	8,41807	0,02619	30	
	40	8,46366	0,02909	8,46385	0,02910	20	
	50	8,50504	0,03199	8,50527	0,03201	10	
		3778	291	3781	291		
2	0	8,54282	0,03490	8,54308	0,03492	0	88
	10	8,57757	0,03781	8,57788	0,03783	50	
	20	8,60973	0,04071	8,61009	0,04075	40	
	30	8,63968	0,04362	8,64009	0,04366	30	
	40	8,66769	0,04653	8,66816	0,04658	20	
	50	8,69400	0,04943	8,69453	0,04949	10	
		2480	291	2487	292		
3	0	8,71880	0,05234	8,71940	0,05241	0	87
	10	8,74226	0,05524	8,74292	0,05533	50	
	20	8,76451	0,05815	8,76525	0,05824	40	
	30	8,78568	0,06105	8,78649	0,06116	30	
	40	8,80585	0,06395	8,80674	0,06408	20	
	50	8,82513	0,06685	8,82610	0,06700	10	
		1845	291	1854	293		
4	0	8,84358	0,06976	8,84464	0,06993	0	86
	10	8,86128	0,07266	8,86243	0,07285	50	
	20	8,87829	0,07556	8,87953	0,07578	40	
	30	8,89464	0,07846	8,89598	0,07870	30	
	40	8,91041	0,08136	8,91185	0,08163	20	
	50	8,92561	0,08426	8,92716	0,08456	10	
		1469	290	1679	293		
5	0	8,94030	0,08716	8,94195	0,08749	0	85
	10	8,95450	0,09005	8,95627	0,09042	50	
	20	8,96825	0,09295	8,97013	0,09335	40	
	30	8,98157	0,09585	8,98358	0,09629	30	
	40	8,97450	0,09874	8,99662	0,09923	20	
	50	9,00704	0,10164	9,00930	0,10216	10	
		1219	289	1232	294		
6	0	9,01923	0,10453	9,02162	0,10510	0	84
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel. Gr.	Min.	Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Min.	Vinkel. Gr
6	0	9,01923	0,10453	9,02162	0,10510	0	84
	10	9,03109	0,10742	9,03361	0,10805	50	
	20	9,04262	0,11031	9,04528	0,11099	40	
	30	9,05386	0,11320	9,05666	0,11394	30	
	40	9,06481	0,11609	9,06775	0,11688	20	
	50	9,07548	0,11898	9,07868	0,11983	10	
		1041	289	1056	296		
7	0	9,08589	0,12187	9,08914	0,12279	0	83
	10	9,09606	0,12476	9,09947	0,12574	50	
	20	9,10599	0,12764	9,10956	0,12869	40	
	30	9,11570	0,13053	9,11943	0,13165	30	
	40	9,12519	0,13341	9,12909	0,13461	20	
	50	9,13447	0,13629	9,13854	0,13758	10	
		909	288	926	296		
8	0	9,14356	0,13917	9,14780	0,14054	0	82
	10	9,15245	0,14205	9,15688	0,14351	50	
	20	9,16116	0,14493	9,16577	0,14648	40	
	30	9,16970	0,14781	9,17450	0,14945	30	
	40	9,17807	0,15069	9,18306	0,15243	20	
	50	9,18628	0,15356	9,19146	0,15540	10	
		805	287	825	298		
9	0	9,19433	0,15643	9,19971	0,15838	0	81
	10	9,20223	0,15931	9,20783	0,16137	50	
	20	9,20999	0,16218	9,21578	0,16435	40	
	30	9,21761	0,16505	9,22361	0,16734	30	
	40	9,22509	0,16792	9,23130	0,17033	20	
	50	9,23244	0,17078	9,23887	0,17333	10	
		723	287	745	300		
10	0	9,23967	0,17365	9,24632	0,17633	0	80
	10	9,24677	0,17651	9,25365	0,17933	50	
	20	9,25376	0,17938	9,26086	0,18233	40	
	30	9,26063	0,18224	9,26797	0,18534	30	
	40	9,26739	0,18510	9,27496	0,18835	20	
	50	9,27405	0,18795	9,28186	0,19136	10	
		655	286	679	302		
11	0	9,28060	0,19081	9,28865	0,19438	0	79
	10	9,28705	0,19366	9,29535	0,19740	50	
	20	9,29340	0,19652	9,30195	0,20043	40	
	30	9,29966	0,19937	9,30846	0,20345	30	
	40	9,30582	0,20222	9,31489	0,20648	20	
	50	9,31189	0,20507	9,32122	0,20952	10	
		599	284	625	304		
12	0	9,31788	0,20791	9,32747	0,21256	0	78
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.		Vinkel.

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Log. Sin.	Sinus.	Log Tang	Tang.	Vinkel. Min.	Vinkel. Gr.
12	0	9,31788	0,20791	9,32747	0,21256	0	78
	10	9,32378	0,21076	9,33365	0,21560	50	
	20	9,32960	0,21360	9,33974	0,21865	40	
	30	9,33534	0,21644	9,34576	0,22170	30	
	40	9,34100	0,21928	9,35170	0,22475	20	
	50	9,34658	0,22212	9,35757	0,22781	10	
		551	283	579	306		
13	0	9,35209	0,22495	9,36336	0,23087	0	77
	10	9,35752	0,22778	9,36909	0,23393	50	
	20	9,36289	0,23062	9,37476	0,23700	40	
	30	9,36819	0,23345	9,38035	0,24008	30	
	40	9,37341	0,23627	9,38589	0,24316	20	
	50	9,37858	0,23910	9,39136	0,24624	10	
		510	282	541	309		
14	0	9,38368	0,24192	9,39677	0,24933	0	76
	10	9,38871	0,24474	9,40212	0,25242	50	
	20	9,39369	0,24756	9,40742	0,25552	40	
	30	9,39860	0,25038	9,41266	0,25862	30	
	40	9,40346	0,25320	9,41784	0,26172	20	
	50	9,40825	0,25601	9,42297	0,26483	10	
		475	281	508	312		
15	0	9,41300	0,25882	9,42805	0,26795	0	75
	10	9,41768	0,26163	9,43308	0,27107	50	
	20	9,42232	0,26443	9,43806	0,27419	40	
	30	9,42690	0,26724	9,44299	0,27733	30	
	40	9,43143	0,27004	9,44787	0,28046	20	
	50	9,43591	0,27284	9,45271	0,28360	10	
		443	280	479	315		
16	0	9,44034	0,27564	9,45750	0,28675	0	74
	10	9,44472	0,27843	9,46224	0,28990	50	
	20	9,44905	0,28123	9,46694	0,29305	40	
	30	9,45334	0,28402	9,47160	0,29621	30	
	40	9,45758	0,28680	9,47622	0,29938	20	
	50	9,46178	0,28959	9,48080	0,30255	10	
		416	278	454	318		
17	0	9,46594	0,29237	9,48534	0,30573	0	73
	10	9,47005	0,29515	9,48984	0,30891	50	
	20	9,47411	0,29793	9,49430	0,31210	40	
	30	9,47814	0,30071	9,49872	0,31530	30	
	40	9,48213	0,30348	9,50311	0,31850	20	
	50	9,48607	0,30625	9,50746	0,32171	10	
		391	277	432	321		
18	0	9,48998	0,30902	9,51178	0,32492	0	72
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
18	0	9,48998	0,30902	9,51178	0,32492	0	72
	10	9,49385	0,31178	9,51606	0,32814	50	
	20	9,49768	0,31455	9,52031	0,33136	40	
	30	9,50148	0,31731	9,52452	0,33460	30	
	40	9,50523	0,32006	9,52870	0,33783	20	
	50	9,50896	0,32282	9,53285	0,34108	10	
		368	275	412	325		
19	0	9,51264	0,32557	9,53697	0,34433	0	71
	10	9,51629	0,32832	9,54106	0,34759	50	
	20	9,51991	0,33106	9,54512	0,35085	40	
	30	9,52350	0,33381	9,54915	0,35412	30	
	40	9,52705	0,33655	9,55315	0,35740	20	
	50	9,53057	0,33929	9,55712	0,36068	10	
		348	273	395	329		
20	0	9,53405	0,34202	9,56107	0,36397	0	70
	10	9,53751	0,34475	9,56498	0,3 .727	50	
	20	9,54093	0,34748	9,56887	0,37057	40	
	30	9,54433	0,35021	9,57274	0,37389	30	
	40	9,54769	0,35293	9,57658	0,37720	20	
	50	9,55102	0,35565	9,58039	0,38053	10	
		331	272	379	333		
21	0	9,55433	0,35837	9,55418	0,38386	0	69
	10	9,55761	0,36108	9,58794	0,38721	50	
	20	9,56085	0,36379	9,59168	0,39055	40	
	30	9,56408	0,36650	9,59540	0,39391	30	
	40	9,56727	0,36921	9,59909	0,39728	20	
	50	9,57044	0,37191	9,60276	0,40065	10	
		314	270	365	338		
22	0	9,57358	0,37461	9,60641	0,40403	0	68
	10	9,57669	0,37730	9,61004	0,40741	50	
	20	9,57978	0,37999	9,61364	0,41081	40	
	30	9,58284	0,38268	9,61722	0,41421	30	
	40	9,58588	0,38537	9,62079	0,41763	20	
	50	9,58889	0,38805	9,62433	0,42105	10	
		299	268	352	343		
23	0	9,59188	0,39073	9,62785	0,42448	0	67
	10	9,59484	0,39341	9,63135	0,42791	50	
	20	9,59778	0,39608	9,63484	0,43136	40	
	30	9,60070	0,39875	9,63830	0,43481	30	
	40	9,60359	0,40142	9,64175	0,43828	20	
	50	9,60646	0,40408	9,64517	0,44175	10	
		285	266	341	348		
24	0	9,60931	0,40674	9,64858	0,44523	0	66
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
24	0	9,60931	0,40674	9,64858	0,44523	0	66
	10	9,61214	0,40939	9,65197	0,44872	50	
	20	9,61494	0,41205	9,65535	0,45222	40	
	30	9,61773	0,41469	9,65870	0,45573	30	
	40	9,62049	0,41734	9,66204	0,45924	20	
	50	9,62323	0,41998	9,66537	0,46277	10	
		272	264	330	354		
25	0	9,62595	0,42262	9,66867	0,46631	0	65
	10	9.62865	0,42525	9,67196	0,46985	50	
	20	9,63133	0,42788	9,67524	0,47341	40	
	30	9,63398	0,43051	9,67850	0,47698	30	
	40	9,63662	0,43314	9,68174	0,48055	20	
	50	9,63924	0,43576	9,68497	0,48414	10	
		260	261	321	359		
26	0	9,64184	0,43837	9,68818	0,48773	0	64
	10	9,64442	0,44098	9,69138	0,49134	50	
	20	9,64698	0,44359	9,69457	0,49496	40	
	30	9,64953	0,44620	9,69774	0,49858	30	
	40	9,65205	0,44880	9,70089	0,50222	20	
	50	9,65456	0,45140	9,70404	0,50587	10	
		249	259	313	366		
27	0	9,65705	0,45399	9,70717	0,50953	0	63
	10	9,65952	0,45658	9,71028	0,51320	50	
	20	9,66197	0,45917	9,71339	0,51688	40	
	30	9,66441	0,46175	9,71648	0,52057	30	
	40	9,66682	0,46433	9,71955	0,52427	20	
	50	9,66923	0,46690	9,72262	0,52798	10	
		238	257	305	373		
28	0	9,67161	0,46947	9,72567	0,53171	0	62
	10	9,67398	0,47204	9,72872	0,53545	50	
	20	9,67633	0,47460	9,73175	0,53920	40	
	30	9,67866	0,47716	9,73476	0,54296	30	
	40	9,68098	0,47971	9,73777	0,54673	20	
	50	9,68328	0,48226	9,74077	0,55051	10	
		229	255	298	380		
29	0	9,68557	0,48481	9,74375	0,55431	0	61
	10	9,68784	0,48735	9,74673	0,55812	50	
	20	9,69010	0,48989	9,74969	0,56194	40	
	30	9,69234	0,49242	9,75264	0,56577	30	
	40	9,69456	0,49495	9,75558	0,56962	20	
	50	9,69677	0,49748	9,75852	0,57348	10	
		220	252	292	387		
30	0	9,69897	0,50000	9,76144	0,57735	0	60
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
30	0	9,69897	0,50000	9,76144	0,57735	0	60
	10	9,70115	0,50252	9,76435	0,58124	50	
	20	9,70332	0,50503	9,76726	0,58513	40	
	30	9,70547	0,50754	9,77015	0,58905	30	
	40	9,70761	0,51004	9,77303	0,59297	20	
	50	9,70973	0,51254	9,77591	0,59691	10	
		211	250	286	395		
31	0	9,71184	0,51504	9,77877	0,60086	0	59
	10	9,71393	0,51753	9,78163	0,60483	50	
	20	9,71602	0,52002	9,78448	0,60881	40	
	30	9,71809	0,52250	9,78732	0,61280	30	
	40	9,72014	0,52498	9,79015	0,61681	20	
	50	9,72218	0,52745	9,79297	0,62083	10	
		203	247	282	404		
32	0	9,72421	0,52992	9,79579	0,62487	0	58
	10	9,72622	0,53238	9,79860	0,62892	50	
	20	9,72823	0,53484	9,80140	0,63299	40	
	30	9,73022	0,53730	9,80419	0,63707	30	
	40	9,73219	0,53975	9,80697	0,64117	20	
	50	9,73416	0,54220	9,80975	0,64528	10	
		195	244	277	413		
33	0	9,73611	0,54464	9,81252	0,64941	0	57
	10	9,73805	0,54708	9,81528	0,65355	50	
	20	9,73997	0,54951	9,81803	0,65771	40	
	30	9,74189	0,55194	9,82078	0,66189	30	
	40	9,74379	0,55436	9,82352	0,66608	20	
	50	9,74568	0,55678	9,82626	0,67028	10	
		188	241	273	423		
34	0	9,74756	0,55919	9,82899	0,67451	0	56
	10	9,74943	0,56160	9,83171	0,67875	50	
	20	9,75128	0,56401	9,83442	0,68301	40	
	30	9,75313	0,56641	9,83713	0,68728	30	
	40	9,75496	0,56880	9,83984	0,69157	20	
	50	9,75678	0,57119	9,84254	0,69588	10	
		181	239	269	433		
35	0	9,75859	0,57358	9,84523	0,70021	0	55
	10	9,76039	0,57596	9,84791	0,70455	50	
	20	9,76218	0,57833	9,85059	0,70891	40	
	30	9,76395	0,58070	9,85327	0,71329	30	
	40	9,76572	0,58307	9,85594	0,71769	20	
	50	9,76747	0,58543	9,85860	0,72211	10	
		175	236	266	443		
36	0	9,76922	0,58779	9,86126	0,72654	0	54
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log.Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
36	0	9,76922	0,58779	9,86126	0,72654	0	54
	10	9,77095	0,59014	9,86392	0,73100	50	
	20	9,77268	0,59248	9,86656	0,73547	40	
	30	9,77439	0,59482	9,86921	0,73996	30	
	40	9,77609	0,59716	9,87185	0,74447	20	
	50	9,77778	0,59949	9,87448	0,74900	10	
		168	233	263	455		
37	0	9,77946	0,60182	9,87711	0,75355	0	53
	10	9,78113	0,60414	9,87974	0,75813	50	
	20	9,78280	0,60645	9,88236	0,76272	40	
	30	9,78445	0,60876	9,88498	0,76733	30	
	40	9,78609	0,61107	9,88759	0,77196	20	
	50	9,78772	0,61337	9,89020	0,77661	10	
		162	229	261	468		
38	0	9,78934	0,61566	9,89281	0,78129	0	52
	10	9,79095	0,61795	9,89541	0,78598	50	
	20	9,79256	0,62024	9,89801	0,79070	40	
	30	9,79415	0,62252	9,90061	0,79544	30	
	40	9,79573	0,62479	9,90320	0,80020	20	
	50	9,79731	0,62706	9,90578	0,80498	10	
		156	226	259	480		
39	0	9,79887	0,62932	9,90837	0,80978	0	51
	10	9,80043	0,63158	9,91095	0,81461	50	
	20	9,80197	0,63383	9,91353	0,81946	40	
	30	9,80351	0,63608	9,91610	0,82434	30	
	40	9,80504	0,63832	9,91868	0,82923	20	
	50	9,80656	0,64056	9,92125	0,83416	10	
		151	223	256	494		
40	0	9,80807	0,64279	9,92381	0,83910	0	50
	10	9,80957	0,64501	9,92638	0,84407	50	
	20	9,81106	0,64723	9,92894	0,84906	40	
	30	9,81254	0,64945	9,93150	0,85408	30	
	40	9,81402	0,65166	9,93406	0,85912	20	
	50	9,81549	0,65386	9,93661	0,86419	10	
		145	220	255	510		
41	0	9,81694	0,65606	9,93916	0,86929	0	49
	10	9,81839	0,65825	9,94171	0,87441	50	
	20	9,81983	0,66044	9,94426	0,87955	40	
	30	9,82126	0,66262	9,94681	0,88473	30	
	40	9,82269	0,66480	9,94935	0,88992	20	
	50	9,82410	0,66697	9,95190	0,89515	10	
		141	216	254	525		
42	0	9,82551	0,66913	9,95444	0,90040	0	48
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel. Min.	Vinkel. Gr.
42	0	9,82551	0,66913	9,95444	0,90040	0	48
	10	9,82691	0,67129	9,95698	0,90569	50	
	20	9,82830	0,67344	9,95952	0,91099	40	
	30	9,82968	0,67559	9,96205	0,91633	30	
	40	9,83106	0,67773	9,96459	0,92170	20	
	50	9,83242	0,67987	9,96712	0,92709	10	
		136	213	254	543		
43	0	9,83378	0,68200	9,96966	0,93252	0	47
	10	9,83513	0,68412	9,97219	0,93797	50	
	20	9,83648	0,68624	9,97472	0,94345	40	
	30	9,83781	0,68836	9,97725	0,94897	30	
	40	9,83914	0,69046	9,97978	0,95451	20	
	50	9,84046	0,69256	9,98231	0,96008	10	
		131	210	253	561		
44	0	9,84177	0,69466	9,98484	0,96569	0	46
	10	9,84308	0,69675	9,98737	0,97133	50	
	20	9,84437	0,69883	9,98989	0,97700	40	
	30	9,84566	0,70091	9,99242	0,98270	30	
	40	9,84694	0,70298	9,99495	0,98843	20	
	50	9,84822	0,70505	9,99747	0,99420	10	
		127	206	253	580		
45	0	9,84949	0,70711	10,00000	1,00000	0	45
	10	9,85074	0,70916	10,00253	1,00584	50	
	20	9,85200	0,71121	10,00505	1,01170	40	
	30	9,85324	0,71325	10,00758	1,01761	30	
	40	9,85448	0,71529	10,01011	1,02355	20	
	50	9,85571	0,71732	10,01263	1,02952	10	
		122	202	253	601		
46	0	9,85693	0,71934	10,01516	1,03553	0	44
	10	9,85815	0,72136	10,01769	1,04158	50	
	20	9,85936	0,72337	10,02022	1,04766	40	
	30	9,86056	0,72537	10,02275	1,05378	30	
	40	9,86176	0,72737	10,02528	1,05994	20	
	50	9,86295	0,72937	10,02781	1,06613	10	
		118	198	253	624		
47	0	9,86413	0,73135	10,03034	1,07237	0	43
	10	9,86530	0,73333	10,03288	1,07864	50	
	20	9,86647	0,73531	10,03541	1,08496	40	
	30	9,86763	0,73728	10,03795	1,09131	30	
	40	9,86879	0,73924	10,04048	1,09770	20	
	50	9,86993	0,74120	10,04302	1,10414	10	
		114	195	254	647		
48	0	9,87107	0,74315	10,04556	1,11061	0	42
Gr.	Min.					Min.	Gr
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
48	0	9,87107	0,74315	10,04556	1,11061	0	42
	10	9,87221	0,74509	10,04810	1,11713	50	
	20	9,87334	0,74703	10,05065	1,12369	40	
	30	9,87446	0,74896	10,05319	1,13029	30	
	40	9,87557	0,75088	10,05574	1,13694	20	
	50	9,87668	0,75280	10,05829	1,14363	10	
		110	191	255	674		
49	0	9,87778	0,75471	10 06084	1,15037	0	41
	10	9,87887	0,75662	10,06339	1,15715	50	
	20	9,87996	0,75851	10,06594	1,16398	40	
	30	9,88105	0,76041	10,06850	1,17085	30	
	40	9,88212	0,76229	10,07106	1,17777	20	
	50	9,88319	0,76417	10,07362	1,18474	10	
		106	187	257	701		
50	0	9,88425	0,76604	10,07619	1,19175	0	40
	10	9,88531	0,76791	10,07875	1,19882	50	
	20	9,88636	0,76977	10,08132	1,20593	40	
	30	9,88741	0,77163	10,08390	1,21310	30	
	40	9,88844	0,77347	10 08647	1,22031	20	
	50	9,88948	0,77531	10,08905	1,22758	10	
		102	184	258	732		
51	0	9,89050	0,77715	10,09163	1,23490	0	39
	10	9,89152	0,77897	10,09422	1,24227	50	
	20	9,89254	0,78079	10,09680	1 24969	40	
	30	9,89354	0,78261	10,09939	1,25717	30	
	40	9 89455	0,78442	10,10199	1,26471	20	
	50	9,89554	0,78622	10,10459	1,27230	10	
		99	179	260	764		
52	0	9,89653	0,78801	10,10719	1,27994	0	38
	10	9,89752	0,78980	10,10980	1,28765	50	
	20	9,89849	0,79158	10,11241	1,29541	40	
	30	9,89947	0,79335	10,11502	1,30323	30	
	40	9,90043	0,79512	10,11764	1,31111	20	
	50	9,90139	0,79688	10,12026	1,31904	10	
		96	176	263	801		
53	0	9,90235	0,79864	10,12289	1,32705	0	37
	10	9,90330	0,80038	10,12552	1,33511	50	
	20	9,90424	0,80212	10,12815	1,34323	40	
	30	9,90518	0,80386	10,13079	1,35142	30	
	40	9,90611	0,80558	10,13344	1,35968	20	
	50	9,90704	0,80730	10,13608	1,36800	10	
		92	172	266	838		
54	0	9,90796	0,80902	10,13874	1,37638	0	36
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
54	0	9,90796	0,80902	10,13874	1,37638	0	36
	10	9,90887	0,81072	10,14140	1,38484	50	
	20	9,90978	0,81242	10,14406	1,39336	40	
	30	9,91069	0,81412	10,14673	1,40195	30	
	40	9,91158	0,81580	10,14941	1,41061	20	
	50	9,91248	0,81748	10,15209	1,41934	10	
		88	167	268	881		
55	0	9,91336	0,81915	10,15477	1,42815	0	35
	10	9,91425	0,82082	10,15746	1,43703	50	
	20	9,91512	0,82248	10,16016	1,44598	40	
	30	9,91599	0,82413	10,16287	1,45501	30	
	40	9,91686	0,82577	10,16558	1,46412	20	
	50	9,91772	0,82741	10,16829	1,47330	10	
		85	163	272	926		
56	0	9,91857	0,82904	10,17101	1,48256	0	34
	10	9,91942	0,83066	10,17374	1,49190	50	
	20	9,92027	0,83228	10,17648	1,50133	40	
	30	9,92111	0,83389	10,17922	1,51084	30	
	40	9,92194	0,83549	10,18197	1,52043	20	
	50	9,92277	0,83708	10,18472	1,53010	10	
		82	159	276	977		
57	0	9,92359	0,83867	10,18748	1,53987	0	33
	10	9,92441	0,84025	10,19025	1,54972	50	
	20	9,92522	0,84183	10,19303	1,55966	40	
	30	9,92603	0,84339	10,19581	1,56969	30	
	40	9,92683	0,84495	10,19860	1,57981	20	
	50	9,92763	0,84650	10,20140	1,59002	10	
		79	155	281	1032		
58	0	9,92842	0,84805	10,20421	1,60034	0	32
	10	9,92921	0,84959	10,20703	1,61074	50	
	20	9,92999	0,85112	10,20985	1,62125	40	
	30	9,93077	0,85264	10,21268	1,63185	30	
	40	9,93154	0,85416	10,21552	1,64256	20	
	50	9,93230	0,85567	10,21837	1,65337	10	
		77	150	286	1091		
59	0	9,93307	0,85717	10,22123	1,66428	0	31
	10	9,93382	0,85866	10,22409	1,67530	50	
	20	9,93457	0,86015	10,22697	1,68643	40	
	30	9,93532	0,86163	10,22985	1,69766	30	
	40	9,93606	0,86310	10,23275	1,70901	20	
	50	9,93680	0,86457	10,23565	1,72047	10	
		73	146	291	1158		
60	0	9,93753	0,86603	10,23856	1,73205	0	30
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
60	0	9,93753	0,86603	10,23856	1,73205	0	30
	10	9,93826	0,86748	10,24148	1,74375	50	
	20	9,93898	0,86892	10,24442	1,75556	40	
	30	9,93970	0,87036	10,24736	1,76749	30	
	40	9,94041	0,87178	10,25031	1,77955	20	
	50	9,94112	0,87321	10,25327	1,79174	10	
		70	141	298	1231		
61	0	9,94182	0,87462	10,25625	1,80405	0	29
	10	9,94252	0,87603	10,25923	1,81649	50	
	20	9,94321	0,87743	10,26223	1,82906	40	
	30	9,94390	0,87882	10,26524	1,84177	30	
	40	9,94458	0,88020	10,26825	1,85462	20	
	50	9,94526	0,88158	10,27128	1,86760	10	
		67	137	305	1313		
62	0	9,94593	0,88295	10 27433	1,88073	0	28
	10	9,54660	0,88431	10,27738	1,89400	50	
	20	9,94727	0,88566	10,28045	1,90742	40	
	30	9,94793	0,88701	10,28352	1,92098	30	
	40	9,94858	0,88835	10,28661	1,93470	20	
	50	9,94923	0,88968	10,28972	1,94858	10	
		65	133	311	1403		
63	0	9,94988	0,89101	10,29283	1,96261	0	27
	10	9,95052	0,89232	10,29596	1,97681	50	
	20	9,95116	0,89363	10,29911	1,99116	40	
	30	9,95179	0,89493	10,30226	2,00569	30	
	40	9,95242	0,89623	10,30543	2,02039	20	
	50	9,95304	0,89752	10,30862	2,03526	10	
		62	127	320	1504		
64	0	9,95366	0,89879	10,31182	2,05030	0	26
	10	9,95427	0,90007	10,31503	2,06553	50	
	20	9,95488	0,90133	10,31826	2,08094	40	
	30	9,95549	0,90259	10,32150	2,09654	30	
	40	9,95609	0,90383	10,32476	2,11234	20	
	50	9,95668	0,90508	10,32804	2,12832	10	
		60	123	329	1619		
65	0	9,95728	0,90631	10,33133	2,14451	0	25
	10	9,95786	0,90753	10,33463	2,16090	50	
	20	9,95845	0,90875	10,33796	2,17749	40	
	30	9,95902	0,90996	10,34130	2,19430	30	
	40	9,95960	0,91116	10,34465	2 21132	20	
	50	9,96017	0,91236	10,34803	2,22857	10	
		56	119	339	1747		
66	0	9,96073	0,91355	10,35142	2,24604	0	24
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
66	0	9,96073	0,91355	10,35142	2,24604	0	24
	10	9,96129	0,91473	10,35483	2,26374	50	
	20	9,96185	0,91590	10.35825	2,28167	40	
	30	9,96240	0,91706	10,36170	2,29984	30	
	40	9,96294	0,91822	10,36516	2,31826	20	
	50	9,96349	0,91936	10,36865	2,33693	10	
		54	115	350	1892		
67	0	9,96403	0,92051	10,37215	2,35585	0	23
	10	9,96456	0,92164	10,37567	2,37504	50	
	20	9,96509	0,92276	10,37921	2,39449	40	
	30	9,96562	0,92388	10,38278	2,41421	30	
	40	9,96614	0,92499	10,38636	2,43422	20	
	50	9,96665	0,92609	10,38996	2,45451	10	
		52	109	363	2058		
68	0	9,96717	0,92718	10,39359	2,47509	0	22
	10	9,96767	0,92827	10,39724	2,49597	50	
	20	9,96818	0,92935	10,40091	2 51715	40	
	30	9,96868	0,93042	10,40460	2,53865	30	
	40	9,96917	0,93148	10,40832	2,56047	20	
	50	9,96966	0,93253	10,41206	2,58261	10	
		49	105	376	2248		
69	0	9,97015	0,93358	10,41582	2,60509	0	21
	10	9,97063	0,93462	10,41961	2,62791	50	
	20	9,97111	0,93565	10,42342	2,65109	40	
	30	9,97159	0,93667	10,42726	2,67462	30	
	40	9,97206	0,93769	10,43113	2,69853	20	
	50	9,97252	0,93869	10,43502	2,72281	10	
		47	100	391	2467		
70	0	9,97299	0,93969	10,43893	2,74748	0	20
	10	9,97344	0,94068	10,44288	2,77255	50	
	20	9,97390	0,94167	10,44685	2,79802	40	
	30	9,97435	0,94264	10,45085	2,82391	30	
	40	9,97479	0,94361	10,45488	2,85024	20	
	50	9,97523	0,94457	10,45894	2,87700	10	
		44	95	409	2721		
71	0	9,97567	0,94552	10,46303	2,90421	0	19
	10	9,97610	0,94646	10,46715	2,93189	50	
	20	9,97653	0,94740	10,47130	2,96004	40	
	30	9,97696	0,94832	10,47548	2,98869	30	
	40	9,97738	0,94924	10,47969	3,01783	20	
	50	9,97779	0,95015	10,48394	3,04749	10	
		42	91	428	3019		
72	0	9,97821	0,95106	10,48822	3,07768	0	18
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Vinkel.		Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang	Tang.	Vinkel.	
Gr.	Min.					Min.	Gr.
72	0	9,97821	0,95106	10,48822	3,07768	0	18
	10	9,97861	0,95195	10,49254	3,10842	50	
	20	9,97902	0,95284	10,49689	3,13972	40	
	30	9,97942	0,95372	10,50128	3,17160	30	
	40	9,97982	0,95459	10,50570	3,20406	20	
	50	9,98021	0,95545	10,51016	3,23714	10	
		39	86	450	3371		
73	0	9,98060	0,95631	10,51466	3,27085	0	17
	10	9,98098	0,95715	10,51920	3,30521	50	
	20	9,98136	0,95799	10,52378	3,34023	40	
	30	9,98174	0,95882	10,52840	3,37594	30	
	40	9,98211	0,95964	10,53306	3,41236	20	
	50	9,98248	0,96046	10,53776	3,44951	10	
		36	80	474	3790		
74	0	9,98284	0,96126	10,54250	3,48741	0	16
	10	9,98320	0,96206	10,54729	3,52609	50	
	20	9,98356	0,96285	10,55213	3,56558	40	
	30	9,98391	0,96363	10,55701	3,60588	30	
	40	9,98426	0,96404	10,56194	3,64705	20	
	50	9,98460	0,96517	10,56692	3,68909	10	
		34	76	503	4296		
75	0	9,98494	0,96593	10,57195	3,73205	0	15
	10	9,98528	0,96668	10,57703	3,77595	50	
	20	9,98561	0,96742	10,58216	3,82083	40	
	30	9,98594	0,96815	10,58734	3,86671	30	
	40	9,98627	0,96887	10,59258	3,91364	20	
	50	9,98659	0,96959	10,59788	3,96165	10	
		31	71	535	4913		
76	0	9,98690	0,97030	10,60323	4,01078	0	14
	10	9,98722	0,97100	10,60864	4,06107	50	
	20	9,98753	0,97169	10,61411	4,11256	40	
	30	9,98783	0,97237	10,61965	4,16530	30	
	40	9,98813	0,97305	10,62524	4,21933	20	
	50	9,98843	0,97371	10,63091	4,27471	10	
		29	66	573	5677		
77	0	9,98872	0,97437	10,63664	4,33148	0	13
	10	9,98901	0,97502	10,64243	4,38969	50	
	20	9,98930	0,97566	10,64830	4,44942	40	
	30	9,98958	0,97630	10,65424	4,51071	30	
	40	9,98986	0,97692	10,66026	4,57363	20	
	50	9,99013	0,97754	10,66635	4,63825	10	
		27	61	618	6638		
78	0	9,99040	0,97815	10,67253	4,70463	0	12
Gr.	Min.					Min.	Gr.
Vinkel.		Log. Cos.	Cosinus.	Log. Cot.	Cotang.	Vinkel.	

Anviisning til Brugen af Tab. IX.

Cirklers Omkreds og Indhold.

Hvordan man til alle med hele treziffrede Tal udtrykte Diametre af efterfølgende Tabel finder Omkreds og Indhold tiltrænger ingen Forklaring. Er Diameteren udtrykt ved Hele og Decimaler, saa søger man Omkreds og Indhold først uden Hensyn til Decimalkommaet og afskjærer siden den af Tabellen fundne Omkreds saa mange Decimaler som Diameteren har og af Indholdet det dobbelte Antal.

Man finder saaledes:

Diameter 32,5 giver Omkreds 102,102
— 0,325 - — 1,02102
— 21,7 - Indhold 369,84
— 0,217 - — 0,036984

Omvendt findes:

Omkreds 108,385 giver Diameter 34,5

— 358,2 - — $114 + \frac{358,2 - 358,14}{361,28 - 358,14}$
$= 114,66$

Indhold 169,72 - — 14,7

— 8,367 - — $3,26 + \frac{8,3670 - 8,3469}{8,3982 - 8,3469} \cdot \frac{1}{100}$
$= 3,264$

Tab. IX. Cirklers Omkreds og Indhold.

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
			10	31,416	78,54
1	3,1416	0,7854	11	34,558	95,03
2	6,2832	3,1416	12	37,699	113,10
3	9,4248	7,0686	13	40,841	132,73
4	12,566	12,5664	14	43,982	153,94
5	15,708	19,6350	15	47,124	176,71
6	18,850	28,2743	16	50,265	201,06
7	21,991	38,4845	17	53,407	226,98
8	25,133	50,2655	18	56,549	254,47
9	28,274	63,6173	19	59,690	2.3,53

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
20	62,832	314,16	60	188,50	2827,4
21	65,973	346,36	61	191,64	2922,5
22	69,115	380,13	62	194,78	3019,1
23	72,257	415,48	63	197,92	3117,2
24	75,398	452,39	64	201,06	3217,0
25	78,540	490,87	65	204,20	3318,3
26	81,681	530,93	66	207,35	3421,2
27	84,823	572,56	67	210,49	3525,7
28	87,965	615,75	68	213,63	3631,7
29	91,106	660,52	69	216,77	3739,3
30	94,248	706,86	70	219,91	3848,5
31	97,389	754,77	71	223,05	3959,2
32	100,53	804,25	72	226,19	4071,5
33	103,67	855,30	73	229,34	4185,4
34	106,81	907,92	74	232,48	4300,8
35	109,96	962,11	75	235,62	4417,9
36	113,10	1017,88	76	238,76	4536,5
37	116,24	1075,21	77	241,90	4656,6
38	119,38	1134,11	78	245,04	4778,4
39	122,52	1194,59	79	248,19	4901,7
40	125,66	1256,63	80	251,33	5026,6
41	128,81	1320,25	81	254,47	5153,0
42	131,95	1385,44	82	257,61	5281,0
43	135,09	1452,20	83	260,75	5410,6
44	138,23	1520,52	84	263,89	5541,8
45	141,37	1590,43	85	267,04	5674,5
46	144,51	1661,90	86	270,18	5808,8
47	147,65	1734,94	87	273,32	5944,7
48	150,80	1809,55	88	276,46	6082,1
49	153,94	1885,74	89	279,60	6221,1
50	157,08	1963,5	90	282,74	6361,7
51	160,22	2042,8	91	285,88	6503,9
52	163,36	2123,7	92	289,03	6647,6
53	166,50	2206,2	93	292,17	6792,9
54	169,65	2290,2	94	295,31	6939,8
55	172,79	2375,8	95	298,45	7088,2
56	175,93	2463,0	96	301,59	7238,2
57	179,07	2551,8	97	304,73	7389,8
58	182,21	2642,1	98	307,88	7543,0
59	185,35	2734,0	99	311,02	7697,7

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
100	314,16	7854,0	140	439,82	15394
101	317,30	8011,9	141	442,96	15615
102	320,44	8171,3	142	446,11	15837
103	323 58	8332,3	143	449,25	16061
104	326,73	8494,9	144	452,39	16286
105	329,87	8659,0	145	455,53	16513
106	333,01	8824,7	146	458,67	16742
107	336,15	8992,0	147	461,81	16972
108	339,29	9160,9	148	464,96	17203
109	342,43	9331,3	149	468,10	17437
110	345,58	9503,3	150	471,24	17671
111	348,72	9676,9	151	474,38	17908
112	351,86	9852,0	152	477,52	18146
113	355,00	10028,8	153	480,66	18385
114	358,14	10207,0	154	483,81	18627
115	361,28	10386,9	155	486,95	18869
116	364,42	10568,3	156	490,09	19113
117	367,57	10751,3	157	493,23	19359
118	370,71	10935,9	158	496,37	19607
119	373,85	11122,0	159	499,51	19856
120	376,99	11310	160	502,65	20106
121	380,13	11499	161	505,80	20358
122	383,27	11690	162	508,94	20612
123	386,42	11882	163	512,08	20867
124	389,56	12076	164	515,22	21124
125	392,70	12272	165	518,36	21382
126	395,84	12469	166	521,50	21642
127	398,98	12668	167	524,65	21904
128	402,12	12868	168	527,79	22167
129	405,27	13070	169	530,93	22432
130	408,41	13273	170	534,07	22698
131	411,55	13478	171	537,21	22966
132	414,69	13685	172	540,35	23235
133	417,83	13893	173	543,50	23506
134	420,97	14103	174	546,64	23779
135	424,12	14314	175	549,78	24053
136	427,26	14527	176	552,92	24328
137	430,40	14741	177	556,06	24606
138	433,54	14957	178	559,20	24885
139	436,68	15175	179	562,35	25165

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
180	565,49	25447	220	691,15	38013
181	568,63	25730	221	694,29	38360
182	571,77	26016	222	697,43	38708
183	574,91	26302	223	700,58	39057
184	578,05	26590	224	703,72	39408
185	581,19	26880	225	706,86	39761
186	584,34	27172	226	710,00	40115
187	587,48	27465	227	713,14	40471
188	590,62	27759	228	716,28	40828
189	593,76	28055	229	719,42	41187
190	596,90	28353	230	722,57	41548
191	600,04	28652	231	725,71	41910
192	603,19	28953	232	728,85	42273
193	606,33	29255	233	731,99	42638
194	609,47	29559	234	735,13	43005
195	612,61	29865	235	738,27	43374
196	615,75	30172	236	741,42	43744
197	618,89	30481	237	744,56	44115
198	622,04	30791	238	747,70	44488
199	625,18	31103	239	750,84	44863
200	628,32	31416	240	753,98	45239
201	631,46	31731	241	757,12	45617
202	634,60	32047	242	760,27	45996
203	637,74	32365	243	763,41	46377
204	640,89	32685	244	766,55	46759
205	644,03	33006	245	769,69	47144
206	647,17	33329	246	772,83	47529
207	650,31	33654	247	775,97	47916
208	653,45	33979	248	779,12	48305
209	656,59	34307	249	782,26	48695
210	659,73	34636	250	785,40	49087
211	662,88	34967	251	788,54	49481
212	666,02	35299	252	791,68	49876
213	669,16	35633	253	794,82	50273
214	672,30	35968	254	797,96	50671
215	675,44	36305	255	801,11	51071
216	678,58	36644	256	804,25	51472
217	681,73	36984	257	807,39	51875
218	684,87	37325	258	810,53	52279
219	688,01	37668	259	813,67	52685

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
260	816,81	53093	300	942,48	70686
261	819,96	53502	301	945,62	71158
262	823,10	53913	302	948,76	71631
263	826,24	54325	303	951,90	72107
264	829,38	54739	304	955,04	72583
265	832,52	55155	305	958,19	73062
266	835,66	55572	306	961,33	73542
267	838,81	55990	307	964,47	74023
268	841,95	56410	308	967,61	74506
269	845,09	56832	309	970,75	74991
270	848,23	57256	310	973,89	75477
271	851,37	57680	311	977,04	75964
272	854,51	58107	312	980,18	76454
273	857,66	58535	313	983,32	76945
274	860,80	58965	314	986,46	77437
275	863,94	59396	315	989,60	77931
276	867,08	59828	316	992,74	78427
277	870,22	60263	317	995,88	78924
278	873,36	60699	318	999,03	79423
279	876,50	61136	319	1002,17	79923
280	879,65	61575	320	1005,31	80425
281	882,79	62016	321	1008,45	80928
282	885,93	62458	322	1011,59	81433
283	889,07	62902	323	1014,73	81940
284	892,21	63347	324	1017,88	82448
285	895,35	63794	325	1021,02	82958
286	898,50	64242	326	1024,16	83469
287	901,64	64692	327	1027,30	83982
288	904,78	65144	328	1030,44	84496
289	907,92	65597	329	1033,58	85012
290	911,06	66052	330	1036,73	85530
291	914,20	66508	331	1039,87	86049
292	917,35	66966	332	1043,01	86570
293	920,49	67426	333	1046,15	87092
294	923,63	67887	334	1049,29	87616
295	926,77	68349	335	1052,43	88141
296	929,91	68813	336	1055,58	88668
297	933,05	69279	337	1058,72	89197
298	936,19	69747	338	1061,86	89727
299	939,34	70215	339	1065,00	90259

Diameter.	Omkreds.	Indhold.
340	1068,14	90792
341	1071,28	91327
342	1074,42	91863
343	1077,57	92401
344	1080,71	92941
345	1083,85	93482
346	1086,99	94025
347	1090,13	94569
348	1093,27	95115
349	1096,42	95662
350	1099,56	96211
351	1102,70	96762
352	1105,84	97314
353	1108,98	97868
354	1112,12	98423
355	1115,27	98980
356	1118,41	99538
357	1121,55	100098
358	1124,69	100660
359	1127,83	101223
360	1130,97	101788
361	1134,11	102354
362	1137,26	102922
363	1140,40	103491
364	1143,54	104062
365	1146,68	104635
366	1149,82	105209
367	1152,96	105785
368	1156,11	106362
369	1159,25	106941
370	1162,39	107521
371	1165,53	108103
372	1168,67	108687
373	1171,81	109272
374	1174,96	109858
375	1178,10	110447
376	1181,24	111036
377	1184,38	111628
378	1187,52	112221
379	1190,66	112815

Diameter.	O
380	
381	
382	
383	
384	
385	
386	
387	
388	
389	
390	
391	
392	
393	
394	
395	
396	
397	
398	
399	
400	
401	
402	
403	
404	
405	
406	
407	
408	
409	
410	
411	
412	
413	
414	
415	
416	
417	
418	
419	

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
420	1319,47	138544	460	1445,13	166190
421	1322,61	139205	461	1448,27	166914
422	1325,75	139867	462	1451,42	167639
423	1328,89	140531	463	1454,56	168365
424	1332,04	141196	464	1457,70	169093
425	1335,18	141863	465	1460,84	169823
426	1338,32	142531	466	1463,98	170554
427	1341,46	143201	467	1467,12	171287
428	1344,60	143872	468	1470,27	172021
429	1347,74	144545	469	1473,41	172757
430	1350,88	145220	470	1476,55	173494
431	1354,03	145896	471	1479,69	174234
432	1357,17	146574	472	1482,83	174974
433	1360,31	147254	473	1485,97	175716
434	1363,45	147934	474	1489,11	176460
435	1366,59	148617	475	1492,26	177205
436	1369,73	149301	476	1495,40	177952
437	1372,88	149987	477	1498,54	178701
438	1376,02	150674	478	1501,68	179451
439	1379,16	151363	479	1504,82	180203
440	1382,30	152053	480	1507,96	180956
441	1385,44	152745	481	1511,11	181711
442	1388,58	153439	482	1514,25	182467
443	1391,73	154134	483	1517,39	183225
444	1394,87	154830	484	1520,53	183984
445	1398,01	155528	485	1523,67	184745
446	1401,15	156228	486	1526,81	185508
447	1404,29	156930	487	1529,96	186272
448	1407,43	157633	488	1533,10	187038
449	1410,58	158337	489	1536,24	187805
450	1413,72	159043	490	1539,38	188574
451	1416,86	159751	491	1542,52	189345
452	1420,00	160460	492	1545,66	190117
453	1423,14	161171	493	1548,81	190890
454	1426,28	161883	494	1551,95	191665
455	1429,42	162597	495	1555,09	192442
456	1432,57	163313	496	1558,23	193221
457	1435,71	164030	497	1561,37	194000
458	1438,85	164748	498	1564,51	194782
459	1441,99	165468	499	1567,65	195565

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold
500	1570,80	196350	540	1696,46	229022
501	1573,94	197136	541	1699,60	229871
502	1577,08	197923	542	1702,74	230722
503	1580,22	198713	543	1705,88	231574
504	1583,36	199504	544	1709,03	232428
505	1586,50	200296	545	1712,17	233283
506	1589,65	201090	546	1715,31	234140
507	1592,79	201886	547	1718,45	234998
508	1595,93	202683	548	1721,59	235858
509	1599,07	203482	549	1724,73	236720
510	1602,21	204282	550	1727,88	237583
511	1605,35	205084	551	1731,02	238448
512	1608,50	205887	552	1734,16	239314
513	1611,64	206692	553	1737,30	240182
514	1614,78	207499	554	1740,44	241051
515	1617,92	208307	555	1743,58	241922
516	1621,06	209117	556	1746,73	242795
517	1624,20	209928	557	1749,87	243669
518	1627,35	210741	558	1753,01	244545
519	1630,49	211556	559	1756,15	245422
520	1633,63	212372	560	1759,29	246301
521	1636,77	213189	561	1762,43	247181
522	1639,91	214008	562	1765,58	248063
523	1643,05	214829	563	1768,72	248947
524	1646,20	215651	564	1771,86	249832
525	1649,34	216475	565	1775,00	250719
526	1652,48	217301	566	1778,14	251607
527	1655,62	218128	567	1781,28	252497
528	1658,76	218956	568	1784,42	253388
529	1661,90	219787	569	1787,57	254281
530	1665,04	220618	570	1790,71	255176
531	1668,19	221452	571	1793,85	256072
532	1671,33	222287	572	1796,99	256970
533	1674,47	223123	573	1800,13	257869
534	1677,61	223961	574	1803,27	258770
535	1680,75	224801	575	1806,42	259672
536	1683,89	225642	576	1809,56	260576
537	1687,04	226484	577	1812,70	261482
538	1690,18	227329	578	1815,84	262389
539	1693,32	228175	579	1818,98	263298

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
580	1822,12	264208	620	1947,79	301907
581	1825,27	265120	621	1950,93	302882
582	1828,41	266033	622	1954,07	303858
583	1831,55	266948	623	1957,21	304836
584	1834,69	267865	624	1960,35	305815
585	1837,83	268783	625	1963,50	306796
586	1840,97	269702	626	1966,64	307779
587	1844,11	270624	627	1969,78	308763
588	1847,26	271547	628	1972,92	309748
589	1850,40	272471	629	1976,06	310736
590	1853,54	273397	630	1979,20	311725
591	1856,68	274325	631	1982,35	312715
592	1859,82	275254	632	1985,49	313707
593	1862,96	276184	633	1988,63	314700
594	1866,11	277117	634	1991,77	315696
595	1869,25	278051	635	1994,91	316692
596	1872,39	278986	636	1998,05	317690
597	1875,53	279923	637	2001,19	318690
598	1878,67	280862	638	2004,34	319692
599	1881,81	281802	639	2007,48	320695
600	1884,96	282743	640	2010,62	321699
601	1888,10	283687	641	2013,67	322705
602	1891,24	284631	642	2016,90	323713
603	1894,38	285578	643	2020,04	324722
604	1897,52	286526	644	2023,19	325733
605	1900,66	287475	645	2026,33	326745
606	1903,81	288426	646	2029,47	327759
607	1906,95	289379	647	2032,61	328775
608	1910,09	290333	648	2035,75	329792
609	1913,23	291289	649	2038,89	330810
610	1916,37	292247	650	2042,04	331831
611	1919,51	293206	651	2045,18	332853
612	1922,65	294166	652	2048,32	333876
613	1925,80	295128	653	2051,46	334901
614	1928,94	296092	654	2054,60	335927
615	1932,08	297057	655	2057,74	336955
616	1935,22	298024	656	2060,88	337985
617	1938,36	298992	657	2064,03	339016
618	1941,50	299962	658	2067,17	340049
619	1944,65	300934	659	2070,31	341083

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
660	2073,45	342119	700	2199,11	384845
661	2076,59	343157	701	2202,26	385945
662	2079,73	344196	702	2205,40	387047
663	2082,88	345237	703	2208,54	388151
664	2086,02	346279	704	2211,68	389256
665	2089,16	347323	705	2214,82	390363
666	2092,30	348368	706	2217,96	391471
667	2095,44	349415	707	2221,11	392580
668	2098,58	350464	708	2224,25	393692
669	2101,73	351514	709	2227,39	394805
670	2104,87	352565	710	2230,53	395919
671	2108,01	353618	711	2233,67	397035
672	2111,15	354673	712	2236,81	398153
673	2114,29	355730	713	2239,96	399272
674	2117,43	356788	714	2243,10	400393
675	2120,58	357847	715	2246,24	401515
676	2123,72	358908	716	2249,38	402639
677	2126,86	359971	717	2252,52	403765
678	2130,00	361035	718	2255,66	404892
679	2133,14	362101	719	2258,81	406020
680	2136,28	363168	720	2261,95	407150
681	2139,42	364237	721	2265,09	408282
682	2142,57	365308	722	2268,23	409416
683	2145,71	366380	723	2271,37	410550
684	2148,85	367453	724	2274,51	411687
685	2151,99	368528	725	2277,65	412825
686	2155,13	369605	726	2280,80	413965
687	2158,27	370684	727	2283,94	415106
688	2161,42	371764	728	2287,08	416248
689	2164,56	372845	729	2290,22	417393
690	2167,70	373928	730	2293,36	418539
691	2170,84	375013	731	2296,50	419686
692	2173,98	376099	732	2299,65	420835
693	2177,12	377187	733	2302,79	421986
694	2180,27	378276	734	2305,93	423139
695	2183,41	379367	735	2309,07	424292
696	2186,55	380459	736	2312,21	425447
697	2189,69	381554	737	2315,35	426604
698	2192,83	382649	738	2318,50	427762
699	2195,97	383746	739	2321,64	428922

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
740	2324,78	430084	780	2450,44	477836
741	2327,92	431247	781	2453,58	479062
742	2331,06	432412	782	2456,73	480290
743	2334,20	433578	783	2459,87	481519
744	2337,34	434746	784	2463,01	482750
745	2340,49	435916	781	2466,15	483982
746	2343,63	437087	786	2469,29	485216
747	2346,77	438259	787	2472,43	486451
748	2349,91	439433	788	2475,58	487688
749	2353,05	440609	789	2478,72	488927
750	2356,19	441786	790	2481,86	490167
751	2359,34	442965	791	2485,00	491409
752	2362,48	444146	792	2488,14	492652
753	2365,62	445328	793	2491,28	493897
754	2368,76	446511	794	2494,42	495143
755	2371,90	447697	795	2497,57	496391
756	2375,04	448883	796	2500,71	497641
757	2378,19	450072	797	2503,85	498892
758	2381,33	451262	798	2506,99	500145
759	2384,47	452453	799	2510,13	501399
760	2387,61	453646	800	2513,27	502655
761	2390,75	454841	801	2516,42	503912
762	2393,89	456037	802	2519,56	505171
763	2397,04	457234	803	2522,70	506432
764	2400,18	458434	804	2525,84	507694
765	2403,32	459635	805	2528,98	508958
766	2406,46	460837	806	2532,12	510223
767	2409,60	462041	807	2535,27	511490
768	2412,74	463247	808	2538,41	512758
769	2415,88	464454	809	2541,55	514028
770	2419,03	465663	810	2544,69	515300
771	2422,17	466873	811	2547,83	516573
772	2425,31	468085	812	2550,97	517848
773	2428,45	469298	813	2554,11	519124
774	2431,59	470513	814	2557,26	520402
775	2434,73	471730	815	2560,40	521681
776	2437,88	472948	816	2563,54	522962
777	2441,02	474168	817	2566,68	524245
778	2444,16	475389	818	2569,82	525529
779	2447,30	476612	819	2572,96	526814

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
820	2576,11	528102	860	2701,77	580880
821	2579,25	529391	861	2704,91	582232
822	2582,39	530681	862	2708,05	583585
823	2585,53	531973	863	2711,19	584940
824	2588,67	533267	864	2714,34	586297
825	2591,81	534562	865	2717,48	587655
826	2594,96	535858	866	2720,62	589014
827	2598,10	537157	867	2723,76	590375
828	2601,24	538456	868	2726,90	591738
829	2604,38	539758	869	2730,04	593102
830	2607,52	541061	870	2733,19	594468
831	2610,66	542365	871	2736,33	595835
832	2613,81	543671	872	2739,47	597204
833	2616,95	544979	873	2742,61	598575
834	2620,09	546288	874	2745,75	599947
835	2623,23	547599	875	2748,89	601320
836	2626,37	548912	876	2752,04	602696
837	2629,51	550226	877	2755,18	604073
838	2632,65	551541	878	2758,32	605451
839	2635,80	552858	879	2761,46	606831
840	2638,94	554177	880	2764,60	608212
841	2642,08	555497	881	2767,74	609595
842	2645,22	556819	882	2770,88	610980
843	2648,36	558142	883	2774,03	612366
844	2651,50	559467	884	2777,17	613754
845	2654,65	560794	885	2780,31	615143
846	2657,79	562122	886	2783,45	616534
847	2660,93	563452	887	2786,59	617927
848	2664,07	564783	888	2789,73	619321
849	2667,21	566116	889	2792,88	620717
850	2670,35	567450	890	2796,02	622114
851	2673,50	568786	891	2799,16	623513
852	2676,64	570124	892	2802,30	624913
853	2679,78	571463	893	2805,44	626315
854	2682,92	572803	894	2808,58	627718
855	2686,06	574146	895	2811,73	629124
856	2689,20	575490	896	2814,87	630530
857	2692,34	576835	897	2818,01	631938
858	2695,49	578182	898	2821,15	633348
859	2698,63	579530	899	2824,29	634760

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
900	2827,43	636173	940	2953,10	693978
901	2830,58	637587	941	2956,24	695455
902	2833,72	639003	942	2959,38	696934
903	2836,86	640421	943	2962,52	698415
904	2840,00	641840	944	2965,66	699897
905	2843,14	643261	945	2968,81	701380
906	2846,28	644683	946	2971,95	702865
907	2849,42	646107	947	2975,09	704352
908	2852,57	647533	948	2978,23	705840
909	2855,71	648960	949	2981,37	707330
910	2858,85	650388	950	2984,51	708822
911	2861,99	651818	951	2987,65	710315
912	2865,13	653250	952	2990,80	711809
913	2868,27	654684	953	2993,94	713307
914	2871,42	656118	954	2997,08	714803
915	2874,56	657555	955	3000,22	716303
916	2877,70	658993	956	3003,36	717804
917	2880,84	660433	957	3006,50	719306
918	2883,98	661874	958	3009,65	720810
919	2887,12	663317	959	3012,79	722316
920	2890,27	664761	960	3015,93	723823
921	2893,41	666207	961	3019,07	725332
922	2896,55	667654	962	3022,21	726842
923	2899,69	669103	963	3025,35	728354
924	2902,83	670554	964	3028,50	729867
925	2905,97	672006	965	3031,64	731382
926	2909,11	673460	966	3034,78	732899
927	2912,26	674915	967	3037,92	734417
928	2915,40	676372	968	3041,06	735937
929	2918,54	677831	969	3044,20	737458
930	2921,68	679291	970	3047,34	738981
931	2924,82	680752	971	3050,49	740506
932	2927,96	682216	972	3053,63	742032
933	2931,11	683680	973	3056,77	743559
934	2934,25	685147	974	3059,91	745088
935	2937,39	686615	975	3063,05	746619
936	2940,53	688084	976	3066,19	748151
937	2943,67	689555	977	3069,34	749685
938	2946,81	691028	978	3072,48	751221
939	2949,96	692502	979	3075,62	752758

Diameter.	Omkreds.	Indhold.	Diameter.	Omkreds.	Indhold.
980	3078,76	754296	990	3110,18	769769
981	3081,90	755837	991	3113,32	771325
982	3085,04	757378	992	3116,46	772882
983	3088,19	758922	993	3119,60	774441
984	3091,33	760466	994	3122,74	776002
985	3094,47	762013	995	3125,88	777564
986	3097,61	763561	996	3129,03	779128
987	3100,75	765111	997	3132,17	780693
988	3103,89	766662	998	3135,31	782260
989	3107,04	768215	999	3138,45	783828

Anviisning til Brugen af Tab. X.

Bue- og Segmenttabeller.

De to første verticale Rader af efterfølgende Tabel indeholder Centervinklerne fra 1 til 180° med tilsvarende Buelængder til Radius = 1. Har man altsaa en Bue, der holder et vist Antal Grader og er beskreven med en given Radius, saa multipliceres det i Buecolonnen, og i Linie med det givne Gradantal, staaende Tal med den givne Radius, hvorved faaes den givne Bues Længde. Exempel: Hvor lang er en Bue paa 125° 24½′ og hvis Radius er 8 Fod? Man finder:

$$\left.\begin{array}{r} 125^\circ \;.\;.\;.\; 2{,}1817 \\ 24' \;.\;.\;.\; 0{,}0070 \\ \tfrac{1}{2}' \;.\;.\;.\; 0{,}0002 \end{array}\right\} = 2{,}1889 \times 8 = 17{,}5112 \text{ Fod.}$$

Den tredie verticale Rad indeholder de til Centervinklerne i første Rad svarende Forhold mellem Chorde og Høide i Cirkel- og Kuglesegmenter, og de øvrige Rader indeholde efter Overskrifterne disses Radier, Fladeindhold og Kubikindhold beregnet efter Chorden = 1. Har man altsaa et Segment med given Chorde og Høide, saa divideres først Chorden med Høiden, Kvotienten opsøges i den tredie Rad, og de i Linie med denne staaende Tal i de øvrige Rader give, multiplicerede med den givne Chorde, dens Kvadrat og dens Kubus, respective det givne Segments Radius, Fladeindhold og Kubikindhold.

Exempel I: Et Cirkelsegments Høide $h = 1{,}92''$ og Chorde $c = 12''$. Man faaer altsaa $\frac{c}{h} = \frac{12}{1{,}923} = 6{,}24$; Segmentets Radius $= 0{,}86102 \times 12 = 10{,}33224$ Tommer og dets Fladeindhold $= 0{,}10887 \times 12^2 = 15{,}67728$ Kvadr. Tom.

Exempel II: Et Kuglesegments Chorde $c = 20''$ og Høide $h = 4{,}88''$. Man faar altsaa $\frac{c}{h} = \frac{20}{4{,}88} = 4{,}1$,

Segmentets Radius $= 0{,}6345 \times 20 = 12{,}69$ Tommer
" Overflade $= 0{,}97246 \times 20^2 = 388{,}984$ Kvadr.-Tom.
" Indhold $= 0{,}10273 \times 20^3 = 821{,}84$ Kub.-Tom.

Bue- og Segmenttabeller.

Vinkel n Grad.	Radius $r = 1$.	Chorde $c = 1$.				
	Bue $\frac{\pi}{180} \cdot n$	Chorde divideret med Høide.	Radius.	Cirkel Segment.	Kuglesegment krum Overflade.	Kuglesegment Indhold.
1	0,0175	458,08	57,296	0,00091	0,78539	0,00085
2	0,0349	229,18	28,649	0,00218	0,78549	0,00172
3	0,0524	152,77	19,101	0,00327	0,78562	0,00255
4	0,0698	114,57	14,327	0,00436	0,78574	0,00310
5	0,0873	84,747	11,462	0,00587	0,78586	0,00401
6	0,1047	76,375	9,5530	0,00741	0,78599	0,00514
7	0,1222	65,943	8,1902	0,00910	0,78621	0,00592
8	0,1396	57,273	7,1678	0,01089	0,78630	0,00686
9	0,1571	50,902	6,3728	0,01254	0,78665	0,00772
10	0,1745	45,807	5,7368	0,01407	0,78695	0,00857
11	0,1920	41,203	5,2167	0,01552	0,78730	0,00964
12	0,2094	38,133	4,7834	0,01695	0,78725	0,01031
13	0,2269	35,221	4,4168	0,01841	0,78794	0,01114
14	0,2443	32,742	4,1027	0,02000	0,78832	0,01199
15	0,2618	30,514	3,8307	0,02157	0,78889	0,01288
16	0,2793	28,601	3,5927	0,02269	0,78909	0,01375
17	0,2967	26,915	3,3827	0,02434	0,78969	0,01462
18	0,3142	25,412	3,1962	0,02592	0,79028	0,01542
19	0,3316	24,068	3,0293	0,02744	0,79084	0,01635

Vinkel n Grad.	Radius r = 1.	Chorde c = 1.				
	Bue $\frac{\pi}{180} \cdot n$	Chorde divideret med Høide.	Radius.	Cirkel Segment.	Kuglesegment krum Overflade.	Kuglesegment Indhold.
20	0,3491	22,860	2,8793	0,02878	0,79140	0,01722
21	0,3665	21,760	2,7440	0,03040	0,79234	0,01802
22	0,3840	20,777	2,6222	0,03178	0,79300	0,01897
23	0,4014	19,862	2,5080	0,03343	0,79340	0,01984
24	0,4189	19,028	2,4050	0,03493	0,79416	0,02072
25	0,4363	18,261	2,3101	0,03639	0,79486	0,02159
26	0,4538	17,553	2,2233	0,03784	0,79530	0,02248
27	0,4712	16,970	2,1418	0,03970	0,79639	0,02315
28	0,4887	16,288	2,0673	0,04115	0,79748	0,02424
29	0,5061	15,721	1,9969	0,04230	0,79811	0,02511
30	0,5236	15,191	1,9319	0,04385	0,79907	0,02600
31	0,5411	14,970	1,8710	0,04476	0,79930	0,02692
32	0,5585	14,230	1,8140	0,04710	0,80098	0,02778
33	0,5760	13,796	1,7605	0,04842	0,80181	0,02866
34	0,5934	13,382	1,7102	0,04989	0,80300	0,02956
35	0,6109	12,994	1,6628	0,05137	0,80405	0,03046
36	0,6283	12,733	1,6184	0,05311	0,80531	0,03137
37	0,6458	12,473	1,5758	0,05401	0,80622	0,03226
38	0,6632	11,931	1,5358	0,05628	0,80713	0,03328
39	0,6807	11,621	1,4979	0,05755	0,80850	0,03418
40	0,6981	11,342	1,4619	0,05899	0,80987	0,03506
41	0,7156	11,060	1,4266	0,06001	0,81046	0,03589
42	0,7330	10,791	1,3952	0,06196	0,81240	0,03680
43	0,7505	10,534	1,3643	0,06359	0,81377	0,03773
44	0,7679	10,289	1,3347	0,06574	0,81505	0,03864
45	0,7854	10,043	1,3066	0,06728	0,81656	0,03890
46	0,8029	9,8303	1,2797	0,06826	0,81795	0,04050
47	0,8203	9,6153	1,2539	0,06998	0,81939	0,04143
48	0,8378	9,4092	1,2289	0,07138	0,82064	0,04247
49	0,8552	9,2113	1,2057	0,07290	0,82244	0,04330
50	0,8727	9,0214	1,1831	0,07453	0,82384	0,04424
51	0,8901	8,8387	1,1614	0,07611	0,82562	0,04519
52	0,9076	8,6629	1,1406	0,07758	0,82729	0,04614
53	0,9250	8,4462	1,1206	0,07959	0,82863	0,04685
54	0,9425	8,3306	1,1014	0,08083	0,83072	0,04805
55	0,9599	8,1733	1,0828	0,08246	0,83249	0,04901
56	0,9774	8,0215	1,0650	0,08400	0,83422	0,05002
57	0,9948	7,8750	1,0478	0,08579	0,83602	0,05098
58	1,0123	7,7334	1,0313	0,08680	0,83796	0,05191
59	1,0297	7,5895	1,0154	0,08891	0,84064	0,05299

Vinkel n Grad.	Radius r = 1.	Chorde c = 1.				
	Bue $\frac{\pi}{180} \cdot n$	Chorde divideret med Høide.	Radius.	Cirkel Segment.	Kuglesegment krum Overflade.	Kuglesegment Indhold.
60	1,0472	7,4565	1,00000	0,09106	0,84266	0,05400
61	1,0647	7,3358	0,98515	0,09209	0,84380	0,05466
62	1,0821	7,2118	0,97080	0,09375	0,84581	0,05583
63	1,0996	7,0914	0,95694	0,09540	0,84791	0,05684
64	1,1170	6,9748	0,94352	0,09697	0,84996	0,05784
65	1,1345	6,8616	0,93058	0,09865	0,85215	0,05885
66	1,1519	6,7512	0,91804	0,10036	0,85441	0,05987
67	1,1694	6,6453	0,90590	0,10201	0,85640	0,06088
68	1,1868	6,5469	0,89415	0,10367	0,85815	0,06181
69	1,2043	6,4902	0,88276	0,10520	0,86064	0,06201
70	1,2217	6,3431	0,87172	0,10710	0,86350	0,06396
71	1,2392	6,2400	0,86102	0,10887	0,86699	0,06515
72	1,2566	6,1553	0,85065	0,11046	0,86834	0,06604
73	1,2741	6,0652	0,84058	0,11225	0,87081	0,06709
74	1,2915	5,9773	0,83082	0,11385	0,87335	0,06815
75	1,3090	5,8918	0,82134	0,11563	0,87590	0,06921
76	1,3265	5,8084	0,81213	0,11736	0,87853	0,07037
77	1,3439	5,7271	0,80319	0,11910	0,88120	0,07136
78	1,3614	5,6478	0,79449	0,12072	0,88389	0,07244
79	1,3788	5,5704	0,78606	0,12281	0,88677	0,07352
80	1,3963	5,4949	0,77786	0,12441	0,88949	0,07462
81	1,4137	5,4254	0,76988	0,12660	0,89161	0,07572
82	1,4312	5,3492	0,76212	0,12793	0,89520	0,07683
83	1,4486	5,2705	0,75458	0,12958	0,89958	0,07819
84	1,4661	5,2101	0,74724	0,13157	0,90095	0,07907
85	1,4835	5,1429	0,74009	0,13330	0,90420	0,07960
86	1,5010	5,0772	0,73314	0,13546	0,90734	0,08102
87	1,5184	5,0134	0,72637	0,13704	0,91036	0,08240
88	1,5359	4,9501	0,71978	0,13893	0,91363	0,08436
89	1,5533	4,8886	0,71336	0,14078	0,91696	0,08550
90	1,5708	4,8216	0,70710	0,14279	0,92210	0,08621
91	1,5882	4,7694	0,70101	0,14449	0,92352	0,08716
92	1,6057	4,7117	0,69508	0,14643	0,92476	0,08798
93	1,6232	4,6615	0,68930	0,14817	0,92914	0,08932
94	1,6406	4,5999	0,68366	0,15009	0,93385	0,09076
95	1,6581	4,5453	0,67817	0,15211	0,93746	0,09197
96	1,6755	4,4845	0,67282	0,15375	0,94272	0,09348
97	1,6930	4,4398	0,66760	0,15600	0,94470	0,09442
98	1,7104	4,3859	0,66250	0,15801	0,94852	0,09567
99	1,7279	4,3383	0,65754	0,15995	0,95236	0,09693

Vinkel n Grad.	Radius r = 1. Bue $\frac{\pi}{180} \cdot n$	Chorde c = 1. Chorde divideret med Høide.	Radius.	Cirkel Segment.	Kuglesegment krum Overflade.	Indhold.
100	1,7453	4,2862	0,65270	0,16180	0,95682	0,09831
101	1,7628	4,2406	0,64798	0,16393	0,96011	0,09956
102	1,7802	4,1930	0,64338	0,16610	0,96412	0,10076
103	1,7977	4,1570	0,63889	0,16925	0,96568	0,10157
104	1,8151	4,1006	0,63450	0,17001	0,97246	0,10273
105	1,8326	4,0555	0,63023	0,17204	0,97643	0,10471
106	1,8500	4,0113	0,62607	0,17414	0,98067	0,10601
107	1,8675	3,9679	0,62200	0,17619	0,98495	0,10735
108	1,8850	3,9252	0,61803	0,17832	0,98931	0,10870
109	1,9024	3,8832	0,61416	0,18041	0,99376	0,11007
110	1,9199	3,8419	0,61039	0,18257	0,99827	0,11149
111	1,9373	3,8013	0,60670	0,18472	1,0028	0,11284
112	1,9548	3,7612	0,60325	0,18696	1,0077	0,11426
113	1,9722	3,7221	0,59960	0,18900	1,0122	0,11566
114	1,9897	3,6837	0,59618	0,19117	1,0169	0,11709
115	2,0071	3,6454	0,59284	0,19339	1,0218	0,11853
116	2,0246	3,6086	0,58959	0,19559	1,0266	0,11995
117	2,0420	3,5712	0,58641	0,19787	1,0317	0,12145
118	2,0595	3,5349	0,58331	0,20009	1,0368	0,12294
119	2,0769	3,4992	0,58030	0,20227	1,0417	0,12444
120	2,0944	3,4641	0,57735	0,20453	1,0472	0,12596
121	2,1118	3,4296	0,57450	0,20678	1,0525	0,12748
122	2,1293	3,3953	0,57168	0,20945	1,0578	0,12903
123	2,1468	3,3616	0,56895	0,21175	1,0634	0,13060
124	2,1642	3,3285	0,56628	0,21399	1,0690	0,13218
125	2,1817	3,2940	0,56370	0,21538	1,0753	0,13391
126	2,1991	3,2637	0,56116	0,21859	1,0803	0,13558
127	2,2166	3,2319	0,55870	0,22121	1,0862	0,13701
128	2,2340	3,2006	0,55630	0,22370	1,0921	0,13866
129	2,2515	3,1716	0,55396	0,22617	1,0974	0,14028
130	2,2689	3,1393	0,55169	0,22865	1,1040	0,14202
131	2,2864	3,1093	0,54947	0,23113	1,1104	0,14371
132	2,3038	3,0805	0,54732	0,23372	1,1164	0,14537
133	2,3213	3,0555	0,54522	0,23603	1,1212	0,14676
134	2,3387	3,0216	0,54318	0,23892	1,1295	0,14894
135	2,3562	2,9777	0,54120	0,24198	1,1420	0,15209
136	2,3736	2,9651	0,53927	0,24364	1,1428	0,15252
137	2,3911	2,9374	0,53740	0,24676	1,1495	0,15422
138	2,4086	2,9115	0,53557	0,24938	1,1558	0,15605
139	2,4260	2,8829	0,53380	0,25222	1,1634	0,15807

Vinkel n Grad.	Radius $r = 1$.	Chorde $c = 1$.				
	Bue $\frac{\pi}{180} \cdot n$	Chorde divideret med Høide.	Radius.	Cirkel Segment.	Kuglesegment krum Overflade.	Kuglesegment Indhold.
140	2,4435	2,8562	0,53209	0,25485	1,1705	0,15996
141	2,4609	2,8299	0,53042	0,25759	1,1777	0,16201
142	2,4784	2,8038	0,52881	0,25936	1,1851	0,16381
143	2,4958	2,7781	0,52724	0,26320	1,1925	0,16577
144	2,5133	2,7527	0,52573	0,26604	1,2000	0,16776
145	2,5307	2,7276	0,52426	0,26889	1,2077	0,16965
146	2,5482	2,7002	0,52284	0,27196	1,2166	0,17209
147	2,5656	2,6816	0,52147	0,27449	1,2219	0,17405
148	2,5831	2,6533	0,52015	0,27772	1,2318	0,17605
149	2,6005	2,6301	0,51887	0,28168	1,2396	0,17809
150	2,6180	2,6064	0,51764	0,28369	1,2476	0,18023
151	2,6354	2,5830	0,51645	0,28674	1,2563	0,18666
152	2,6529	2,5598	0,51530	0,28983	1,2648	0,18751
153	2,6704	2,5239	0,51420	0,29397	1,2801	0,18845
154	2,6878	2,5143	0,51315	0,29607	1,2824	0,18913
155	2,7053	2,4919	0,51214	0,29928	1,2914	0,19147
156	2,7227	2,4699	0,51117	0,30259	1,3004	0,19374
157	2,7402	2,4478	0,51014	0,30560	1,3094	0,19607
158	2,7576	2,4262	0,50936	0,30905	1,3191	0,20029
159	2,7751	2,4047	0,50851	0,31239	1,3287	0,20195
160	2,7925	2,3835	0,50771	0,31575	1,3368	0,20342
161	2,8100	2,3613	0,50695	0,31931	1,3490	0,20609
162	2,8274	2,3417	0,50623	0,32263	1,3583	0,20847
163	2,8449	2,3211	0,50555	0,32618	1,3682	0,21105
164	2,8623	2,3004	0,50491	0,32969	1,3791	0,21371
165	2,8798	2,2805	0,50431	0,33327	1,3895	0,21634
166	2,8972	2,2605	0,50374	0,33684	1,4021	0,21904
167	2,9147	2,2408	0,50323	0,34048	1,4111	0,21946
168	2,9322	2,2212	0,50275	0,34422	1,4222	0,22177
169	2,9496	2,2013	0,50231	0,34802	1,4344	0,22766
170	2,9671	2,1826	0,50191	0,35230	1,4476	0,23028
171	2,9845	2,1636	0,50154	0,35563	1,4565	0,23266
172	3,0020	2,1447	0,50122	0,35953	1,4684	0,23650
173	3,0194	2,1271	0,50093	0,36337	1,4797	0,23900
174	3,0369	2,1075	0,50068	0,36747	1,4927	0,24225
175	3,0543	2,0892	0,50047	0,37152	1,5052	0,24537
176	3,0718	2,0710	0,50030	0,37562	1,5179	0,24856
177	3,0892	2,0530	0,50017	0,37974	1,5308	0,25179
178	3,1067	2,0352	0,50007	0,38401	1,5439	0,25531
179	3,1241	2,0175	0,50002	0,38828	1,5573	0,25840

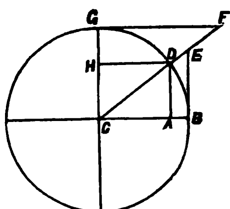
Tab. XI. Buetabel for Minutter.

Min.	Bue.	Min.	Bue.	Min.	Bue.
1	0,00029	21	0,00611	41	0,01193
2	0,00058	22	0,00640	42	0,01222
3	0,00087	23	0,00669	43	0,01251
4	0,00116	24	0,00698	44	0,01280
5	0,00140	25	0,00727	45	0,01309
6	0,00175	26	0,00756	46	0,01338
7	0,00204	27	0,00785	47	0,01367
8	0,00233	28	0,00814	48	0,01397
9	0,00262	29	0,00844	49	0,01425
10	0,00291	30	0,00873	50	0,01454
11	0,00320	31	0,00902	51	0,01484
12	0,00349	32	0,00931	52	0,01513
13	0,00378	33	0,00960	53	0,01542
14	0,00407	34	0,00989	54	0,01571
15	0,00436	35	0,01018	55	0,01600
16	0,00465	36	0,01047	56	0,01629
17	0,00495	37	0,01076	57	0,01658
18	0,00524	38	0,01105	58	0,01687
19	0,00553	39	0,01134	59	0,01716
20	0,00582	40	0,01163	60	0,01745

Geometri.

Capitel I. Trigonometri.

§ 32. Fig. 1.



Slaar man med Radius $BC = 1$, Fig. 1, en Cirkel og fra et Punkt B i denne afsætter en Bue $BD = a$, hvis Complement er Buen GD, saa er:

AD = Sin. a og $DH = AC$ = Cos. a
EB = Tang. a .. GF = Cot. a
EC = Sec. a .. CF = Cosec. a
AB = Sin.vers. a HG = Cos.vers. a

Disse saakaldte trigonometriske Linier forandre sig med Buen saaledes, at enkelte voxe og andre aftage, naar denne voxer. Om t. Exp. Buen a i Fig. 1 voxer saaledes, at Punkt D falder i den 2den Kvadrant, forbi Punkt G, saa vil Sinussen ved dette Punkt have passeret sin største Værdi og siden aftage, Cosinussen ved samme Punkt være lig 0 og altsaa i 2den Kvadrant negativ o. s. v.

Naar to Buer udfylde hinanden til 90°, saa er Sinus af den ene lig Cosinus af den anden, og omvendt, Cosinus af den ene lig Sinus af den anden. Buer, der udfylde hinanden til 180°, have ligestore Sinusser og ligestore men modsatte Cosinusser, Tangenter og Cotangenter. Disse Regler for Buer, der udfylde hinanden til 90° og 180° samt til 270° og 360°, kunne udtrykkes ved følgende Formler:

Sin. $(90° \pm a) =$ Cos. a og Cos. $(90° \pm a) = \mp$ Sin. a
Tang. $(90° \pm a) = \mp$ Cot. a .. Cot. $(90° \pm a) = \mp$ Tang. a
Sin. $(180° \pm a) = \mp$ Sin. a .. Cos. $(180° \pm a) = -$ Cos. a
Tang. $(180° \pm a) = \pm$ Tang. a .. Cot. $(180° \pm a) = \pm$ Cot. a
Sin. $(270° \pm a) = -$ Cos. a .. Cos. $(270° \pm a) = \pm$ Sin. a
Tang. $(270° \pm a) = \mp$ Cot. a .. Cot. $(270° \pm a) = \mp$ Tang. a
Sin. $(360° \pm a) = \pm$ Sin. a .. Cos. $(360° \pm a) =$ Cos. a
Tang. $(360° \pm a) = \pm$ Tang. a .. Cot. $(360° \pm a) = \pm$ Cot. a.

For negative Buer har man:

Sin. $(-a) = -$ Sin. a og Cos. $(-a) =$ Cos. a
Tang. $(-a) = -$ Tang. a .. Cot. $(-a) = -$ Cot. a.

De trigonometriske Liniers Fortegn i de forskjellige Kvadranter angiver følgende Tabel:

Bue.	Sin.	Cos.	Tang.	Cot.
i 1ste Kvadrant	+	+	+	+
i 2den Kvadrant	+	—	—	—
i 3die Kvadrant	—	—	+	+
i 4de Kvadrant	—	+	—	—

Den indbyrdes Forbindelse mellem de trigonometriske Linier er udtrykt ved følgende Formler:

$\text{Sin.}^2 a + \text{Cos.}^2 a = 1$, hvoraf:

$\text{Sin. } a = \sqrt{1 - \text{Cos.}^2 a}$ og $\text{Cos. } a = \sqrt{1 - \text{Sin.}^2 a}$

$\text{Tang. } a . \ \text{Cot. } a = 1$, hvoraf:

$\text{Tang. } a = \frac{1}{\text{Cot. } a}$ og $\text{Cot. } a = \frac{1}{\text{Tang. } a}$

$\text{Tang. } a = \frac{\text{Sin. } a}{\text{Cos. } a} = \sqrt{\text{Sec.}^2 a - 1}$

$\text{Cot. } a = \frac{\text{Cos. } a}{\text{Sin. } a} = \sqrt{\text{Cosec.}^2 a - 1}$

$\text{Sec. } a = \frac{1}{\text{Cos. } a} = \sqrt{\text{Tang.}^2 a + 1}$

$\text{Cosec. } a = \frac{1}{\text{Sin. } a} = \sqrt{\text{Cot.}^2 a + 1}$

$\text{Sin. vers. } a = 1 - \text{Cos. } a$ og $\text{Cos. vers. } a = 1 - \text{Sin. } a$.

For enkelte Buer i den første Kvadrant have de trigonometriske Linier følgende Værdier:

	0°	30°	45°	60°	90°
Sinus . . .	0	$1/2$	$1/2\sqrt{2}$	$1/2\sqrt{3}$	1
Cosinus . .	1	$1/2\sqrt{3}$	$1/2\sqrt{2}$	$1/2$	0
Tang. . . .	0	$1/3\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞
Cotang. . .	∞	$\sqrt{3}$	1	$1/3\sqrt{3}$	0

§ 33.

Fig. 2.

Er Buen $ACG = \alpha$, Fig. 2, og Buen $GCL = GCT = \beta$, saa er:

$$LE = \text{Sin.}\,(\alpha + \beta) \text{ og } EC = \text{Cos.}\,(\alpha + \beta)$$
$$AO = \text{Tang.}\,(\alpha + \beta) \,..\, PM = \text{Cot.}\,(\alpha + \beta)$$
$$TB = \text{Sin.}\,(\alpha - \beta) \,..\, BC = \text{Cos.}\,(\alpha - \beta)$$
$$AH = \text{Tang.}(\alpha - \beta) \,..\, NM = \text{Cot.}\,(\alpha - \beta)$$

For disse gjælde nu følgende Formler:

$$\text{(I).}\quad \text{Sin.}\,(\alpha \pm \beta) = \text{Sin.}\,\alpha.\ \text{Cos.}\,\beta \pm \text{Cos.}\,\alpha.\ \text{Sin.}\,\beta$$
$$\text{(II).}\quad \text{Cos.}\,(\alpha \pm \beta) = \text{Cos.}\,\alpha.\ \text{Cos.}\,\beta \mp \text{Sin.}\,\alpha.\ \text{Sin.}\,\beta$$
$$\text{(III).}\quad \text{Tang.}\,(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{Tang.}\,\alpha \pm \text{Tang}\,\beta}{1 \mp \text{Tang.}\,\alpha.\ \text{Tang.}\,\beta}$$
$$\text{(IV).}\quad \text{Cot.}\,(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{Cot.}\,\alpha.\ \text{Cot.}\,\beta \mp 1}{\pm \text{Cot.}\,\alpha + \text{Cot.}\,\beta}$$

Sættes $\beta = \alpha$, saa faaes:

$$\text{Sin.}\,2\alpha = 2\,\text{Sin.}\,\alpha.\ \text{Cos.}\,\alpha$$
$$\text{Sin.}\,3\alpha = 3\,\text{Sin.}\,\alpha. - 4\,\text{Sin.}^3\alpha$$
$$\text{Cos.}\,2\alpha = \text{Cos.}^2\alpha - \text{Sin.}^2\alpha = 1 - 2\,\text{Sin.}^2\alpha = 2\,\text{Cos.}^2\alpha - 1$$
$$\text{Cos.}\,3\alpha = 4\,\text{Cos.}^3\alpha - 3\,\text{Cos.}\,\alpha$$

$$\text{Tang.}\,2\alpha = \frac{2\,\text{Tang.}\,\alpha}{1 - \text{Tang.}^2\alpha}, \text{ og omvendt:}$$

$$\text{Tang.}\,\alpha = \sqrt{\frac{1 - \text{Cos.}\,2\alpha}{1 + \text{Cos.}\,2\alpha}} = \frac{\text{Sin.}\,2\alpha}{1 + \text{Cos.}\,2\alpha}$$

$$\text{Cot.}\,2\alpha = \frac{\text{Cot.}^2\alpha - 1}{2.\ \text{Cot.}\,\alpha}, \text{ og omvendt:}$$

$$\text{Cot.}\,\alpha = \sqrt{\frac{1 + \text{Cos.}\,2\alpha}{1 - \text{Cos.}\,2\alpha}} = \frac{\text{Sin.}\,2\alpha}{1 - \text{Cos.}\,2\alpha}$$

For Potenserne af de trigonometriske Linier har man:

$$\text{Sin.}^2\alpha = \tfrac{1}{2}\,(1 - \text{Cos.}\,2\alpha) \text{ og heraf:}$$
$$\text{Sin.}\,\alpha = \sqrt{\frac{1 - \text{Cos.}\,2\alpha}{2}} \text{ og Sin.}\,\tfrac{1}{2}\,\alpha = \sqrt{\frac{1 - \text{Cos.}\,\alpha}{2}}$$
$$\text{Cos.}^2\alpha = \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos.}\,2\alpha) \text{ og heraf:}$$
$$\text{Cos.}\,\alpha = \sqrt{\frac{1 + \text{Cos.}\,2\alpha}{2}} \text{ og Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha = \sqrt{\frac{1 + \text{Cos.}\,\alpha}{2}}$$
$$\text{Sin.}^3\alpha = \tfrac{1}{4}\,(3\,\text{Sin.}\,\alpha - \text{Sin.}\,3\alpha)$$
$$\text{Cos.}^3\alpha = \tfrac{1}{4}\,(3\,\text{Cos.}\,\alpha + \text{Cos.}\,3\alpha)$$
$$\text{Sin.}^4\alpha = \tfrac{1}{8}\,(3 - 4\,\text{Cos.}\,2\alpha + \text{Cos.}\,4\alpha)$$
$$\text{Cos.}^4\alpha = \tfrac{1}{8}\,(3 + 4\,\text{Cos.}\,2\alpha + \text{Cos.}\,4\alpha)$$

Af Formlerne (I—IV) faaes videre:

$$\text{Sin. } \alpha + \text{Sin. } \beta = 2 \text{ Sin. } \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \text{Cos. } \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\text{Sin. } \alpha - \text{Sin. } \beta = 2 \text{ Cos. } \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \text{Sin. } \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\text{Cos. } \alpha + \text{Cos. } \beta = 2 \text{ Cos. } \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \text{Cos. } \frac{\alpha-\beta}{2}$$

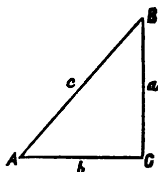
$$\text{Cos. } \alpha - \text{Cos. } \beta = -2 \text{ Sin. } \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \text{Sin. } \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\text{Tang. } \alpha \pm \text{Tang. } \beta = \frac{\text{Sin. } (\alpha \pm \beta)}{\text{Cos. } \alpha \text{. Cos. } \beta}$$

$$\text{Cot. } \alpha \pm \text{Cot. } \beta = \frac{(\text{Sin. } \beta \pm \alpha)}{\text{Sin. } \alpha \text{ . Sin. } \beta}$$

Opløsning af retvinklede Triangler. § 34.

Fig. 3.



Er i hosstaaende retvinklede Triangel A, B og C Vinklerne, c Hypothenusen, a og b Catheterne, saa indeholder følgende Tabel Formler, der komme til Anvendelse, naar man af to bekjendte Størrelser i Trianglet, hvoraf mindst een Side, foruden den rette Vinkel, søger de ubekjendte Størrelser.

Givet.	Søgt.	
a, b	A	$\text{Tang. } A = \frac{a}{b}$
	B	$\text{Tang. } B = \frac{b}{a}$ eller $B = 90^0 - A$
	c	$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a}{\text{Sin. } A} = \frac{b}{\text{Cos. } A}$
a, c	A	$\text{Sin. } A = \frac{a}{c}$
	B	$\text{Cos. } B = \frac{a}{c}$ eller $B = 90^0 - A$
	b	$b = \sqrt{c^2 - a^2} = c \text{ Cos. } A$

Givet.	Søgt.	
a, A	b	$b = a.\ \text{Cot.}\ A = \frac{a}{\text{Tang.}\ A}$
	c	$c = \frac{a}{\text{Sin.}\ A}$
b, A	a	$a = b\ \text{Tang.}\ A.$
	c	$c = \frac{b}{\text{Cos.}\ A}$
c, A	a	$a = c\ \text{Sin.}\ A$
	b	$b = c\ \text{Cos.}\ A$

Exempel I: I en Afstand af 300 Fod fra et Taarn maales Vinkelen mellem Horizontallinien og Linien til Taarnets Top til 30°. Hvad er Taarnets Høide? b er her 300, $A = 30^0$ og a den søgte Høide. Efter Formel:

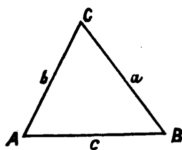
$a = b\ \text{Tang.}\ A = 300.\ \text{Tang.}\ 30^0,$
findes Høiden lig 173,22 Fod.

Exempel II: En Vei stiger jevnt $4^1/_2$ Fod paa 120 Fods Længde; hvad er Stigningsvinkelen? Man har her $a = 4{,}5$, $c = 120$, og den søgte Vinkel A findes efter Formel:

$$\text{Sin.}\ A = \frac{a}{c} = \frac{4{,}5}{120} = 0{,}0375$$
$$A = 2^0\ 8'$$

§ 35. Opløsning af skjævvinklede Triangler.

Fig. 4.



Er i hosstaaende skjævvinklede Triangel A, B og C Vinklerne, a, b og c Siderne, saa indeholder nedenstaaende Tabel Formler, hvorved man af 3 givne Størrelser i Trianglet, og af disse mindst een Side, kan finde de tre ubekjendte Størrelser. I Formlerne ere Vinklerne antagne spidse, men er en af dem stump, saa har man blot i Formlerne at forandre Fortegn foran Tangens, Cotangens og Cosinus af denne Vinkel.

Givet.	Søgt.	
c, A, B	C	$C = 180^0 - (A + B)$
	a	$a = c. \frac{\text{Sin. } A}{\text{Sin. } C}$
	b	$b = c. \frac{\text{Sin. } B}{\text{Sin. } C}$
a, b, A	B	$\text{Sin. } B = \text{Sin. } A. \frac{b}{a}$
	C	$C = 180^0 - (A + B)$
	c	$c = a. \frac{\text{Sin. } C}{\text{Sin. } A}$
a, b, C	A	$\text{Tang. } A = \frac{a. \text{Sin. } C}{b - a \text{ Cos. } C}$, eller:
		$\text{Tang. } \frac{A - B}{2} = \text{Cot. } \frac{C}{2} . \frac{a - b}{a + b}$ og heraf:
		$A = \frac{A + B}{2} + \frac{A - B}{2}$ og
		$B = \frac{A + B}{2} - \frac{A - B}{2}$
	c	$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \text{ Cos. } C}$, eller:
		$c = a. \frac{\text{Sin. } C}{\text{Sin. } A}$
a, b, c	A	$\text{Cos. } A = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc}$
	B	$\text{Sin. } B = \text{Sin. } A. \frac{b}{a}$
	C	$C = 180^0 - (A + \text{B})$

Exempel I: I et Triangel er en Side 73,77 Fod og denne Sides hosliggende Vinkler 40^0 $20'$ og 60^0 $40'$; hvor store ere de øvrige Sider? Man har her $A = 60^0$ $40'$, $B = 40^0$ $20'$, $c = 73{,}77$ og finder først $C = 180^0 - (A + B) = 79^0$, derpaa

$$a = c . \frac{\text{Sin. } A}{\text{Sin. } C} = 73{,}77 . \frac{\text{Sin. } 60^0\,40'}{\text{Sin. } 79^0} = 65{,}515 \text{ Fod}$$

$$b = c . \frac{\text{Sin. } B}{\text{Sin. } C} = 73{,}77 . \frac{\text{Sin. } 40^0\,20'}{\text{Sin. } 79^0} = 48{,}64 \text{ Fod.}$$

Exempel II: Et Triangels 3 Sider ere $a = 312$, $b = 416$ og $c = 120$; hvor store ere Vinklerne? Man finder:

$$\text{Cos. } A = \frac{120^2 + 416^2 - 312^2}{2.\ 416.\ 120} = 0{,}90256;\ A = 25^0\,30'$$

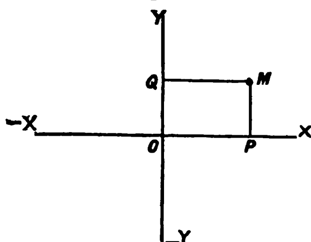
$$\text{Sin. } B = \text{Sin. } A . \frac{b}{a} = 0{,}5740;\ B = 35^0\,1'\,40''$$

Capitel II.

Coordinater og Liniers Ligninger.

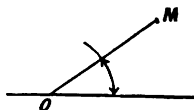
§ 36.

Fig. 5.



Beliggenheden af et Punkt M, Fig. 5, i et Plan er bestemt ved dets korteste Afstande fra to paa hinanden perpendiculært staaende Linier $Y\overline{Y}$ og $X\overline{X}$, de saakaldte Coordinataxer. $MP = y$ og $MQ = OP = x$ kaldes Punktets Coordinater; ogsaa kaldes x Abscissen og y Ordinaten til Punkt M.

Fig. 6.

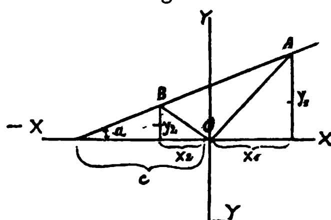


Punkt M's Beliggenhed er ogsaa bestemt, naar man har givet dets Afstand fra et givet Punkt og denne Afstands Vinkel med en given Linie; Buen n, med det givne Punkt O, Fig. 6, som Center og beskreven med Radius lig 1, og Afstanden $OM = r$ kaldes Punkt M's Polarcoordinater.

I enhver Ligning mellem to af hinanden afhængige foranderlige Størrelser, kan man lade disse forestille Coordinaterne for et Punkt i et Plan og ved Indsætning af Værdier for den ene udregne tilsvarende Værdier for den anden; paa denne Maade faar man sammenhørende Coordinater til en Række af Punkter, der, alt efter Ligningens Beskaffenhed, komme til at ligge i en ret Linie eller i en krum Linie. Af enhver saadan Ligning kan man altsaa faa en Linie, og omvendt, for enhver Linie, som gaar frem efter en bestemt Lov, maa der existere en vis Forbindelse

mellem Coordinaterne, og den Ligning, som udtrykker denne Forbindelse, kaldes Liniens Ligning.

Fig. 7.



Ere Coordinaterne til et Punkt A, Fig. 7, x_1 og y_1, til Punkt B x_2 og y_2, saa er Afstanden mellem Punkterne: § 37.

$$\text{(I)} \;..\; AB = \sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (x_1 - x_2)^2},$$

og Punkternes Afstand fra Axernes Nulpunkt

$$\text{(II)} \;..\; AO = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \text{ og } BO = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}$$

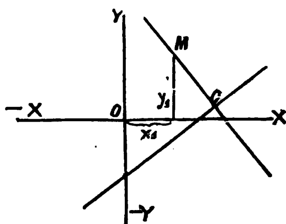
Vinkelen, som AB's Forlængelse danner med Axen for x, er bestemt ved:

$$\text{(III)} \;..\; \text{Tang. } a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Linien AB's Ligning for det givne Axesystem bliver: $y = \text{Tang. } a.\ x + c.\ \text{Tang. } a$, eller, om man sætter Tang. $a = a$ og c. Tang. $a = b$,

$$\text{(IV)} \;..\; y = ax + b.$$

Fig. 8.



Ligningen for en ret Linie, som gaar gjennem et Punkt M, Fig. 8, hvis Coordinater ere x_1 og y_1, og som staar lodret paa en anden ret Linie, hvis Ligning er $y = ax + b$, er:

$$\text{(V)} \;..\; y = -\frac{x}{a} + \left(\frac{x_1}{a} + y_1\right).$$

Ligningen for en ret Linie, som gaar gjennem et Punkt M, hvis Coordinater ere x_1 og y_1, og som gjør en given Vinkel, φ, med en Linie, hvis Ligning er $y = ax + b$, er:

$$\text{(VI)} \;..\; y = \frac{a - \text{Tang.}\,\varphi}{1 + a.\,\text{Tang.}\,\varphi} \cdot x - \left(\frac{a - \text{Tang.}\,\varphi}{1 + a.\,\text{Tang.}\,\varphi} \cdot x_1 - y_1\right)$$

Længden af en Perpendiculær fra et Punkt M, med Coordinater x_1 og y_1, paa en Linie, hvis Ligning er $y = ax + b$, er:

(VII) . . $MC = \pm \frac{y_1 - ax_1 - b}{\sqrt{a^2+1}}$, hvor man, om Tælleren bliver negativ, tager Tegnet —, om den bliver positiv, tager Tegnet +.

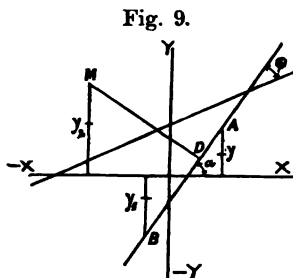
Skjære to Linier, med givne Ligninger for et og samme Axesystem, hinanden, saa ligge Skjæringspunkterne i begge Linier, og Linierne have for disse Punkter fælles Coordinater. For to rette Linier, hvis Ligninger ere $y = ax + b$ og $y = a_1x + b_1$, ere Coordinaterne til Skjæringspunktet:

(IX) . . $x = \frac{b_1 - b}{a - a_1}$ og $y = \frac{a\,(b_1 - b)}{a - a_1} + b$

Vinkelen φ, hvorunder Linierne skjære hinanden, er bestemt ved:

(X) . . Tang. $\varphi = \frac{a_1 - a}{1 + aa_1}$.

Fig. 9.



Exempel: Coordinaterne til Punkt A, Fig. 9, er $y = 5$ og $x = 6$, til Punkt B $y_1 = -7$ og $x_1 = -2$; hvor lang er Linien fra A til B, hvilken Vinkel gjør den med Axen for x, hvad er dens Ligning, hvor lang er Perpendiculæren paa denne Linie fra et Punkt, hvis Coordinater ere $y_2 = 7$ og $x_2 = -8$, og hvor og under hvilken Vinkel skjæres Linien af en anden Linie, hvis Ligning i samme Axesystem er $y = \frac{1}{3}x + 4$? Man faar:

$$AB = \sqrt{(y - y_1)^2 + (x - x_1)^2} = \sqrt{(5+7)^2 + (6+2)^2}$$
$$= \sqrt{208} = 14{,}42.$$

$$\text{Tang } \alpha = \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{5+7}{6+2} = 1{,}5;\ \alpha = 56^0\ 18'$$

Formen for AB's Ligning maa være: $y = ax + b$, hvor a er lig Tang. $\alpha = 1{,}5$; for Punkt A har man ogsaa $y = 5$ for $x = 6$, hvoraf $5 = 1{,}5 \times 6 + b$ og $b = 5 - 9 = -4$. Ligningen bliver altsaa: $y = 1{,}5\,x - 4$ . . . For Perpendiculæren MD faaes:

$$MD = \pm \frac{y_2 - ax_2 - b}{\sqrt{a^2+1}} = \frac{7 - 1{,}5\,(-8) - (-4)}{\sqrt{1{,}5^2 + 1}} = 12{,}77$$

For Skjæringspunktet faaes:

$$x = \frac{b_1 - b}{a - a_1} = \frac{4 + 4}{1,5 - {}^1/_3} = 6,857 \text{ og}$$

$$y = \frac{a\,(b_1 - b)}{a - a_1} + b = 1,5 \times 6,857 - 4 = 6,285.$$

Vinkelen φ, hvorunder Linierne skjære hinanden, faaes af:

$$\text{Tang. } \varphi = \frac{a_1 - a}{1 + aa_1} = \frac{\frac{1}{3} - 1,5}{1 + 0,5} = -0,7777$$

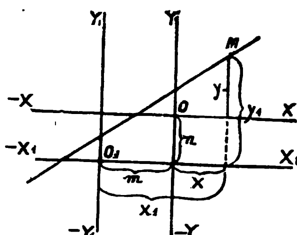
og $\varphi = 37^0\ 56'$

§ 38.

Har man en Linies Ligning for et givet Axesystem og søger dens Ligning for et nyt Axesystem, parallelt med det første, saa er Fremgangsmaaden i Almindelighed den, at man udtrykker Coordinaterne x og y for et Punkt M, Fig. 10, i det givne Axesystem ved Coordinaterne x_1 og y_1 for samme Punkt M i det nye Axesystem, idet man sætter:

$y = y_1 - n$ og $x = x_1 - m$

Fig. 10.



Disse Udtryk for y og x indsættes i den givne Ligning, hvorved denne bliver Liniens Ligning for det nye Axesystem.

Fig. 11.

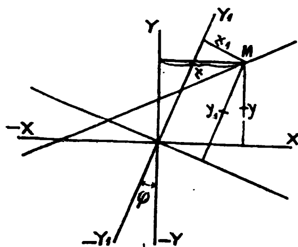
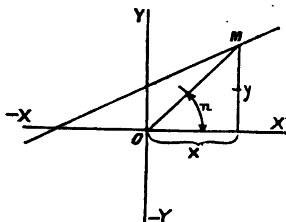


Fig. 12.



Bibeholdes Axernes Nulpunkt, og Axerne om dette Punkt blot beskriver Vinkel φ, Fig. 11, saa bliver x og y at udtrykke ved x_1 og y_1, idet man sætter:

$$y = y_1 \text{ Cos. } \varphi - x_1 \text{ Sin. } \varphi \text{ og}$$
$$x = x_1 \text{ Cos. } \varphi + y_1 \text{ Sin. } \varphi.$$

Disse Udtryk for x og y indsættes i den givne Ligning, hvorved denne bliver Liniens Ligning for det nye Axesystem.

Vil man finde en Linies Polarligning af dens Ligning i et retvinklet Axesystem, saa udtrykkes x og y ved r og Buen n, Fig. 12, idet man sætter:

$$y = r.\,\text{Sin.}\,n \text{ og } x = r.\,\text{Cos.}\,n.$$

Disse Udtryk for x og y indsættes i Liniens givne Ligning, som derefter opløst med Hensyn paa r bliver Liniens Polarligning med Punkt O som Center og Axen for x som Udgang for Buen n. Omvendt, har man en Linies Polarligning og vil deraf finde dens Ligning i et retvinklet Axesystem, da bliver:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2},\ \text{Sin.}\,n = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \text{ og Cos.}\,n = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

hvilke Udtryk indsatte i Polarligningen, forvandler denne til Liniens Ligning i et retvinklet Axesystem.

Exempel 1: En ret Linies Ligning være: $y = \frac{1}{2}x + 2$, hvad bliver den for et Axesystem, som ligger 3 Længdeenheder under Axen for x og 4 Længdeenheder tilvenstre for Axen for y i det oprindelige Axesystem?

Man har: $y = y_1 - 3$ og $x = x_1 - 4$, hvilket indsat giver: $y_1 - 3 = \frac{1}{2}(x_1 - 4) + 2$ og

$$y_1 = \frac{1}{2}x_1 + 3$$

Exempel 2: Hvad bliver samme Ligning, om man lader Axesystemet dreie sig 30^0 til Venstre?

Man har: $y = y_1 \text{Cos.}\,\varphi - x_1 \text{Sin.}\,\varphi$ og
$x = x_1 \text{Cos.}\,\varphi + y_1 \text{Sin.}\,\varphi$

eller: $\left.\begin{array}{l} y = y_1\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}x_1 \\ x = x_1\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}y_1 \end{array}\right\}$ hvilket indsat giver:

$$\frac{1}{2}\sqrt{3}y_1 - \frac{1}{2}x_1 = \frac{1}{4}\sqrt{3}x_1 + \frac{1}{4}y_1 + 3$$
$$y_1 = 1{,}51\,x_1 + 4{,}82.$$

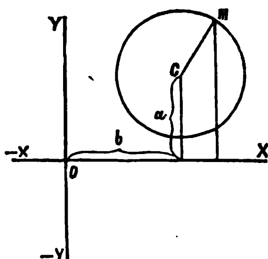
Exempel 3: Hvordan bliver bliver Polarligningen for den rette Linie, hvis Ligning er $y = ax + b$?

Man har: $y = r\,\text{Sin.}\,n$ og $x = r\,\text{Cos.}\,n$
hvilket giver: $r\,\text{Sin.}\,n = ar\,\text{Cos.}\,n + b$ og heraf:

$$r = \frac{b}{\text{Sin.}\,n - a\,\text{Cos.}\,n}$$

Cirkelen. Ere Cirkelens Centers Coordinater a og b § 39.
for Axesystemet $Y\overline{Y}$, $X\overline{X}$, Fig. 13, saa er Cirkelens Ligning for samme Axer:

Fig. 13.



$$(y-a)^2+(x-b)^2=r^2$$

Sættes heri $a=o$ og $b=r$, saa faaes Cirkelens Ligning for et Axesystem med Nulpunkt i Enden af en Diameter til:

$$y=\pm\sqrt{2rx-x^2}$$

Sættes ogsaa $b=o$, faaes Cirkeles Midtpunkts Ligning:

$$y=\pm.\sqrt{r^2-x^2}$$

Fig. 14.

Har man at construere en Cirkelbue, hvis Høide er liden i Forhold til Chorden, saa kan man lade Chorden og Høiden være Axe for x og Axe for y, finde Buens Ligning for disse Axer og ved Hjelp af den bestemme et Antal Punkter i Buen. Sætter man Længden af den halve Chorde lig c, Høiden lig h og Buens Radius lig r, saa har man:

$$r=\frac{c^2+h^2}{2h}$$

og Buens Ligning:

$$y=h-r+\sqrt{r^2-x^2}$$

Vinkelen $CAB=\alpha$, mellem Tangenten AC, Fig. 14, og Chorden AB, er bestemt ved:

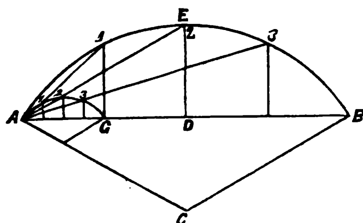
$$\text{Sin } \alpha=\frac{c}{r} \text{ eller } \frac{\beta}{2}=\alpha$$

Er denne Vinkel saa stor, at den med nogenlunde Nøiagtighed kan deles i n ligestore Dele, saa kan man ved Hjelp heraf faa bestemt $n-1$ Punkter i Cirkelen. Da nemlig Peripherivinkler, der ere ligestore, afskjære ligestore Stykker af Peripherien, saa vil Skjæringspunkterne a, b, c og d mellem Linierne $A1$ og $B1$, $A2$ og $B2$ o. s. v. ligge i Cirkelbuen.

En anden Fremgangsmaade, men som heller ikke godt lader sig practisere, naar Høiden er meget liden i Forhold til Chorden, er den, at man med en Radius n Gange mindre

end Radien til den Bue, man skal construere, beskriver en mindre Bue paa Enden af den større Bues Chorde saaledes, at $AG = \frac{1}{n} AB$, Fig. 15, og $AH = \frac{1}{n} AC$; derpaa deles de to Chorder AG og AB i et ligestort Antal ligestore Dele, hvorpaa Høiderne fra Delepunkterne trækkes.

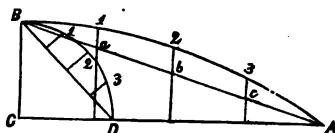
Fig. 15.



Trækker man saa rette Linier fra Punkt A gjennem Punkterne 1, 2 og 3 i den lille Bue, saa vil disse træffe de tilsvarende større Høider i Cirkelbuen AEB.

En Bue, som kommer en Cirkelbue meget nær, faaes, naar man trækker Linien AB, Fig. 16, og deler denne i n ligestore Dele, trækker gjennem Delepunkterne Perpendiculærer paa Chorden AC, beskriver Kvadranten $B2D$ og trækker Chorden BD. Denne deles ogsaa i n ligestore Dele og Perpendiculærerne $a1$, $b2$ og $c3$ trækkes. Disse afsættes derpaa fra Punkterne a, b og c i Linien BA, hvorved faaes Punkterne 1, 2 og 3 i Cirkelbuen.

Fig. 16.



I enhver Cirkel er Længden af Cirkellinien 3.14159 . . . Gange større end Diameteren. Kaldes Cirkellinien O og Diameteren D, saa har man altsaa:

$$O = D \;.\; 3{,}14159 \;.\;. = D\pi, \text{ og omvendt:}$$

$$D = \frac{O}{\pi}.$$

Længden l af en Cirkelbue, beskreven med Radius r og holdende n^0 af hele Cirkelliniens 360^0, er:

$$l = r\pi . \frac{n}{180}, \text{ og omvendt:}$$

$$n = \frac{l \;.\; 180}{r\pi}.$$

Følgende Udtryk med π forekomme ofte i Formler:

$$\pi = 3{,}14159 \;.\;. \text{ Log. } \pi = 0{,}49715$$
$$2\pi = 6{,}28319 \;.\;. \text{ Log. } 2\pi = 0{,}79818$$
$$\frac{1}{\pi} = 0{,}31831 \;.\;. \text{ Log. } \frac{1}{\pi} = 9{,}50285-10$$

$$\frac{1}{2\pi} = 0{,}15915\,..\ \text{Log.}\ \frac{1}{2\pi} = 9{,}20182-10$$

$$\frac{2}{\pi} = 0{,}63662\,..\ \text{Log.}\ \frac{2}{\pi} = 9{,}80388-10$$

$$\frac{\pi}{2} = 1{,}57080\,..\ \text{Log.}\ \frac{\pi}{2} = 0{,}19612$$

$$\frac{\pi}{3} = 1{,}04720\,..\ \text{Log.}\ \frac{\pi}{3} = 0{,}02003$$

$$\frac{\pi}{4} = 0{,}78540\,..\ \text{Log.}\ \frac{\pi}{4} = 9{,}89509-10$$

$$\frac{\pi}{6} = 0{,}52360\,..\ \text{Log.}\ \frac{\pi}{6} = 9{,}71900-10$$

$$\pi^2 = 9{,}86960\,..\ \text{Log.}\ \pi^2 = 0{,}99430$$

$$\sqrt{\pi} = 1{,}77245\,..\ \text{Log.}\ \sqrt{\pi} = 0{,}24857$$

$$\sqrt{\frac{1}{\pi}} = 0{,}56419\,..\ \text{Log.}\ \sqrt{\frac{1}{\pi}} = 9{,}75142-10.$$

Stykket MT, Fig. 17, af en Berøringslinie til en krum § 40.
Linie, der ligger mellem Berøringspunktet M, med Coordinater x og y, og Axen, kaldes Tangenten, Linien AT, mellem Ordinaten og Tangenten, Subtangenten til den krumme Linie i Punkt M. Perpendiculæren paa Tangenten fra M til N i Axen for x kaldes Normalen, AN Subnormalen og MC, Radien i den Cirkel, som i Punkt M nærmest falder sammen med den krumme Linie, Krumningsradien til den krumme Linie i Punkt M. En Diameter i en krum Linie kaldes en Linie EL, som halverer alle med hinanden parallele Chorder MF og HK. For en Cirkel, Fig. 18, haves for disse Linier følgende Formler:

Fig. 17.

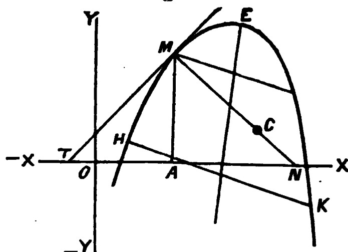
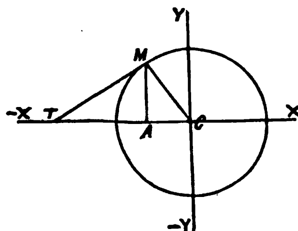


Fig. 18.



Tangenten $= MT =$

$$\frac{r}{x}\sqrt{r^2 - x^2} = r.\ \frac{y}{x}$$

Subtangenten $= AT =$

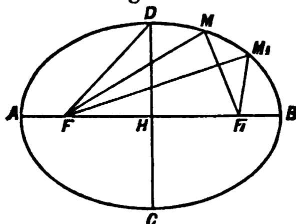
$$-\frac{r^2 - x^2}{x} = -\frac{y^2}{x}$$

Normalen $= MC = r$

Subnormalen $= AC = -x$

§ 41. **En Ellipse** $ADBC$, Fig. 19, er en krum Linie af den Beskaffenhed, at Summen af Afstandene fra to faste Punkter F og F_1 til et Punkt M i Linien er lig Summen af Afstandene fra samme to faste Punkter til alle andre Punkter i Linien. F og F_1 kaldes Brændpunkterne, F_1F Excentriciteten, FM og F_1M Vectorradier. Er den store Halvaxe $= AH = a$, den lille Halvaxe $= DH = b$ og den halve Excentricitet $= FH = F_1H = c$, saa har man altsaa $FM + F_1M_1 = FM_1 + F_1M_1 = 2a$, $DF = AH = a$ og $c = \sqrt{a^2 - b^2}$. Er AB Axe for x og DC Axe for y, saa er Ellipsens Ligning:

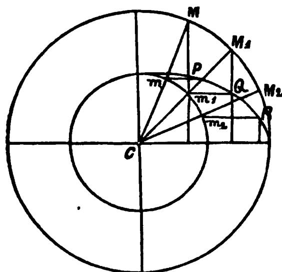
Fig. 19.



$$y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}.$$

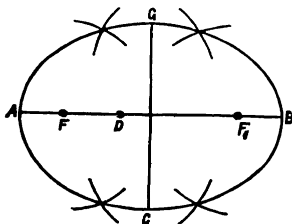
Denne Ligning viser, at Ordinaterne i Ellipsen og Ordinaterne i Cirkelen, med Radius lig den store Halvaxe, staa i et constant Forhold til hinanden saaledes, at Ellipsens er $\frac{b}{a}$ Gange Cirkelens for samme Værdi af x. Efter dette kan Ellipsen construeres paa den Maade, at man slaar to concentriske Cirkler med Radier lig den store og den lille Halvaxe, deler den ydre Cirkel i et Antal ligestore Dele, trækker til Delepunkterne Radierne CM, CM_1 o. s. v. og fælder fra Delepunkterne m, m_1 . . . i den lille Cirkel Perpendiculærer paa Ordinaterne for Punkterne M, M_1 . . . i den store Cirkel, hvorved faaes Punkterne P, Q og R i Ellipsen.

Fig. 20.



En anden Maade at construere Ellipsen paa følger ligefrem af Deffinitionen. Har man bestemt Brændpunkterne F og F_1, Fig. 21, saa tages i Passeren en vilkaarlig Del af den store Axe, t. Exp. AD, hvormed beskrives Buer med Brændpunkterne som Centre; der-

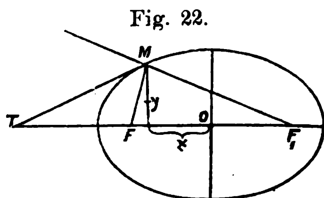
Fig. 21.



paa beskrives med den resterende Del BD af den store Axe, og med samme Centre, andre Buer, hvis Skjæringspunkter med de før beskrevne blive Punkter i Ellipsen. Paa denne Maade fortsættes, indtil et tilstrækkeligt Antal Punkter i Linien er bestemt.

En Berøringslinie til en Ellipse i et Punkt M, Fig. 22, faaes, naar man til M trækker Vectorradierne FM og F_1M, forlænger den ene af disse udover Ellipsen og deler Vinkelen mellem Forlængelsen og den anden Vectorradius i to ligestore Dele og trækker Delelinien, hvilken bliver Berøringslinien. — Ellers har man for en Tangent MT til en Ellipse i et Punkt M med Coordinater x og y Formelen:

Fig. 22.



$$MT = y\sqrt{1 + \frac{a^4\, y^2}{b^4\, x^2}}$$

For Krumningsradien til et Punkt M med Coordinater x og y har man Formelen:

$$R = a^2\, b^2 \left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4}\right)^{3/2}$$

Sættes heri $x = a$, til hvilken svarer $y = o$, og $x = o$, til hvilken svarer $y = b$, saa faaes Krumningsradien til Ellipsen i Enden af den store Axe:

$$R = \frac{b^2}{a}$$

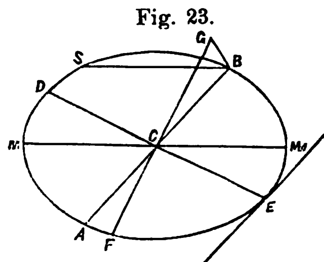
og i Enden af den lille Axe:

$$R = \frac{a^2}{b}$$

Enhver gjennem en Ellipses Midtpunkt gaaende Chorde DE, Fig. 23, halverer alle med Tangenten til Chordens Endepunkt parallelt trukne Chorder og er derfor en Diameter. To Diametre siges at være conjugerede, naar den ene er parallel med Tangenten gjennem den andens Endepunkt.

Af to conjugerede Diametre findes Axerne, naar man trækker Linien FG lodret paa Diameteren DE og gjør $GC = DC$, trækker Linien BG og halve-

Fig. 23.



rer Vinkelen *CBG* og trækker Halveringslinien, der bliver parallel med Axen MM_1.

For Omkredsen O af en Ellipse med Halvaxerne a og b har man Formelen:

$$O = \pi\ (a + b) \left(1 + \frac{1}{4}\left(\frac{a - b}{a + b}\right)^2 + \frac{1}{64}\left(\frac{a - b}{a + b}\right)^4 + \frac{1}{256}\left(\frac{a - b}{a + b}\right)^6 + \ldots\ldots\right).$$

Omkredsen af Ellipsen er altsaa lig Omkredsen af Cirkelen, med Diameter $= (a + b)$, multipliceret med Summen af Rækken. Nedenstaaende Tabel indeholder Omkredsen af Ellipser med store Halvaxe lig 10 og lille Halvaxe lig 9, 8, 7, 6 o. s. v.

$\frac{b}{a} =$	$\frac{10}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{6}{10}$
Omkreds =	62,832	59,731	56,724	53,823	51,053

$\frac{b}{a} =$	$\frac{5}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{0}{10}$
Omkreds =	48,442	46,024	43,858	42,015	40,654	40

Af denne Tabel faaes Omkredsen af en given Ellipse, naar man dividerer dens lille Halvaxe b med dens store Halvaxe a og multiplicerer den til denne Værdi af $\frac{b}{a}$ svarende Omkreds i Tabellen med Tiendedelen af den givne Ellipses store Halvaxe.

Exempel: En Ellipses store Axe er 50 og lille Axe 38; hvor stor er dens Omkreds?

Man har her: $a = 25$, $b = 19$ og $\frac{b}{a} = \frac{19}{25}$

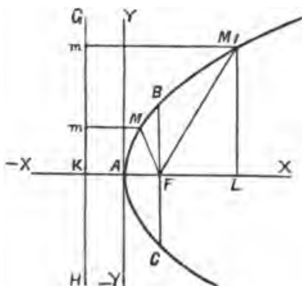
$$= \frac{19 \times \frac{10}{25}}{10} = \frac{7,6}{10}.$$

Hertil svarer i Tabellen Omkredsen 55,564;

og den givne Ellipses Omkreds $= 55,564 \times 2,5 =$ 138,910.

Den almindelige Parabel $CAMBM_1$, Fig. 24, er en krum § 42.
Linie af den Beskaffenhed, at Afstanden fra et vilkaarligt Punkt M i Linien til et givet fast Punkt F er lig Perpendiculæren Mm fra Punktet paa en given ret Linie GH. F kaldes Parabelens Brændpunkt, Linien GH Styrelinien, FM og FM_1 Vectorradier, og Linien $BC = p$, den med Styrelinien parallele Chorde gjennem Brændpunktet, kaldes Parabelens Parameter. Er Linien gjennem Brændpunktet, og perpendiculær paa Styrelinien, Axe for x og Toppunktet A Axernes Nulpunkt, saa er Parabelens Ligning:

Fig. 24.



$$y^2 = px.$$

Af Deffinitionen følger:

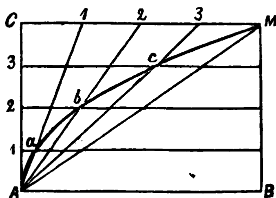
$$AF = AK = \frac{p}{4}, \text{ og enhver Vectorradius}$$

$$FM = x + \frac{p}{4}.$$

Herefter bestemmes et Punkt i en Parabel paa følgende Maade: Fra et vilkaarligt Punkt L i Axen for x reises en Perpendiculær, Linien LK tages i Passeren og med den som Radius og Brændpunktet som Center beskrives en Bue, hvis Skjæringspunkt med Perpendiculæren fra L bliver et Punkt i Parabelen.

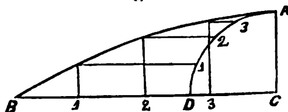
Ere x og y Coordinaterne til et Punkt M i en Parabel, og man deler $AC = y$ og $CM = x$, Fig. 25, i et ligestort Antal ligestore Dele, trækker Paralleler med Axen gjennem Delepunkterne i AC og trækker Skraalinierne $A1$, $A2$ og $A3$, saa ligge Skjæringspunkterne a, b og c i Parabelen.

Fig. 25.



En Bue, som kommer en Parabelbue meget nær, faar man, naar man med en Radius lig Høiden CA, Fig. 26, beskriver Buen AD, deler denne og den halve Chorde BC i n ligestore Dele, reiser Perpendiculærer fra

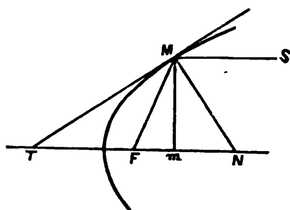
Fig. 26.



Delingspunkterne i Chorden og trækker Paralleler med Chorden fra Delingspunkterne i Buen *AD*, hvorved faaes Skjæringspunkterne *a*, *b* og *c* i Parabelbuen.

En Berøringslinie til en Parabel i et Punkt *M*, Fig. 27, faaes, naar man trækker Vectorradien *FM*, deler Vinkelen mellem denne og Linien *MS* parallel med Axen i to ligestore Dele, trækker Delingslinien og reiser paa denne gjennem Punkt *M* Perpendiculæren *MT*, hvilken bliver en Berøringslinie.

Fig. 27.



Ere *M*'s Coordinater x og y, saa har man ogsaa:

$$\text{Tangenten } MT = \sqrt{y^2 + 4x^2}$$
$$\text{Subtangenten } Tm = 2x$$
$$\text{Normalen } MN = \sqrt{y^2 + \left(\frac{p}{2}\right)^2}$$
$$\text{Subnormalen } mN = \frac{p}{2}.$$

For Krumningsradien R i en Parabel for et Punkt med Coordinater x og y har man Formelen:

$$R = \frac{(4x + p)^{3/2}}{2\sqrt{p}}$$

Sættes heri $x = 0$, saa faaes Krumningsradien for Toppunktet

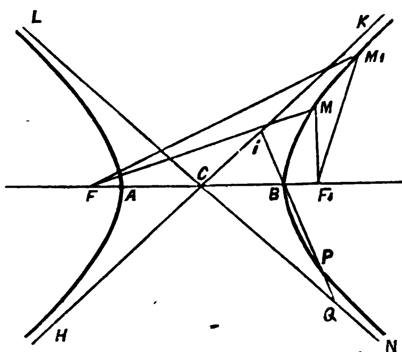
$$R = \frac{1}{2}\,p.$$

Enhver fra et Punkt *M* i en Parabel parallel med Axen gaaende ret Linie *MS* er en Diameter, da den deler alle med Tangenten gjennem Punkt *M* parallele Chorder i to ligestore Dele. Herefter kan Axens Beliggenhed i en Parallel bestemmes paa den Maade, at man trækker to parallele Chorder, deler disse i to ligestore Dele, trækker gjennem Delepunkterne en ret Linie, hvilken altsaa bliver en Diameter, trækker en Chorde perpendiculær paa Diameteren, deler deune i to ligestore Dele, hvorpaa Linien gjennem Delepunktet parallel med Diameteren bliver Parabelens Axe.

§ 43. **Hyperbelen** $PBMM_1$, Fig. 28, er en krum Linie af den Beskaffenhed, at Differentsen mellem Afstandene fra to faste Punkter F og F_1 til et Punkt M i Linien er lig Differentsen mellem Afstandene fra samme to faste Punkter til hvilketsomhelst andet Punkt i Linien. Hyperbelen vil

ifølge denne Deffinition komme til at bestaa af to lige ikke sammenhængende Grene, der vende Toppene mod hinanden. F og F_1 kaldes Brændpunkterne, $FC = F_1C$ Hyperbelens Excentricitet, FM og F_1M Vectorradier til Punkt M. Er Linien gjennem Brændpunkterne Axe for x og Midtpunktet C Axernes Nulpunkt, saa er Hyperbelens Ligning:

Fig. 28.



$$y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2}$$

I denne Ligning er $a = AC = CB =$ den store Halvaxe; b kaldes Hyperbelens lille Halvaxe.

Efter Deffinitionen har man:
$FM - F_1M = FM_1 - F_1M_1 = 2a$ og Excentriciteten
$FC = F_1C = c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Er en Hyperbels Ligning given, saa kan man altsaa bestemme et Antal Punkter i Linien paa den Maade, at man construerer Triangler med fælles Grundlinie $FF_1 = 2c$, og hvis to øvrige Siders Differentse er lig $AB = 2a$; Trianglernes Toppunkter ville da ligge i Hyperbelen.

De rette Linier HK og LN kaldes Hyperbelens Asymptoter, naar Forskjellen mellem deres og Hyperbelens Ordinater for samme Værdi af x bliver mindre og mindre, jo større x tages, og tilsidst mindre end enhver endelig Størrelse uden dog at blive Nul. Asymptoternes Ligning i Hyperbelens Axesystem er: $y = \frac{b}{a} x$. Asymptotevinkelen $KCF_1 = a$ er altsaa bestemt ved:

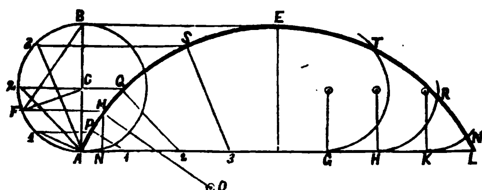
$$\text{Tang. } a = \frac{b}{a}.$$

Ved Hjelp af Asymptoterne og et givet Punkt i Hyperbelen, t. Exp. Toppunktet B, kan man bestemme et Antal Punkter i Hyperbelen efter den Sætning, at naar en ret Linie skjærer Hyperbelen, saa ere de Stykker af den rette Linie, som ligge udenfor Hyperbelen, mellem denne og den Asymptoterne, ligestore, paa den Maade at man trækker Linien IQ, gjør $BI = QP$, hvorved faaes Punkt P i Hyperbelen.

En Berøringslinie til et Punkt M i en Hyperbel faaes, naar man halverer Vinkelen FMF_1 mellem Vectorradierne til Punktet og trækker Halveringslinien, hvilken bliver Berøringslinien.

§ 44. **Den almindelige Cycloide** AEL, Fig. 29, beskrives af et Punkt i Cirkelen AFB, idet den ruller paa den rette Linie

Fig. 29.



AL. Er AL Axe for x, A Axernes Nulpunkt og r Radien i den rullende Cirkel, saa er Cycloidens Ligning:

$$x = r.\ arc\left(\text{Cos.} = \frac{r-y}{r}\right) - \sqrt{2ry - y^2}.$$

Udtrykt ved Vinkelen $ACF = a$ blive ogsaa Coordinaterne for et Punkt M:

$$MN = y = r\ (1 - \text{Cos. } a)$$
$$AN = x = r\ (a - \text{Sin. } a).$$

Cycloiden construeres ved, at man tegner Cirkelen i dens forskjellige Stillinger paa Grundlinien AL, idet man gjør KL = Bue KN, HL = Bue HR o. s. v.

Da Normalen til et Punkt M i en Cycloide er lig Chorden i den beskrivende Cirkel fra det beskrivende Punkt M til dens Berøringspunkt med Grundlinien, saa faar man ogsaa, naar man deler den halve Grundlinie og Buen AFB i n ligestore Dele og gjør $A1 = 1P$, $A2 = 2Q$ o. s. v. bestemt Punkterne P, Q og S i Cycloiden.

Tangenten til Punkt M i Cycloiden bliver Linien gjennem M parallel med Chorden FB i den beskrivende Cirkel og Krumningsradien:

$$MO = R = 4r \text{ Sin. } \frac{1}{2}\, a,$$

d. e. lig det dobbelte af den tilsvarende Chorde FA i den beskrivende Cirkel. For Buelængden har man:

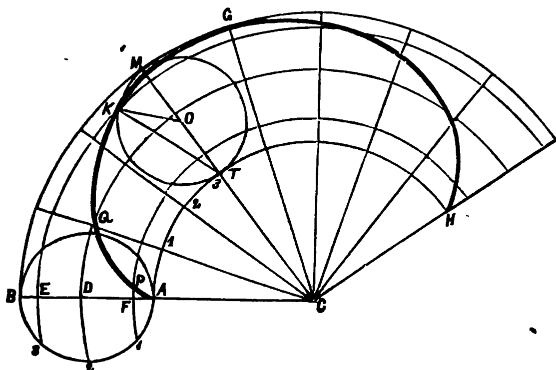
$$AM = s = 4r\left(1 - \text{Cos. } \frac{1}{2}\, a\right)$$

Sættes heri $a = 360^0$, saa faaes Længden af den hele Cycloide:

$$AEL = 8r.$$

Epicycloiden AGH, Fig. 30, beskrives af Punkt A i Cirkelen AB, idet den ruller paa Cirkelen ATH. Er Grundcirkelens Radius $AC = R$, den rullende Cirkels Radius § 45.

Fig. 30.



$AD = r$, Dreiningsvinkelen KOT i den rullende Cirkel $= a$ og den tilsvarende Vinkel ACT i Grundcirkelen $= \beta$, saa er $r \cdot a = R \cdot \beta$, altsaa:

$$\beta = \frac{r}{R} \cdot a$$

Er Linien BC Axe for x og C Axernes Nulpunkt, saa er for et Punkt K:

$$x = (R + r) \text{ Cos. } \beta - r \text{ Cos. } (a + \beta)$$

$$\text{og } y = (R + r) \text{ Sin. } \beta - r \text{ Sin. } (a + \beta).$$

Punkter i Epicycloiden kan bestemmes, paa samme Maade som under Cycloiden forklaret, ved at man tegner den rullende Cirkel i dens forskjellige Stillinger paa Grundcirkelen.

Deler man Vinkelen ACG og Halvcirkelen AB i n ligestore Dele og trækker, som i Fig. 30, Linier gjennem Delepunkterne, saa faar man, naar man gjør $P1$, $Q2$, $K3$ o. s. v. lig de Buer, som med tilhørende Rader indfatte 1, 2, 3 Dele af Centervinkelen ACG, bestemt Punkterne P, Q og K i Epicycloiden.

Normalen til et Punkt K i Epicycloiden er Chorden KT i den beskrivende Cirkel, fra Punkt K til dens Berøringspunkt T med Grundcirkelen, og Tangenten til Punkt K er Chorden KM fra K til Enden af Diameteren TM.

For Buelængden $AQK = s$ har man Formelen

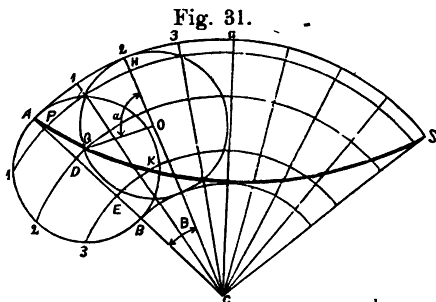
$$s = \frac{4r\ (R + r)}{R} \left(1 - \text{Cos. } \frac{1}{2}\, a\right)$$

Sættes heri $a = 360^0$, saa faaes Længden af den hele Epicycloide:

$$AMH = \frac{8r\ (R + r)}{R}.$$

§ 46. Ruller Cirkel AB, Fig. 31, indeni Cirkel AGS, saa beskriver Punkt A Hypocycloiden $AQKS$. Er for et Punkt

Fig. 31.



Q i denne Linie $QD = y$ og $CD = x$, Vinkel $HOQ = a$ og Vinkel $ACH = \beta$, saa er:

$$y = (R - r) \text{ Sin. } \beta - r \text{ Sin. } (a + \beta)$$
$$x = (R - r) \text{ Cos. } \beta - r \text{ Cos. } (a + \beta)$$
$$APQ = s = \frac{4r\ (R - r)}{R} \left(1 - \text{Cos. } \frac{1}{2}\ a\right)$$

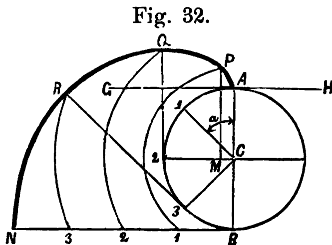
og hele Hypocycloiden

$$AQKS = \frac{8r\ (R - r)}{R}.$$

Hypocycloidens Construction foregaar efter samme Regler som Epicycloidens.

§ 47. **Cirkelevolventen** $APQR$, Fig. 32, beskrives af Punkt A i den rette Linie GH, idet den væltes paa Cirkelen AB, med Radius $AC = r$, saaledes altsaa, at $P1 = A1$, $Q2 = A2$ o. s. v. Er for et Punkt P i Evolventen $PM = x$, $MC = y$ og Vinkel $AC1 = a$, saa gjælde Ligningerne:

Fig. 32.



$$MC = y = r\ (\text{Sin. } a - a \text{ Cos. } a)$$
$$PM = x = r\ (\text{Cos. } a + a \text{ Sin. } a).$$

Deler man Halvcirkelen $A2B$ og Tangenten $BN = A2B$ i n ligestore Dele og beskriver fra Delepunkterne 1, 2 o. s. v. i Linien BN Cirkelbuer concentriske med Guundcirkelen AB, saa bliver disse Buers Skjæringspunkter P, Q og R med Tangenterne fra de tilsvarende Delepunkter i Cirkellinien Punkter i Evolventen.

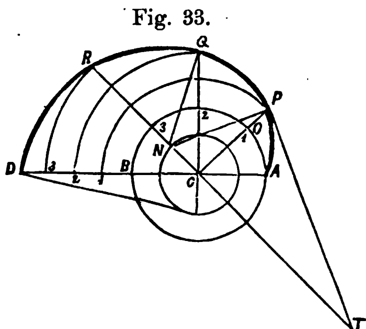
En Tangent til et Punkt P i Evolventen er Linien gjennem P perpendiculær paa Tangenten $P1$ til Cirkelen, og Krumningsradien til Punkt P er lig Tangenten $P1$ til Cirkelen:

For Buelængden $AP = s$ gjælder Formelen

$$s = \frac{r\ a^2}{2}.$$

Dreier en ret Linie $AC = r$, Fig. 33, sig om sit ene Endepunkt C, og Linien under Dreiningen voxer saaledes, at naar til Dreiningsvinkel $ACO = a$ svarer Tilvæxten $OP = f$, saa svarer til Dreiningsviekel $2a$ Tilvæxten $2f$ o. s. v., da beskriver Liniens Endepunkt den saakaldte archimediske Spirallinie. Regner man Dreiningsvinkelen a i Grader og $BD = b$ er den rette Linies Tilvæxt for Værdien 180^0 af Dreiningsvinkelen, saa har man altsaa: § 48.

Fig. 33.



$$f : b = a^0 : 180^0, \text{ og}$$

$$f = \frac{b}{180}\ a.$$

Betegner z den foranderlige Radius, saa bliver altsaa Liniens Polarligning:

$$z = r + \frac{b}{180}\ a.$$

Deler man $BD = b$ og Halvcirkelen AOB i n ligestore Dele og beskriver fra Delepunkterne 1, 2 o. s. v. i BD Cirkelbuer concentriske med AOB, saa ere disse Buers Skjæringspunkter med de radiale Linier gjennem de tilsvarende Delepunkter i AOB Punkterne P, Q og R i Spirallinien.

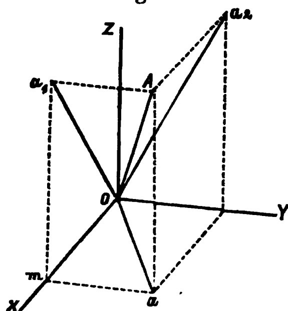
Da Subnormalen for den archimediske Spiral er constant og lig $\frac{b}{\pi}$, saa trækker man en Tangent PT til et Punkt P paa den Maade, at man med en Radius $CN = \frac{b}{\pi}$ slaar en Cirkel og trækker gjennem Centret C en ret Linie TN lodret paa PC, hvorefter Linien PT gjennem Punkt P lodret paa Linien PN bliver Tangenten.

Capitel III.

Coordinater i Rummet.

§ 49. Beliggenheden af et Punkt A, Fig. 34, i Rummet er bestemt ved dets korteste Afstande $Om = x$, $ma = a_1A = y$ og $aA = z$ fra de tre paa hinanden perpendiculært staaende Planer ZOY, ZOX og XOY, de saakaldte Coordinatplaner. x, y og z kaldes Punkt A's Coordinater.

Fig. 34.

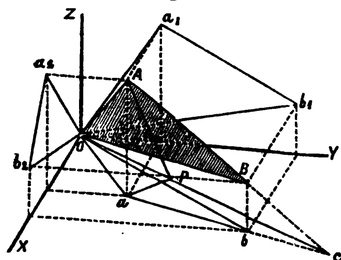


Punkt A's Projection paa et af Coordinatplanerne, t. Exp. Pl. ZOX, er det Punkt a_1, Fig. 34, hvori Perpendiculæren fra A paa ZOX træffer dette og Linien OA's Projection paa samme Plan er Linien a_1O mellem Projectionerne af Liniens Endepunkter.

Linien OA's Inclinationsvinkel mod et af Coordinatplanerne, t. Exp. ZOX, er Vinkel a_1OA, mellem OA og dens Projection paa Planet.

Beliggenheden af et Plan AOB, Fig. 35, er bestemt ved Coordinaterne til de tre Punkter A, O og B, og AOB's Projection paa et af Coordinatplanerne, t. Exp. XOY, er aOb, mellem Projectionerne af de Linier, der begrændse Planet.

Fig. 35.



AOB's Inclinationsvinkel mod Coordinatplanet XOY er Vinkelen apA mellem de to Perpendiculærer Ap og ap paa Planernes Skjæringslinie Oc.

Ere Coordinaterne for Punkt A, Fig. 34, $Om = x$, $ma = y$ og $aA = z$, saa er A's Afstand fra Axernes Nulpunkt:

$$OA = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

OA's Vinkler med Axerne bestemt ved:

$$\text{Cos. } AOX = \frac{x}{r}, \quad \text{Cos. } AOY = \frac{y}{r}, \quad \text{Cos. } AOZ = \frac{z}{r}$$

og OA's Inclinationsvinkel mod Plan ZOX:

$$\text{Cos. } AOa_1 = \frac{\sqrt{z^2 + x^2}}{r}$$

mod Plan ZOY:

$$\text{Cos. } AOa_2 = \frac{\sqrt{z^2 + y^2}}{r}$$

og mod Plan XOY:

$$\text{Cos. } AOa = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r}$$

Er Triangel AOB, Fig. 35, bestemt ved Coordinaterne til Punkterne A, O og B, hvis Projectioner ere:

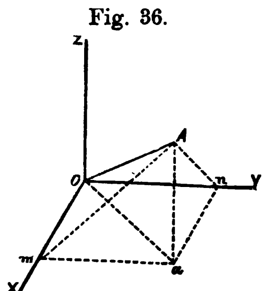
paa Plan	XOY	a, b	og O
„ —	ZOY	a_1, b_1	- „
„ —	ZOX	a_2, b_2	- „

saa er AOB's Inclinationsvinkler mod de respective Planer bestemt ved:

$$\text{Cos. } I = \begin{cases} \dfrac{aOb}{AOB} \\ \dfrac{a_1Ob_1}{AOB} \\ \dfrac{a_2Ob_2}{AOB} \end{cases}$$

Alle Opgaver, der kunne henføres til Ovenstaaende, løses ofte lettest ved Construction, idet man tænker sig de tre Coordinatplaner udfoldede paa et horizontalt Plan, i hvilket da Constructionen udføres. Regler for denne, passende paa de forskjellige Tilfælder, indeholde Opløsningerne paa efterfølgende Opgaver. § 50.

Fig. 36.



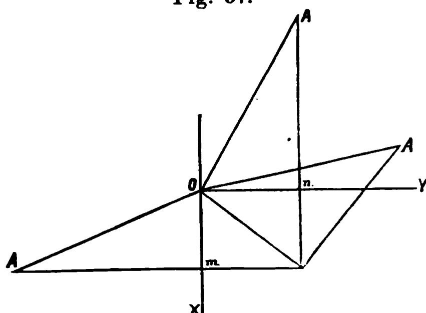
(1). At finde Længden af én Linie fra Axernes Nulpunkt O til et Punkt A med Coordinaterne $x = 4$, $y = 5$ og $z = 8$ samt denne Linies Vinkler med Axerne.

Opløsning. Ved Udfolding af Planerne vise Axerne sig som OX og OY, Fig. 37. Fra Nulpunktet O udsættes Coordinaterne $Om = x = 4$ og $ma = y = 5$ og Linien Oa er da den søgte Linies Projection paa Plan XOY. Fra Punkt a i denne reises Perpenpdiculæren $aA = z = 8$, hvorefter den søgte Linie AO findes lig 10.26. Ved Construction af Trianglerne AOm og AOn faaes Vinklerne:

$$AOX = 67^0,\ AOY = 60^0\ 45' \text{ og } AOZ = 51^0\ 18'$$

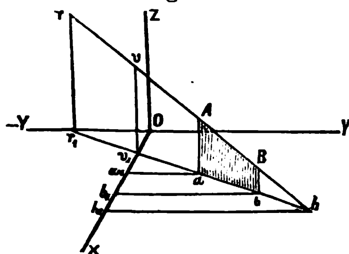
(II). At finde Længden af en ret Linie mellem et Punkt A med Coordinaterne $x = 5$, $y = 3$ og $z = 5$ og

Fig. 37.



Punkt B med Coordinaterne $x = 7$, $y = 9$ og $z = 2$, Fig. 38, samt denne Linies Forlængelses Skjæringspunkter med de tre Coordinatplaner.

Fig. 38.



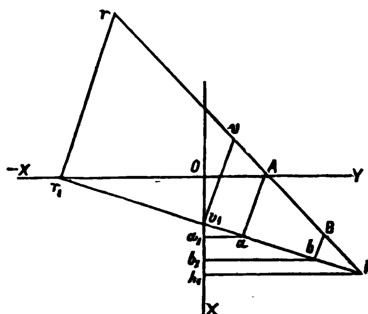
Opløsn. Ere Axerne i de udfoldede Planer OX og OY, Fig. 39, saa udsættes:

$$Oa_1 = x = 5 \text{ og } a_1 a = y = 3$$
$$Ob_1 = x = 7 \quad - \quad b_1 b = y = 9$$

hvorpaa Projectionslinien ab trækkes; fra Punkterne a og b i denne reises Perpendiculærerne $aA = z = 5$ og $bB = z = 2$, hvorved findes:

$$AB = 7.$$

Fig. 39.



AB forlænges derpaa, indtil den træffer Projectionslinien ab's Forlængelse i Punkt h og tilbage, indtil den i Punkterne v og r træffer Perpendiculærerne vv_1 og rr_1 paa ab's Forlængelse i de Punkter v_1 og r_1, hvori den skjærer Axerne.

Man finder da for Liniens Skjæringspunkt h med Plan XOY Coordinaterne:

$$hh_1 = y = 13{,}07 \text{ og } h_1O = x = 8{,}35$$

for Skjæringspunktet v med Plan ZOX:

$$vv_1 = z = 6{,}48 \text{ og } v_1O = x = 4$$

og for Skjæringspunktet r med Plan ZOY:

$$rr_1 = z = 12{,}5 \text{ og } r_1O = y = -12{,}1.$$

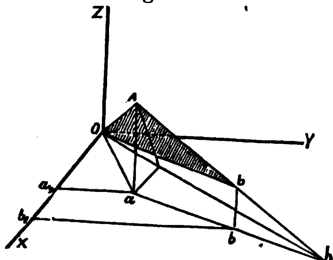
(III). At finde Inclinationsvinkelen mellem Plan XOY, Fig. 40, og et Plan der gaar gjennem Nulpunktet O, gjennem Punkt A med Coordinaterne:

$$Oa_1 = x = 4,\ a_1a = y = 3 \text{ og } aA = z = 5$$

og gjennem Punkt B med Coordinaterne:

$$Ob_1 = x = 5^1/_2,\ b_1b = y = 8 \text{ og } bB = z = 2^1/_2.$$

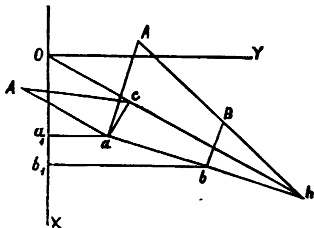
Fig. 40.



Opløsning. Man afsæter i Plan XOY, Fig. 41, Punkterne a og b, trækker Projectionslinien ab, reiser Perpendiculærerne $aA = z = 5$ og $bB = z = 2^1/_2$ paa denne og bestemmer AB's Forlængelses Skjæringspunkt h med Plan XOY, hvorved faaes Planernes Skjæringslinie hO. Derpaa fældes fra Punkt a Perpendiculæren ac paa Skjæringslinien og paa ac igjen Perpendiculæren $aA = z = 5$, hvorved findes den søgte Inclinationsvinkel:

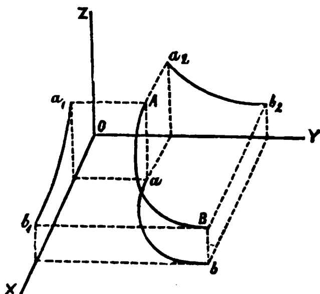
$$acA = 67^1/_2{}^0.$$

Fig. 41.



(IV). At finde en krum Linie AB's, Fig. 42, Projection paa det tredie Coordinatplan, naar dens Projectioner paa de to øvrige Planer ere givne.

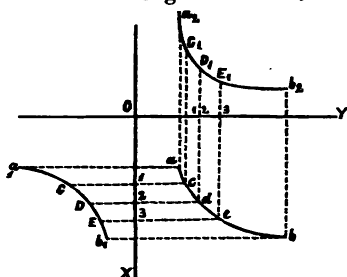
Fig. 42.



Opløsn. Lad Liniens Horizontalprojection være som ab, Fig. 43, og den ene givne Verticalprojec-

tion som a_1b_1; for da at bestemme den anden Verticalprojection $a_2\ b_2$ deler man Linien mn i et Antal ligestore Dele og trækker gjennem Delepunkterne Linierne cC, dD og eE. Derpaa fældes paa Axen OY Perpendiculærerne cC_1, dD_1 og eE_1, og gjør man saa $1C = 1C_1$, $2D = 2D_1$ og $3E = 3E_1$, saa ligge Punkterne C_1, D_1 og E_1 i den søgte Verticalprojection.

Fig. 43.



Capitel IV.

Udmaaling af Flader og Legemer.

§ 51. **Indhold af Flader.**

Er i Kvadratet $ABCD$, Fig. 44, $AB = AD = s$, saa er dets Indhold:

$$A = s^2 \text{ og omvendt } s = \sqrt{A}.$$

Fig. 44.

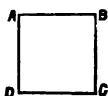


Fig. 45.

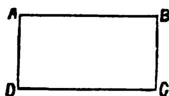
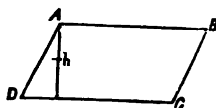


Fig. 46.



I Rectanglet, Fig. 45, være Grundlinien $DC = AB = g$ og Høiden $AD = BC = h$, saa er Indholdet:

$$A = g\ .\ h.$$

For Parallelogrammet, Fig. 46, med Grundlinie $DC = AB = g$ og Høide $AE = h$, er Indholdet:

$$A = g\ .\ h.$$

Er i Trianglet ABC, Fig. 47, Grundlinien $AB = g$ og Høiden $CD = h$, saa er Indholdet:

$$A = g\ .\ \frac{h}{2}$$

Er $AC = a$ og $BC = b$ og $a + b + g = s$, saa er ogsaa:

$$A = \sqrt{\frac{1}{2}s\left(\frac{1}{2}s - a\right)\left(\frac{1}{2}s - b\right)\left(\frac{1}{2}s - g\right)}$$

og heraf for det ligesidede Triangel:

$$A = \left(\frac{g}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{3}$$

Fig. 47.

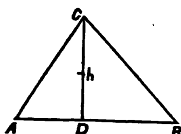
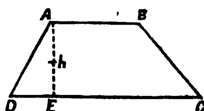


Fig. 48.



Sætter man i Paralleltrapeziet, Fig. 48, de to parallele Sider $AB = a$ og $Dc = b$ og Høiden $AE = h$, saa er dets Indhold:

$$A = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

Er i Trapeziet, Fig. 49, Diagonalen $Ac = g$ og Høiderne $DE = h$ og $BF = h_1$, saa er dets Indhold:

$$A = (h + h_1) \cdot \frac{g}{2}$$

Fig. 49.

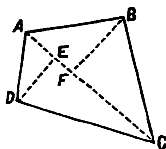
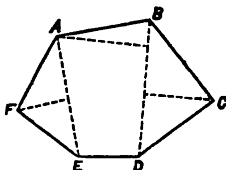


Fig. 50.



Indholdet af uregelmæssige Mangekanter som Fig. 50 findes ved, at man inddeler dem i Triangler og Trapezier og adderer disses Indhold.

Indholdet af Mangekanten, Fig. 51, faaes ogsaa af Hjørnepunkternes Høider $BI = y$, $CL = y_1$, $DM = y_2$, $EO = y_3$ over Grundlinien BF og Afstandene $BI = x$, $IL = x_1$, $LM = x_2$ o. s. v. efter Formelen:

$$A = \frac{y}{2}\left(x + x_1\right) + \frac{y_1}{2}\left(x_1 + x_2\right) + \frac{y_2}{2}\left(x_2 + x_3\right) + \frac{y_3}{2}\left(x_3 + x_4\right)$$

Fig. 51.

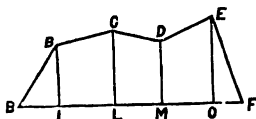
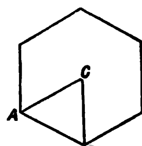


Fig. 52.



Er i den regelmæssige Mangekant, Fig. 52, Antallet af Sider = n og Sidelængden = s, saa er dens Indhold:

$$A = \frac{s^2 \times n}{4 \,.\, \text{Tang.} \frac{180^0}{n}},$$

eller udtrykt ved Radien AC i den omskrevne Cirkel:

$$A = \frac{n \,.\, r^2}{2} \,.\, \text{Sin} \frac{360^0}{n}$$

Er Cirkelens Diameter $AB = d = 2r$, Fig. 53, saa er Cirkelfladens Indhold:

$$A = r^2\pi = \frac{d^2\pi}{4} = 0{,}7854 \; d^2$$

og omvendt:

$$d = 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 1{,}1284 \sqrt{A}$$

Fig. 53.

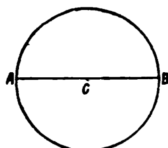
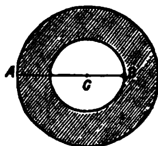


Fig. 54.



Indholdet af Cirkelringen, Fig. 54, med Radier $AC = R$ og $BC = r$, faaes af:

$$A = \pi\,(R^2 - r^2) = \pi\,(R + r)\,(R - r).$$

Indholdet af Cirkelsectoren, Fig. 55, med Radius $AC = r$ og Sectorvinkel $ACB = a^0$ eller Bue $AB = b$, er:

$$A = r^2 \,.\, \pi \,.\, \frac{a}{360} = b \,.\, \frac{r}{2}\,.$$

Fig. 55.

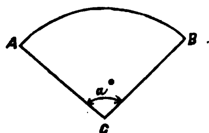
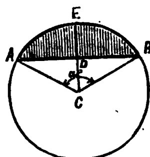


Fig. 56.



Er i Cirkelsegmentet $ADBE$, Fig. 56, Høiden $DE = h$ og den halve Chorde $AD = DB = c$, saa er Cirkelens Radius:

$$AC = r = \frac{c^2 + h^2}{2h}$$

og Segmentets Indhold:

$$A = r^2\,\pi\left(\frac{a}{360} - \frac{\text{Sin. } a}{2\pi}\right).$$

Er i Ellipsen, Fig. 57, Halvaxerne $AC = a$ og $BC = b$, saa er dens Indhold:

$$A = a . b . \pi$$

og Indholdet af et Ellipsesegment PDM, hvis Chorde er parallel med Ellipsens lille Axe:

$$PDM = \frac{b}{a} \times \text{Cirkelsegmentet } QDN.$$

Fig. 57.

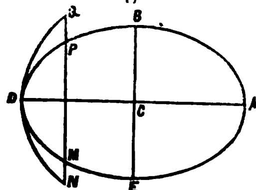
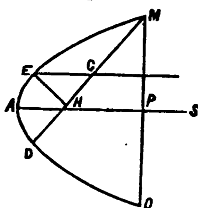


Fig. 58.



Er i Parabelen, Fig. 58, AS Axen og Coordinaterne for et Punkt M: $PM = y$ og $AP = x$, saa er Indholdet af Fladen $ADOM$:

$$A = \frac{4}{3} . y . x$$

og Indholdet af Parabelsegmentet ADM

$$A = \frac{2}{3} . c . h$$

naar c betegner Chorden MD og h Segmentets Høide EH.

Indholdet af Fladen $ABCD$, Fig. 59, faaes tilnærmelsesvis af Formelen:

$$A = m \left(\frac{h}{2} + h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + \frac{h_6}{2} \right)$$

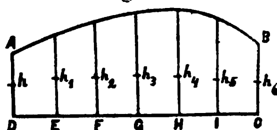
hvori m betegner de ligestore Afstande $DE = EF = FG$ o. s. v. mellem Høiderne h, h_1, h_2 o. s. v.

Nærmere, og nøiagtigt, om den krumme Linie AB er en Parabel, faaes Indholdet af samme Flade efter den Simpsonske Regel:

$$A = \frac{m}{3} (h + 4h_1 + 2h_2 + 4h_3 + 2h_4 + 4h_5 + h_6)$$

d. e.: Har man delt Grundlinien i et lige Antal ligestore Dele og bestemt Høiderne h_1, h_2 o. s. v., saa multipliceres hveranden af disse, h_1, h_3 og h_5, med 4 og alle de øvrige med Undtagelse af de to yderste, med 2, hvorpaa Producterne adde-

Fig. 59.



res til Summen af de to yderste og alt multipliceres med $\frac{m}{3}$.

Exempel I. I Firkanten, Fig. 49, er Diagonalen $AC = 6$ Fod, $DE = h = 3$ Fod og $BF = h_1 = 5$ Fod, hvoraf findes dens Indhold:

$$A = \frac{h + h_1}{2} . g = \frac{3 + 5}{2} . 6 = 24 \square \text{ Fod.}$$

Exempel II. Indholdet af et ligesidet Triangel skal være 100 □ Fod, hvor store blive dets Sider? Man har:

$$A = \frac{g^2}{4} . \sqrt{3}$$

hvoraf findes:

$$g = 2 \sqrt{\frac{A}{\sqrt{3}}} = \frac{20}{1,316} = 15,2 \text{ Fod.}$$

Exempel III. Er et Cirkelsegments Høide 8 Tommer og Chorde 20 Tommer, saa er Radien:

$$r = \frac{c^2 + h^2}{2h} = \frac{100 + 64}{16} = 10^1/_4 \text{ Tomme,}$$

$$\text{Sin. } \frac{n}{2} = \frac{c}{r} = \frac{10}{10.5} = 0,95238$$

hvoraf $n = 144^1/_2{}^0$

og Segmentets Indhold:

$$A = r^2\pi \left(\frac{n}{360} - \frac{\text{Sin. } n}{2\pi}\right) = 330,06 \left(\frac{144,5}{360} - \frac{\text{Sin. } 144^1/_2{}^0}{2\pi}\right)$$

$$= 102,01 \square \text{ Tommer.}$$

Exempel IV. For en Flade som Fig. 59 har man ved Maaling fundet Høiderne:

6, 6.25. 6 86, 7, 6.9, 6.5 og 5.6 Fod

i 5 Fods Afstand paa Grundlinien.

Heraf findes Fladens Indhold:

$$A = 5 \left(\frac{6}{2} + 6.25 + 6.86 + 7 + 6.9 + 6.5 + \frac{5.6}{2}\right)$$

$$= 196.55 \square \text{ Fod.}$$

Efter Simpsons Regel findes Indholdet af samme Flade:

$$A = \frac{5}{3} \left[6 + 4\ (6.25 + 7 + 6.5) + 2\ (6.86 + 6.9) + 5.6\right]$$

$$= 196\ 87 \square \text{ Fod.}$$

§ 52. Legemers Overflade og Indhold.

Er i en Kubus, Fig. 60, $AB = BD = BC = s$, saa er dens Indhold:

$V = s^3$ og omvendt: $s = \sqrt[3]{V}$
og dens Overflade:
$O = 6 . s^2$.

Fig. 60.

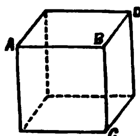
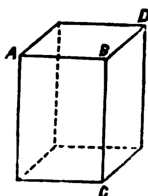


Fig. 61.



Er i et Parallelepipedum, Fig. 61, $AB = a$, $BD = b$ og $BC = h$, saa er Indholdet:
$V = a . b . h$
og Overfladen:
$O = 2ab + 2ah + 2bh$.

For et Prisma, Fig. 62, er Indholdet:
$V = A . h$
naar A betegner Grundfladen DEF og h den lodrette Høide.

Fig. 62.

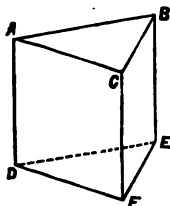
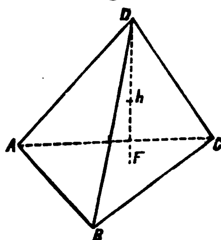


Fig. 63.



Er i en Pyramide, Fig. 63, Grundfladen $= A$, og den lodrette Høide $DF = h$, saa er Indholdet:

$$V = A . \frac{h}{3}.$$

Betegner man i en afkortet Pyramide, Fig. 64, Grundfladen med A og Topfladen med B og den lodrette Høide med h, saa er dens Indhold:

$$V = \frac{h}{3}(A + B + \sqrt{AB}).$$

Betegnes i en Cylinder, Fig. 65, Grundfladens Radius med r og Høiden med h, saa er Indholdet:
$V = r^2\pi . h$
og den krumme Overflade:
$O = 2r\pi . h$.

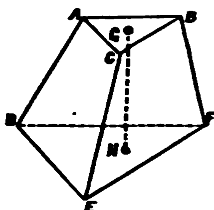


Fig. 64.

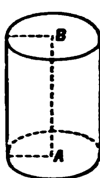


Fig. 65.

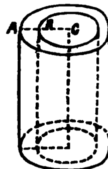


Fig. 66.

For en huul Cylinder, Fig. 66, med udvendig Radius $AC = R$, og indvendig Radius $BC = r$, har man Indholdet:

$$V = (R^2 - r^2)\,\pi h$$

og den krumme Overflade:

$$O = (R + r)\,2\pi h.$$

Er i en Kegle, Fig. 67, Grundfladens Radius $BC = r$, og Høiden $CA = h$, saa er Indholdet:

$$V = r^2\pi \cdot \frac{h}{3}$$

og den krumme Overflade:

$$O = r\pi \sqrt{r^2 + h^2}.$$

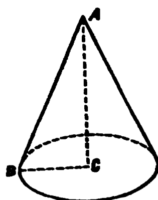


Fig. 67.

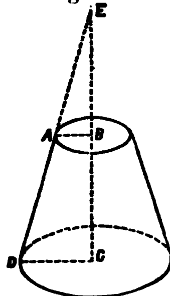


Fig. 68.

Er i en afkortet Kegle, Fig. 68, Radierne $DC = R$ og $AB = r$ og Høiden $BC = h$, saa er Indholdet:

$$V = \frac{h\pi}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$$

og den krumme Overflade:

$$O = \pi(RS - rs)$$

hvor s betegner den skraa Side AE i den bortskaarne Deel af Keglen og S betegner Siden DE i den hele Kegle.

I en Kugle, Fig. 69, være Diameteren $AB = d$, saa er dens Overflade:

$$O = d^2\pi \text{ og omvendt: } d = \sqrt{\frac{O}{\pi}}$$

og Indholdet:

$$V = \frac{d^3\pi}{6} = 0{,}5236 . d^3 \text{ og omvendt: } d = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$$

$$= 1{,}2407 \sqrt[3]{V}$$

Fig. 69.

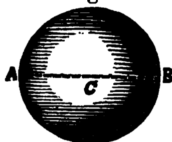
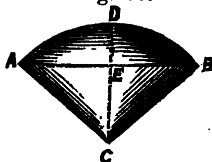


Fig. 70.



Den krumme Overflade af et Kuglesegment, Fig. 70, hvis Grundflades Radius $AE = r$, Høide $DE = h$, og Kuglens Radius $AC = R$ faaes af:

$$O = \pi(r^2 + h^2) = 2R\pi . h$$

og Indholdet af Kuglesectoren $ADBC$:

$$V = O . \frac{1}{3} R = \frac{2}{3} R^2\pi . h$$

og Indholdet af Kuglesegmentet ABD:

$$V = h^2\pi\left(R - \frac{h}{3}\right) = \frac{h\pi}{6}(3r^2 + h^2).$$

For Ellipsoiden, Fig. 71, med Halvaxerne $Bc = a$ og $AC = b$ har man Indholdet:

$$V = \frac{\pi}{6} ab^2$$

Fig. 71.

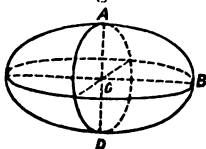
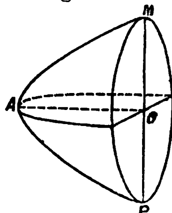


Fig. 72.



For Paraboloiden $AMCP$, Fig. 72, med Høide $AC = x$ og Grundflades Radius $MC = y$ har man Indholdet:

$$V = y^2\pi \frac{x}{2}.$$

Er for Fadet, Fig. 73, $AC = R$, $DE = BF = r$ og Længden $BD = h$, saa er dets Indhold:

$$V = \frac{h\pi}{3}(2R^2 + r^2),$$

naar Siden FAE er formet efter en Cirkelbue, og

$$V = h\pi\left(\frac{2R + r}{3}\right)^2,$$

naar FE er en Parabelbue.

Fig. 73.

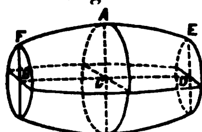
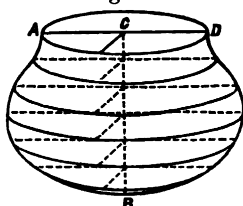


Fig. 74.



Indholdet af et uregelmæssigt Legeme faaes af Simpsons Regel (Side 177), naar man i denne indsætter parallele Sectioner af Legemet istedetfor de i lige indbyrdes Afstand tagne Høider h, h_1 o. s. v. Betegner man Afstanden mellem de tagne Sectioner med m og Sectionerne selv med A. A_1 A_2 o. s., saa er Indholdet af Karret, Fig 74:

$$V = \frac{m}{3}(A + 4A_1 + 2A_2 + 4A_3 + 2A_4 + 4A_5 + A_6).$$

Exempel I. I en afkortet Kegle ere Radierne: $R = 8$ Tommer og $r = 5$ Tommer og Høiden $h = 12$ Tommer, hvoraf findes Indholdet:

$$V = \frac{h\pi}{3}(R^2 + r^2 + Rr) = 4\pi\,(64 + 25 + 40)$$

$$= 1621{,}06 \text{ Kub.-Tom.}$$

Til Bestemmelse af den krumme Overflade findes den skraa Side i den bortskaarne Del af Keglen: $s = 20{,}615$ og Siden i den hele Kegle: $s = 32{,}9$ og heraf:

$$O = \pi\,(RS - rs) = \pi\,(8 \,.\, 32{,}9 - 5 \,.\, 20{,}615) = 503{,}05 \,\square''.$$

Exempel II. Et Kuglesegment med Høide $h = 6$ Tommer og Grundflades Radius $r = 10$ Tommer har Indholdet:

$$V = \frac{h\pi}{6}(3r^2 + h^2) = \pi\,(300 + 36) = 1055{,}58 \text{ Kub.-Tom.}$$

og den krumme Overflade:

$$O = \pi\,(r^2 + h^2) = \pi\,(100 + 36) = 427{,}26 \,\square \text{ Tommer.}$$

Exempel III. Dersom man for de cirkelformige Sectioner A, A_1 o. s. v. af Karret, Fig. 74, har fundet Radierne: 8, 6, $5^1/_2$, 5, $3^1/_2$, 2, 0 Tommer med m = 6 Tommer, saa er Karrets Indhold:

$$V = \frac{6}{3}\pi\,(8^2 + 4\,.\,6^2 + 2\,.\,5{,}5^2 + 4\,.\,5^2 + 2\,.\,5{,}5^2 + 4\,.\,2^2 + 0)$$
$$= 2\pi\,(64 + 144 + 60{,}5 + 100 + 24{,}5 + 16)$$
$$= 2569{,}82 \text{ K.-Tommer.}$$

Capitel V.

Landmaaling.

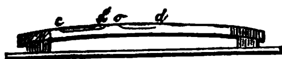
Ved Landmaalingen bestemmes Formen og Størrelsen af en Landstrækning. Afbildningen deraf, Kartet, viser dens Horizontalprojektion. § 53.

Til Landmaaling hører: Opmaaling af rette Linier mellem de Punkter paa Marken, der skulle afsættes paa Kartet, og af de Vinkler, som disse Linier danne med hinanden. De maalte Vinkler afsættes med samme Størrelse, som de have i Marken, de maalte Linier med Længder, der ere proportionale med deres sande Længde. Forholdet mellem Længden af en Linie paa Kartet og den tilsvarende i Marken kaldes Kartets Maalestok.

De vigtigste Instrumenter. § 54.

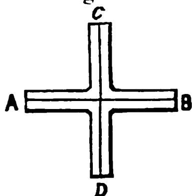
1. **Libellen** eller Vaterpasset (Fig. 75). Paa en Meplade er anbragt et dermed parallelt Glasrør. Det er lukket i begge Ender og fyldt med en Vædske, dog saaledes, at der er tilovers en Luftblære, som, naar Pladen stilles paa skraa, vil stille sig i den øverste Ende af Røret. Da Røret er noget krummet opad, vil den stille sig mellem Mærkerne c' og d, naar Pladen er horizontal. For at prøve Instrumentets Rigtighed sættes det paa et nogenlunde horizontalt Bord. Blæren stiller sig f. Ex. ved cd'. Det dreies nu helt om og sættes atter paa Bordet, saa den venstre Ende kommer til Høire og omvendt. Er Instrumentet rigtigt, saa vil Blæren stille sig ligesaameget til den anden Side af $c'd$. Feil rettes ved Skruer, der stedse ere anbragte paa finere Instrumenter.

Fig. 75.



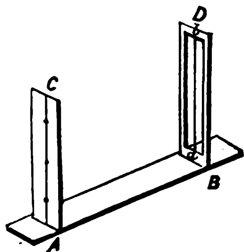
2. **Vinkelkorset** er et Kors, der er forsynet med to paa hinanden lodrette Render *AB* og *CD*. Det bruges til rette Vinklers Udstikning. Det fæstes da horizontalt paa en lodret Stok, og man sigter langs Renderne og udstiller Stokke i Sigtelinierne. I Rendernes Sted er der ofte anbragt en Spids ved *A*, *B*, *C* og *D*. Ved Sigte over *AB* og *DB* udstikkes en Vinkel paa 45° da *ABCD* nøiagtig danne et Kvadrat. Rigtigheden af Korset prøves ved at udstille en Stok i Sigtelinien *DC* og en i *BA*, dernæst dreie Korset 1/4 Gang rundt, saa den første Stok sees i Sigtelinien *BA*. Staar da den anden Stok i Sigtelinien *CD*, saa er Korset rigtigt.

Fig. 76.



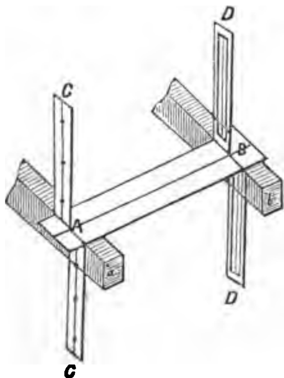
3. **Diopterlinealen.** *AB* (Fig. 77) er en Lineal, der bærer to lodrette Opstandere, Dioptere, *AC* og *BD*. Den ene er forsynet med Sigtehuller forenede ved en lodret Spalte. Den anden har en lodret Traad *ab*. Man sigter gjennem Sigtehullerne og Spalten forbi Sigtetraaden. Diopterlinealen maa tilfredsstille følgende Fordringer:

Fig. 77.



a) Sigtespalten og Traaden maa ligge i eet Plan, Sigteplanet. Dette maa ogsaa være lodret paa Linealens undre Side. Dette prøves ved at stille Instrumentet paa et nøie horizontalt Bord og sigte til en i nogen Afstand ophængt Lodtraad. Denne maa da sees at falde sammen i hele sin Længde med Sigtetraaden, fra hvilket Punkt i Sigtespalten man end sigter.

Fig. 78.

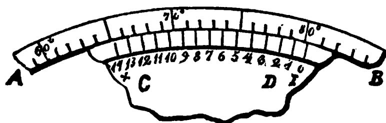


b) Sigteplanet bør være parallelt med Linealens Kanter. Dette prøves ved først at stille og siden hænge Linealen paa to horizontale Arme *a* og *b* (Fig. 78) saaledes, at Linealens Kant *AB* i begge Stillinger ligger nøie an mod to paa Armene afsatte Mærker. Ved Sigtninger maa nu et og samme Punkt af en Gjenstand falde i Sigteplanet. — Paa finere Instrumenter er i Stedet for Dioptere anbragt en Diopterkikkert, der kan dreies om en horizontal Axe,

hvorved den beskriver en vertical Cirkel. For at benytte Kikkerten til Sigtning er tæt indenfor Ocularglasset anbragt et Kors af to paa hinanden lodrette, fine Traade, Filamentet. Diopterkikkerten maa tilfredsstille samme Fordringer som Diopterlinealen. Prøven sker paa samme Maade.

4. **Vinkelinstrumenter** (Astrolabier) bestaa af en i Grader inddelt, horizontal Cirkel, Limben, og en bevægelig Del, Alhidaden, der kan dreies om en i Cirkelens Centrum anbragt lodret Tap. Den har enten Form som en Diopterlineal eller som en rund, horizontal Skive, der bærer en Diopterkikkert, (Theodolith). Paa Alhidadens Kant er anbragt et Mærke, Index, der peger paa Limbens Gradinddeling og derved angiver, hvor stor Vinkel Alhidaden er dreiet. Vinkelens Aflæsning foregaar nøiagtigere ved en Nonius, (Fig. 79). *AB* er et i Grader inddelt Stykke af Limben, *CD* er Kanten af Alhidaden, der bærer Nonien. Stykket *xI* af den er f. Ex. inddelt i 15 ligestore Dele og svarer i Længde netop til 16 Grader paa Limben. Forskjellen mellem en af Limbens Grader og hver af Noniens Dele bliver da $^1/_{15}$ Grad = 4 Minutter. Falder nu Noniens Nulpunkt mellem 80° og 81°, saa undersøger man, hvilken af Noniens Delestreger der nøiagtig

Fig. 79.



falder i Flugt med en af Limbens Gradestreger. Dette være f. Ex den 4de til Venstre. Nulpunktet peger altsaa $^4/_{15}$ Grad = 16 Minutter til Høire for 80°. Det aflæste Gradantal bliver da 80° 16′.

Astrolabiet maa tilfredsstille følgende Fordringer:

a) Limbens og Noniens Inddeling maa være nøiagtig og sammensvarende. Det prøves ved at stille Noniens Nulpunkt paa hver af Limbens Gradestreger og undersøge, om hver Gang dens n^{te} (15de) Delestreg falder sammen med den $(n+1)^{te}$ (16de) Gradestreg paa Limben. Om de enkelte Noniedele ere ligestore, prøves ved at stille en Noniestreg ad Gangen paa samme Streg af Limben og hver Gang se efter, om Noniens og Limbens Streger paa begge Sider af de to sammenstødende Streger afvige ligemeget fra hinanden.

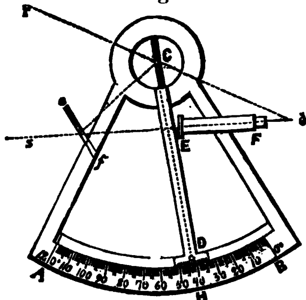
b) Alhidadens Omdreiningspunkt maa falde nøie sammen med Limbens Centrum. En liden Feil heri ophæves aldeles, naar man tager Middeltallet af de Aflæsninger, som faaes ved to diametralt modsatte Nonier.

c) Som 3, a (Pag. 184) og samme Prøve.
Har Instrumentet Kikkert, saa maa:
d) Kikkertens Omdreiningsaxe staa lodret paa Alhidadens Omdreiningsaxe,
e) Kikkertens Sigtelinie være lodret paa dens horizontale Omdreiningsaxe.

Begge Dele prøves paa een Gang ved at stille Instrumentet paa et horizontalt Bord og rette Kikkerten nøiagtigt mod et noget høitliggende Punkt og dernæst dreie Alhidaden nøiagtigt 180° rundt. Ved at svinge Kikkerten tilbage, maa Sigteplanet nøiagtig gaa gjennem det Punkt, hvorpaa Kikkerten først indstilledes. Findes der Feil, saa undersøger man, om Feilen ogsaa er tilstede, naar man vælger et i Høide med Kikkerten liggende Punkt. En Feil, som da viser sig, kan kun skrive sig fra *e*.

5. **Sextanten** (Fig. 80) bestaar af en Ramme af Form som et Cirkelsector. Buen *AB* udgjør omtrent $^1/_6$ af Peripherien. Om *C* dreier sig en Alhidade *CD*, der ved *D* bærer en Nonius, som viser paa Cirkelbuens Inddeling. I *C* er der til Alhidaden fæstet et Speil, som dreies med denne. Det paa Sectorens Plan lodrette Speil *ef* er parallelt med Alhidadens Speil, naar Nonien viser paa 0°. Kun deu ene Halvdel af *ef* er speilende, den anden er gjennemsigtig. *EF* er en Diopterkikkert eller blot et Sigtehul. Skal nu Vinkelen *røs* mellem to fjerne Gjenstande *r* og *s* og Iagttagerens Øie *ø* maales, saa holdes Sextanten saaledes, at man gjennem Kikkerten og den ubelagte Del af *ef* ser *s*. Alhidaden dreies saa, at Speilbilledet af *r* i Speilet ved *C* reflekteres til *ef* og derfra i Kikkerten. *r* og *s* vise sig da ved Siden af hinanden. Vinkelen *røs* er nu lig Halvdelen af Vinkelen *DCB*, som Nonien angiver. Buen *AB* er delt i halve Grader. Vinkelen *røs* findes da ligetil ved at aflæse *DCB*, som er lig Buen *BH*.

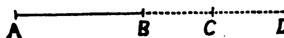
Fig. 80.



§ 55. Arbeider med Stokke, Kjede og Gradinstrumenter.

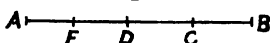
1. **Rette Liniers Afstikning** i Marken foregaar ved at udstille lodrette Stokke, der ved Sigtning bringes til at staa i Flugt. Nøiagtigheden beror tildels paa den Methode, der anvendes paa at sætte Stokkene i Flugt. Skal Linien *AB* (Fig. 81) forlænges, saa stiller

Fig. 81.



man en Stok *C* omtrent i Liniens Forlængelse. Ved at træde 3 à 4 Skridt tilbage og sigte langs *CB*, ser man, om *C, B* og *A* staa i Flugt. Paa samme Maade udstilles en anden Stok *D* ved Sigtning fra *D* gjennem *C* o. s. v. Skal Linien *AB*, (Fig. 82), nærmere betegnes ved Stokke mellem *A* og *B*, saa stiller man sig bag *B* og lader en Medhjælper stille en Stok omtrent midt mellem *A* og *B*. Ved Tegn bringes nu denne i Flugt med *A* og *B*. Dernæst stiller man sig ved *D* og stiller ligeledes en Stok i *E* o. s. v.

Fig. 82.



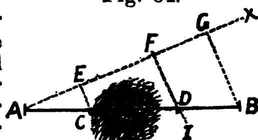
Er Afstanden mellem *A* og *B* (Fig. 83) meget stor, eller ere begge utilgjængelige, saa stilles to Mand med hver sin Stok omtrent i Liniens Retning ved *C* og *D*. *D* bringer sin Stok i Flugt med *CA*. *C* bringer dernæst sin i Flugt med *DB*, hvorpaa *D* atter sigter og retter sin Stok og saaledes vexelvis, indtil alle 4 Stokke staa i en ret Linie.

Fig. 83.



Denne Fremgangsmaade kan ikke anvendes, naar f. Ex. et Buskads eller deslige hindrer Udsigten fra *D* og *C* til *A* og *B* (Fig. 84). Man hjælper sig da paa følgende Maade: Der udstikkes en Linie *AX*, der gaar udenom Hindringen. Fra *B* nedfældes paa denne en lodret Linie *BG*, (se 2, Pag. 188). Ligeledes opreises paa *AX* lodrette Linier i *F* og *E*. Nu maales *AE, AF, AG* og *GB*. Dernæst afsættes paa den lodrette Linie i *F FD* saa lang, at:

Fig. 84.



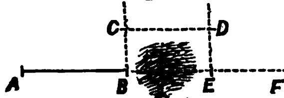
$$FD : AF = GB : AG$$

og paa den lodrette Linie i *E EC* saa lang, at

$$EC : AE = GB : AG.$$

C og *D* ville da ligge i Linien *AB*. Skal *AB* forlænges til den anden Side af en Skov eller deslige, hvorigjennem Afstikning ikke kan foregaa (Fig. 85), saa afsættes ved Vinkelkorset *BC* lodret paa *AB*. Dernæst ligeledes *CD* lodret paa *BC* (*BC* gjøres saa lang, at *CD* falder udenfor Skoven). Ligeledes afsættes *DE* lodret paa *CD*, man maaler *CB* og gjør *DE* = *CB*. Dernæst gjøres *EF* lodret paa *DE*. *E* og *F* ligge da i Forlængelsen af *AB*.

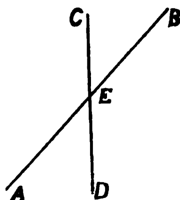
Fig. 85.



Anm. At bestemme Sjæringspunktet mellem to rette Linier *AB* og *CD* (Fig. 86). En Mand stilles ved *A* og en anden ved *D*. En tredie stiller sig omtrent

i Skjæringspunktet ved E. Denne bringes ved Sigtning fra A i Linien AB og ved Sigtning fra D i DC, saa er Skjæringspunktet fundet.

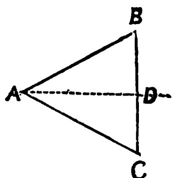
Fig. 86.



2. **Vinklers Afstikning.** Ved Hjælp af Vinkelinstrumenterne (Pag. 185 o. flg.) kan hvilkensomhelst Vinkel meget nøiagtig udstikkes. Instrumentet opstilles med Centret over det Punkt, hvor Vinkelens Toppunkt skal være. Alhidaden stilles saaledes, at Kikkertens Sigteplan falder sammen med den givne Linie i Marken, der forestiller Vinkelens Ben. Den dreies nu saa mange Grader, som Vinkėlen skal være, og en Stok udstilles i Sigteplanet. — Vinkelkorset (Pag 184) benyttes for Resten til Afstikning af rette Vinkler og Vinkler paa 45°.

I Mangel af Vinkelinstrument kan man ofte hjælpe sig med Maalekjeden (§ 56), som følgende Exempler vise:

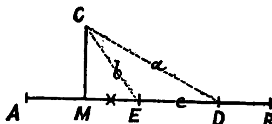
Fig. 87.



1. Vinkelen BAC skal halveres. Man maaler med Kjeden og gjør $AB = AC$. Dernæst maales Linien BC. I Midten af denne stilles en Stok D. AD er da Vinkelens Halveringslinie.
2. En ret Vinkel afstikkes ved af Kjeden at danne et Triangel, hvis ene Side er 6, den anden 8 og den tredie 10 Alen. Vinkelen mellem de to mindste Sider bliver da ret. (Se forresten Vinkelkorset, Pag. 184).

Anm. De ved Kjeden afstukne rette Vinkler ere ikke meget nøiagtige. Kjeden bør derfor kun bruges til Afstikning af korte Perpendikulærer paa høist 100 Alen.

Fig. 88.



3. En Vinkel paa 60° afstikkes ved af Kjeden at danne et ligesidet Triangel.
4. En Vinkel paa 45° afstikkes ved Halvering af en ret Vinkel, eller ved Vinkorset (Pag. 184).
5. Fra et Punkt C udenfor en ret Linie AB skal en lodret Linie CM nedfældes. Man vælger i AB, Fig. 88, to Punkter E og D og maaler $ED = c$, $CE = b$ og $CD = a$. Dernæst afsættes

$$EM = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2c},$$

saa er M det Punkt, hvor Perpendikulæren træffer AB. — Er C utilgjængeligt, saa prøver man sig frem ved

at stille Vinkelkorset der, hvor man antager, at Perpendikulæren vil træffe *AB*, rette det langs *AB* og saa sigte mod *C*. Nøiagtigere gjøres dette med Vinkelinstrument.

3. **Parallele Liniers Afstikning.** Gjennem *C* skal en Linie afstikkes parallel med *AB*:

a) (Fig. 89). En Perpendikulær *CD* nedfældes fra *C* paa *AB* og maales, *EF* opreises lodret paa *AB* og gjøres lig *CD*. *CF* er da parallel med *AB*.

Fig. 89.

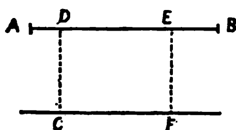
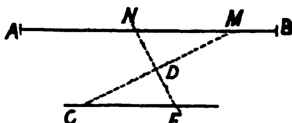


Fig. 90.



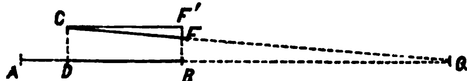
b) (Fig. 89). *CD* nedfældes $\perp$ *AB*, *CF* gjøres $\perp$ *CD*, saa er $CF \parallel AB$.

c) (Fig. 90). Et Punkt *M* vælges i *AB*, man maaler *CM* og halverer den i *D*. *DN* gjøres $\perp$ *CM*, den forlænges, idet man gjør Forlængelsen $DF = ND$. Da er *CF* parallel med *AB*.

d) Den hurtigste og ofte tilstrækkelig nøiagtige Methode er følgende:

Man vælger et fjernt Punkt *Q* i *AB*'s Retning, sigter fra *C* til *Q* og stiller *F* i Sigtelinien *CQ*. *CF* er

Fig. 91.



da noget nær parallel med *AB*. Unøiagtigheden voxer med *C*'s Afstand fra *AB*. Feilen *FF'* kan dog beregnes, hvis man kjender *CD* og *CQ* samt *CF*.

Da er $FF' = \frac{CD \cdot CF}{CQ}$.

Rette Liniers og Vinklers Maaling. § 56.

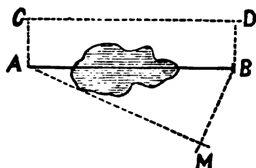
1. **Maaling af rette Linier** udføres med Maalekjede eller Stang. Er Grunden heldende, løftes Kjedens nedre Ende op, saa den bliver horizontal. (Man ønsker nemlig sædvanlig kun at kjende Liniens horizontale Projection). Derved foraarsages dog en Feil, idet Kjeden danner en Bue og altsaa forkortes. Forkortelsen vil ved en almindelig Kjede neppe gjøre mere end $^{1}/_{1000}$ af Kje-

dens Længde. Hvis Grundens Heldning ikke er over 2 Fod pr. Kjedelængde, saa lægger man Kjeden langs Jorden, thi man begaar derved ikke større Feil end ved at løfte den op.

Kan man formedelst Naturhindringer: Vand, Skov og desl. ikke komme til at maale Linien directe, saa benytter man de simpleste Principer for geometriske Construktioner. I følgende Opgaver ere de vigtigste Tilfælde behandlede:

1 Opg. Maal AB, naar kun dens Endepunkter ere tilgjængelige, og man kan sigte i Retningen AB.

Fig. 92.

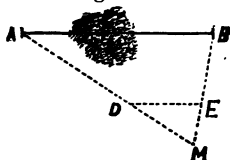


a) gjør $AC \perp AB$ og $BD \perp AB$. AC gjøres $= DB$ og begge saa lange, at man kan maale CD directe. CD er da $= AB$, eller:

b) opsøg et Punkt M, hvor AMB er 90^0. Maal AM og MB. Efter den pythagoræiske Læresætning er da $AB = \sqrt{AM^2 + MB^2}$.

2 Opg. Maal AB, naar kun dens Endepunkter ere tilgjængelige, og man **ikke** kan sigte i Retningen AB.

Fig. 93.



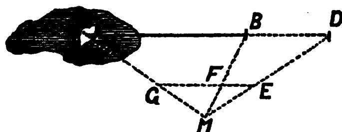
a) Man kan gaa frem som i 1 *b*, eller:

b) Maal AM og MB og gjør $DM = \frac{1}{n} AM$ og $ME = \frac{1}{n} MB$.

Maal saa DE, da er:
$$AB = n \, . \, DE.$$

3 Opg. Maal AB, naar A er utilgjængeligt, og man kan sigte i Retningen AB.

Fig. 94.

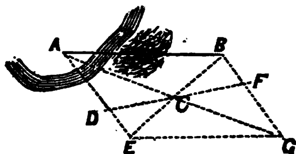


Forlæng AB til D (§ 55) og maal MB og MD, gjør $ME = \frac{1}{n} MD$ og $MF = \frac{1}{n} MB$, forlæng EF og søg dens Skjæringspunkt G med MA (Pag. 188). Da er: $AB = n \, . \, GF$.

4 Opg. Maal AB, naar A er utilgjængelig, og man **ikke** kan sigte i Retningen AB.

Maal BE og halver den i C. Stil D i Linien EA. Maal DC, forlæng den og gjør $CF = DC$. Forlæng BF og AC og søg deres Skjæringspunkt G. Maal EG, da er $AB = EG$.

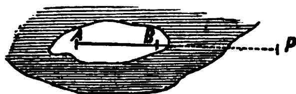
Fig. 95.



5 Opg. Maal AB, naar baade A og B ere utilgjængelige, men man kan sigte i Retningen AB, Fig. 96.

Forlæng AB til P (§ 55). Maal BP og AP efter 3die Opg. Da er $AB = AP - BP$.

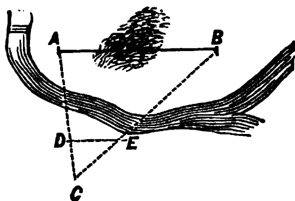
Fig. 96.



6 Opg. Maal AB, naar baade A og B ere utilgjængelige og man **ikke** kan sigte i Retningen AB, Fig. 97.

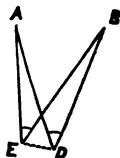
Vælg et tilgjængeligt Punkt c, hvorfra A og B kan sees. Maal BC og AC efter 3die Opg. Gjør $CE = \frac{1}{n} BC$ og $CD = \frac{1}{n} AC$. Da er $AB = n \cdot DE$.

Fig. 97.



2. **Maaling af Vinkler** er tilstrækkelig forklaret under Vinkelinstrumenter (Pag. 184). For at Vinkelen skal blive nøiagtig maalt, maa Instrumentets Centrum stilles nøiagtig over det Punkt, der skal være Vinkelens Toppunkt. Det er vigtigt at vide, hvor vidt man i denne Henseende behøver at drive Omhyggeligheden. Vinkelen ADB skal maales. Men Instrumentets Centrum stilles over E, og man maaler altsaa AEB. Feilen $f = ADB - AEB$ voxer med Afstanden ED, men for samme Værdi af ED er den størst, naar $ADB = 180^o$, og naar $DE \perp DA$. Da bliver Feilen

Fig. 98.



$$f = ADB \div AEB = \frac{ED}{\pi} \left(\frac{1}{AD} + \frac{1}{BD}\right) \cdot 180^o$$

og kan herefter beregnes. For en Værdi af $ED = 3$ Tom-

mer bliver Feilen ikke over 1 Minut, naar $\frac{1}{AD} + \frac{1}{BD}$ ikke er større end $\frac{1}{9300}$, hvor AD og BD er regnet i Tommer. Baade AD og BD forudsættes store i Forhold til ED.

§ 57. Kartets Udførelse

kan foregaa paa to Maader:

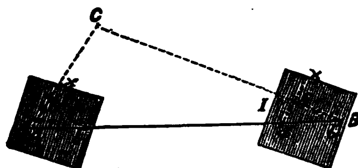
1) De maalte Liniers og Vinklers Størrelse noteres og construeres siden paa Papiret;
2) Construction og Maaling udføres samtidig paa Maalebordet, et fladt, kvadratisk Bord, stillet paa et Stativ, der er saaledes indrettet, at Bordet kan stilles nøiagtigt horizontalt og kan dreies til alle Sider.

1. Arbeider med Maalebordet.

Grundlinien opmaales. Dertil vælges en flad Mark eller en Iis, hvor en saa lang som mulig ret Linie udstikkes og opmaales. Lad den være f. Ex. 2000 Fod. Afsættes den paa Kartet med en Længde af 1 Fod, saa er Kartets Maalestok (se § 53) $= \frac{1}{2000}$.

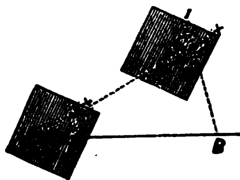
Grundlinien i Marken være AB, dens Plads paa Maalebordet ab. (Det skyggede Kvadrat betegner Maalebordet). Man stiller Bordet horizontalt med a over A og lægger Diopterlinealen langs ab. Bordet dreies, saa man faar B i Diopterlinealens Sigtelinie. ab falder da i Flugt med AB. Bordet siges nu at være orienteret. Diopterlinealen lægges an mod a, der sigtes til C, og Sigtelinien ax drages op paa Bordet. Bordet flyttes til B, orienteres med b over B og ba langs BA. Man sigter til C og drager Sigtelinien bI. Skjæringspunktet c for ax og bI er da C's Plads paa Bordet, thi man har: $ac : AC = bc : BC = ab : AB$.

Fig. 99.



Naar to Punkter A og B ere afsatte paa Bordet i a og b, saa findes paa denne Maade Beliggenheden af et tredie Punkt C paa Bordet. Denne Fremgangsmaade kaldes Fremskjæring.

Fig. 100.

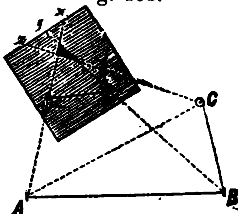


Naar A og B ere afsatte paa Bordet som før, saa findes ogsaa C ved Sideskjæring saaledes: Bordet orienteres med a over A og ab langs AB, Sigtelinien ax

til *C* opdrages. Bordet stilles over *C*. Linealen lægges langs *xa*, og Bordet dreies, saa man faar *A* i Sigtelinien. Linealen lægges an mod *b*, og man sigter til *B*. Sigtelinien *bI* trækkes op bagover. Skjæringspunktet *c* er da *C*'s Plads.

Naar tre Punkter *A*, *B* og *C* ere afsatte paa Bordet i rigtig indbyrdes Beliggenhed i *a*, *b* og *c*, saa kan man ofte ved Tilbageskjæring paa følgende Maade finde Beliggenheden *d* af et tredie Punkt *D*, over hvilket Bordet er stillet, uden at man behøver at begive sig til *A*, *B* eller *C*: Man orienterer Bordet over *D* nogenlunde efter Øiemaal, saa at *ab* omtrent bliver parallel med *AB*. Man lægger nu Linealen an mod *c* og sigter til C, mod *b* og sigter til *B*, mod *a* og sigter til *A*. Sigtelinierne drages bagover til *x*, *y* og *z*. Dersom Bordet ei tilfældigvis staar aldeles rigtigt, ville de ikke skjære hinanden i eet Punkt, men danne et lidet Triangel, Feiltrianglet. (Paa Figuren er dette mørkere skygget). Man vrider nu Bordet lidt, indtil Linierne ved en ny Sigtning skjære hinanden i eet Punkt. Dette Punkt er da *D*'s Plads.

Fig. 101.



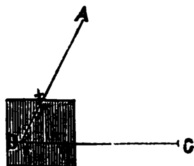
Anm. Dersom tilfældigvis *A*, *B*, *C* og *D* ligge i en Cirkel, saa vil aldrig noget Feiltriangel fremkomme, om Bordet orienteres noksaa feilagtigt over *D*. Fremkommer efter den første løselige Orientering intet Feiltriangel, saa kan man have Mistanke om, at *A*, *B*, *C* og *D* ligge i en Cirkel. Man vrider da Bordet lidt. Fremkommer hellerikke da ved Sigtningen noget Feiltriangel, saa er det virkelig Tilfældet. Det er da umuligt at bestemme *D* uden at begive sig til et eller to af Punkterne *A*, *B*, *C* og benytte Sideskjæring eller Fremskjæring, medmindre tillige et 4de Punkt *E*, der ikke ligger i Cirkelen gjennem *ABCD*, er afsat paa Bordet og kan sees fra *D*.

2. Opgaver for Maalebordet.

1 Opg. Afsæt paa Bordet Vinkelen *ABC*. Dens Toppunkt *B* og ene Ben *BC* er givet paa Bordet.

b være Toppunktet, *bc* det givne Ben. Bordet orienteres med *b* over *B* og *bc* langs *BC*. Med Linealen sigtes til *A*, og Sigtelinien *bx* opdrages. *xbc* er da den søgte Vinkel.

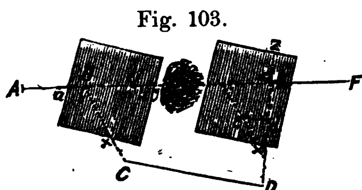
Fig. 102.



2 Opg. Forlæng en ret Linie *AB* gjennem et Terrain (f. Ex. Skov eller By), hvor Afstikningen ikke kan foregaa ligefrem.

Bordet opstilles med *b* over *B* og *ba* langs *BA*. Man vælger et Punkt *C* og sigter dertil. Sigtelinien være *bx*. *BC* maales og afsættes paa Bordet efter Maalestokken som *bc*. Nu flyttes Bordet til *C*, orienteres med *c* over *C* og *cb* langs *CB*. Et Punkt *D* bestemmes i *d* paa samme Maade. Man forlænger tillige paa Bordet *ab* til *y*. Bordet flyttes til *D*, orienteres, og man sigter i Retningen *DE* og opdrager *dz* paa Bordet. Man udmaaler nu efter Maalestokken Længden af *de* (*e* er det Punkt hvor *dz* skjærer *ab*'s Forlængelse) og afsætter denne Længde paa Marken langs *DE*. Derved findes paa Marken et Punkt *E*, der ligger i Forlængelsen af *AB*. Bordet orienteres nu i *E*, Linealen lægges an langs *abe*, og en Stok *F* udstilles i Sigtelinien. *ABEF* danne da en ret Linie. Længden af *AE* findes ved at maale den paa Bordet efter Kartets Maalestok.

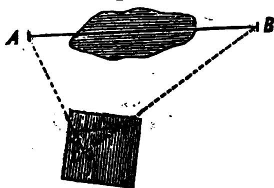
Fig. 103.



3 Opg. Bestem Længden af Linien *AB*, som ei kan maales direkte.

a) Begge Endepunkter ere tilgjængelige (Fig. 104). Bordet stilles over *C*, hvorfra man kan sigte og maale baade til *A* og *B*. Man opdrager Sigtelinierne til *A* og *B*, maaler *CA* og *CB* og afsætter dem efter Maalestokken som *ca* og *cb*. *ab* giver da Længden af *AB* efter den anvendte Maalestok.

Fig. 104.



b) Kun det ene Endepunkt *A* er tilgjængeligt (Fig. 105). Man maaler *CA* og bestemmer Længden af *CB* ved Fremskjæring fra *A* og *C*. *ab* giver da som i a) Længden af *AB*.

Fig. 105.

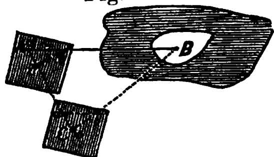
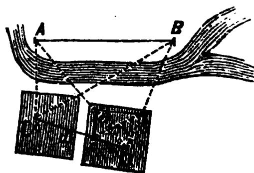


Fig. 106.



c) Begge Endepunkter ere utilgjængelige (Fig. 106). Man opmaaler en Grundlinie *CD* og afsætter den paa Bordet som *cd* efter en vilkaarlig Maalestok. Fra *C* og *D* bestemmes nu *A* og *B* ved Fremskjæring. *ab* angiver da Længden af *AB* efter den anvendte Maalestok.

4 Opg. Fra et Punkt *C* udenfor en ret Linie *AB* at nedfælde en Perpendikulær.

a) Linien *AB* tilgjængelig, *C* utilgjængelig (Fig. 107). *AB* maales og afsættes efter en vilkaarlig Maalestok som *ab*. Ved Fremskjæring fra *A* og *B* bestemmes *C*'s Plads i *c*. Man construerer nu i Kartet *cd* ⊥ *ab* og søger ved den valgte Maalestok Længden af *ad*. En Stok sættes nu i Marken i den derved fundne Afstand fra *A* og er da det Punkt, hvor Perpendikulæren fra *C* træffer *AB*.

Fig. 107.

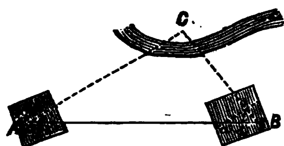
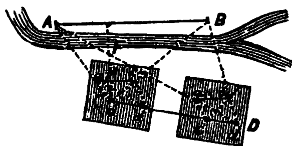


Fig. 108.



b) *AB* utilgjængelig, *C* tilgjængelig (Fig. 108). Fra *C* udstikkes og opmaales en Grundlinie *CD*. Den afsættes paa Kartet efter en vilkaarlig Maalestok som *cd*. Man bestemmer ved Fremskjæring fra *C* og *D* Punkterne *A* og *B*. Deres Plads paa Bordet være *a* og *b*. Medens Bordet er orienteret i *C*, construerer man *cf* ⊥ *ab*, lægger Linealen an mod *c* og *f* og udstiller en Stok *F* i Sigtelinien. *CF* er da lodret paa *AB*.

5 Opg. Gjennem et Punkt *C* at udstikke en Linie parallel med en given utilgjængelig Linie *AB*.

Ganske samme Fremgangsmaade som i 4 Opg. b, kun med den Forskjel, at man tilsidst paa Bordet gjennem *c* trækker en Linie parallel med *ab* ikke lodret derpaa.

Anm. Denne Fremgangsmaade kan naturligvis benyttes til gjennem et givet Punkt at drage en Linie, der danner hvilkensomhelst Vinkel med en given Linie.

4. **Sammenbinding af en Række Punkter** kan foregaa ved Hjælp af Maalebord eller ved Vinkelinstrument og Kjede.

Den indbyrdes Beliggenhed af en Del Punkter *A*, *B*, *C*, *D*, *E* skal findes.

a) Polarmethoden. Man vælger et Punkt *O*, hvorfra man kan sigte og maale til hvert af de øvrige. Man maaler da Vinklerne *AOB*, *BOC* og afsætter dem paa Papiret. Tillige maales Linierne *OA*, *OB*, *OC* o. s. v. og afsættes efter Maalestokken. Polarmethoden kan bruges ved Opmaaling af en Figur, som tilsteder fri Oversigt, og i hvis Indre man uhindret kan arbeide.

b) Omfangsmethoden. Linien *AB* maales og afsættes efter Maalestokken; dernæst afsættes Vinkelen *ABC*. Ligeledes maales og afsættes de øvrige Sider og Vinkler. Omfangsmethoden bruges ved Opmaaling af en Figur, i hvis Indre man ei kan arbeide, og som hellerikke tilsteder fri Oversigt, f. Ex. en Skovstrækning.

c) Perpendikulærmethoden. En ret Linie *xy* udstikkes. Fra hvert af Punkterne *A*, *B*, *C* o. s. v. nedfældes paa denne Perpendikulærer. Disse maales saavelsom deres Afstande. Alle afsættes efter Maalestokken. — Benyttes i samme Tilfælde som a).

d) Indskjæringsmethoden. En Grundlinie *FH* udstikkes, maales og afsættes efter Maalestokken. Dernæst maales Vinklerne *AFH* og *AHF* og afsættes; derved er *A* bestemt. Ligeledes bestemmes de øvrige Punkter. — Indskjæringsmethoden bruges især, naar Maalebord anvendes. Den bruges for Resten ved Opmaaling af en Figur, der tilsteder fri Oversigt, men i hvis Indre man ei kan arbeide, f. Ex. dyrkede Marker, Samling af smaa Søer o. s. v. Sammenbinding af en Række Punkter finder foruden de nævnte Tilfælde Anvendelse ved Opmaaling af krumme Linier f. Ex. Bække og Floder, Veie og desl. Man gjør sædvanlig først efter Øiemaal og Opskridtning et løseligt Omrids, Kroki, der letter Oversigten ved den nøiagtigere Opmaaling.

5. **Arealberegninger** eller Beregninger af en Landstræknings Fladeindhold udføres ved at inddele den paa Kartet ved rette Linier i Parallelogrammer, Triangler, Trapezer (se disses Fladeindhold Pag. 174 o. flg.) og beregne disses Fladeindhold.

Hvis Arealberegningen gjøres paa Kartet efter, at det er skaaret af Maalebordet, maa der tages Hensyn til Papirets Indkrympning. For at gjøre dette inddeles det før Afskjæringen i Kvadrater, hvis Sider opmaales paa en Messingmaalestok. Efter Afskjæringen kan man da let erfare Indkrympningens Størrelse. Den er for Resten ikke altid eens i alle Retninger paa Papiret.

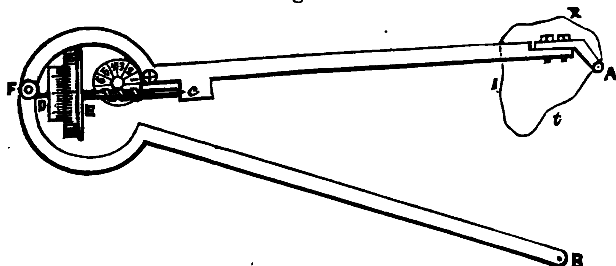
Bekvemmest foretages Arealberegningerne ved Instrumenter, de saakaldte Planimetre:

Glasplanimetret bestaar af en Glasplade, hvorpaa er graveret et Net af smaa Kvadrater af bekjendt Størrelse. Det lægges over den Figur, hvis Areal skal bestemmes; man tæller Antallet af de hele i Figuren liggende Kvadrater og bedømmer efter Skjøn Størrelsen af de Kvadratstykker, der afskjæres af Figurens Grændselinier. — Større Fordele yde flere andre Planimetre, idet man kun behøver at lade en paa Instrumentet anbragt Spids følge Omridset af den Figur, hvis Fladeindhold søges. Fladeindholdet findes da ved at tælle Omdreiningerne af en Skive, der roterer under Spidsens Bevægelse.

Et af de bekvemmeste af denne Slags Planimetre er Amslers Polarplanimeter (Fig. 109). To Metal-

stænger *AF* og *BF* ere i *F* forbundne ved en Hængsel. I *A* og i *B* er der en Stift. *B* fæstes paa et

Fig. 109.



passende Sted af Papiret, og man fører Stiften *A* nøiagtig langs Omkredsen af den Figur *xIt*, hvis Fladeindhold søges, indtil man kommer tilbage til det Punkt, hvorfra man gik ud. Ved denne Bevægelse vil Skiven *E*, hvis Axe er parallel med *AF*, rulle. Det af Stiften *A* omskrevne Fladeindhold er nu proportionalt med Omdreiningernes Antal. Et Antal hele Omdreininger aflæses paa den med Tallene forsynede Skive. En Brøkomdreining paa Nonien *D*. Fladeindholdet er for Resten proportionalt med Længden af *AF*. Lad f. Ex. til hver Omdreining af Skiven svare 10 Kvadratcentimeter. Har Skiven gjort 7,52 Omdreining, saa bliver Fladeindholdet $= 7{,}52 \cdot 10 = 75{,}2$ Kvadratcentimeter. Er den omskrevne Figur saa stor, at Punktet *B* kommer indenfor Figuren, saa maa man til det paa denne Maade fundne Fladeindhold addere Indholdet af den Cirkel, hvis Radius er *AB*, naar *B* stilles saa, at det falder i Skiven *E*'s forlængede Plan, altsaa *BF* næsten lodret paa *AF*. Denne Cirkels Fladeindhold findes forresten paaskrevet Instrumentet.

Capitel VI.

Høidemaaling og Nivellering. § 88.

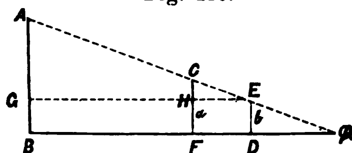
Ved Høidemaalingen bestemmes forskjellige Punkters Høideforskjel.

Den udføres enten ved Beregning af Forholdet mellem maalte Linier og kaldes da **geometrisk H.**; eller ved Beregning af Forholdet mellem maalte Linier og Vinkler, **trigonometrisk H.** Høidemaalingen kan ogsaa foregaa ved Beregning af de forskjellige Punkters Forskjel i Lufttryk, der findes ved Barometret, **barometrisk H.** Bestemmer man to Punkters Høideforskjel ved at maale deres lodrette Høide over eller Dybde under en horizontal Linie i Verticalplanet gjennem Punkterne, saa kaldes Høidemaalingen **Nivellering.**

§ 59. Geometrisk Høidemaaling af nærliggende Gjenstande.

BD er Jordoverfladen (Fig. 110). Høiden *AB* af Punktet *A* skal maales. Er *BD* nogenlunde flad (f. Ex. en flad Mark eller Eng), saa opstiller man et Stykke Vei fra *AB* en lodret Stok *CF*, hvis Længde være *a*. En mindre Stok *ED* af Længden *b* opstilles derefter saa langt fra den første, at *A* og Stokkenes Toppe falde i Flugt. Man maaler dernæst den fjerneste Stoks Afstand *DB* fra Foden af *AB* samt Afstanden mellem begge Stokke. Tænker man sig nu draget den horizontale Linie *EG*, hvis Længde er $= DB$, saa er:

Fig. 110.



$$AG : GE = HC : HE \text{ eller}$$
$$AG : BD = (a-b) : FD, \text{ altsaa}$$
$$A\text{'s Høide over } G = AG = \frac{BD\,.\,(a-b)}{FD}$$

Dertil skal nu adderes Længden af Stokken *ED* for at faa *A*'s hele Høide.

Exempel. Er den længste Stok 8 Fod, den korteste 5 Fod, denne sidstes Afstand fra *AB* 100 Fod og Afstanden mellem begge Stokke 12 Fod, saa er:

$$AB = \frac{100\,.\,(8-5)}{12} + 5 = \frac{300}{12} + 5 = 30 \text{ Fod.}$$

Man kunde ogsaa hjælpe sig med een Stok *CF* ved i Stedet for den mindste Stok at lægge Øiet ned til Jorden paa et Sted *Ø*, hvorfra man kunde se *A* og *C* i Flugt, og man vilde da have:

$$AB = \frac{BØ}{FØ}\,.\,a.$$

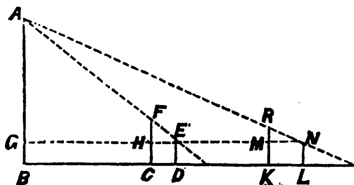
Kan man ei komme til at maale *BD*, saa kan man benytte Maalebordet og efter Opgave 3, Pag. 194 udfinde Længden af *BD*.

Eller ogsaa kan man gaa frem paa følgende Maade (Fig. 111):

Man opstiller først Stokkene som før og har da:

$$AG = \frac{BD}{CD}(a-b).$$

Fig. 111.



Dernæst opstilles de længere borte i K og L og man har da $AG = \frac{BL}{KL}(a-b)$. Deraf faaes nu:

$$AG = \frac{DL}{KL-CD}(a-b),$$

hvortil adderes Længden af ED for at faa AB.

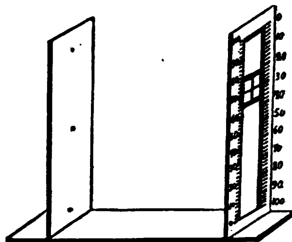
Exempel. DL være 104 Fod, $CD = 12$ Fod, $KL = 25$ Fod, $a = 9$ Fod, $b = 4$ Fod, saa er:

$$AB = \frac{104}{13} \cdot (9-4) + 4 = 44 \text{ Fod}.$$

Følgende Instrumenter anvendes ved den geometriske Høidemaaling og grunde sig paa de nu omtalte Principer.

1. **Lehmanns Diopterlineal** (Fig. 112) skiller sig kun fra en almindelig Diopterlineal (§ 54) derved, at der paa den Opstander, der bærer Sigtetraaden, er anbragt en Ramme med et Kors af to fine Traade, som kan skyves op og ned. Rammen bærer paa Siderne i Høide med Traadkorsets horizontale Traad en Nonius eller blot en Viser, der peger paa en Inddeling paa Opstanderen. Paa den ene Side er Inddelingen nummereret nedenfra opad paa den anden omvendt. Det øverste og nederste Sigtehul a og b staar nøiagtig i samme Høide over Linealens Underkant som Inddelingens øverste og nederste Ende. Det inddelte Stykke er nøiagtigt saa langt som dets Afstand fra Sigtehullerne og inddelt i 100 ligestore Dele. Hver Del er da $\frac{1}{100}$ af Afstanden fra Sigtehulsopstanderen.

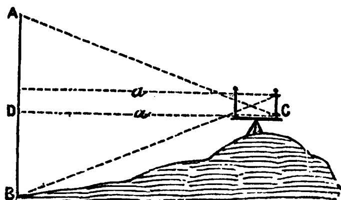
Fig. 112.



Instrumentet anvendes saaledes:

Man skal fra C maale A's Høide over B. C ligger f. Ex. høiere end B, men lavere end A. Instrumentet stilles paa et Stativ eller Maalebord nøiagtig horizontalt. Man sigter gjennem det nederste Sigtehul opad til A og stiller Rammen saa høit, at den horizontale Traad staar i Høide med A. Man aflæser nu f. Ex. paa Inddelingen nedenfra opad Tallet 67. Dernæst sigtes paa samme Maade gjennem det øverste

Fig. 113.



Sigtehul nedad til B og man aflæser ovenfra nedad Tallet 25. Kjendes Afstanden DC, som f. Ex. er 120 Fod, saa er:

$$AD : 120 = 67 : 100, \text{ altsaa:}$$
$$A\text{'s Høide over } D = AD = 0{,}67 \,.\, 120. \text{ Ligeledes:}$$
$$BD = 0{,}25 \,.\, 120$$
$$AB = AD + BD = 0{,}92 \,.\, 120 = 110{,}4 \text{ Fod.}$$

Anm. Egentlig skulde herfra trækkes Afstanden mellem øverste og nederste Sigtehul, da man har maalt A's Høide over det nederste og B's Dybde under det øverste, men denne Afstand er som oftest forsvindende i Sammenligning med Gjenstandens Høide.

Har man vanskeligt for at maale Afstanden CD, saa gaar man frem som ved Fig. 114. Instrumentet flyttes til C_1, og en ny Observation gjøres. — Har man nu ved Maalingen i C:

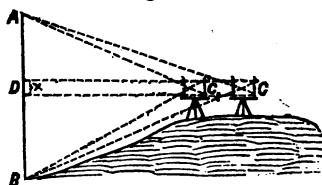
$AD = DC \,.\, 0{,}75$ og $BD = DC \,.\, 0{,}67 - x$, hvor x er Afstanden mellem Sigtehullerne,

og ved Maalingen i C_1:

$AD = DC_1 \,.\, 0{,}85$ og $BD = DC_1 \,.\, 0{,}76 - x$,

saa følger deraf:

Fig. 114.



$$AD = CC_1 \cdot \frac{0{,}85 \,.\, 0{,}75}{0{,}85 - 0{,}75}$$

$$BD = CC_1 \cdot \frac{0{,}76 \,.\, 0{,}67}{0{,}76 - 0{,}67} - x.$$

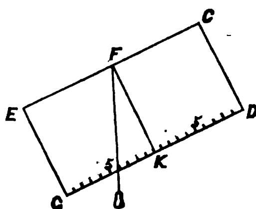
Man har ogsaa heri en Control for Maalingens Rigtighed, idet:

$$DC_1 = \frac{AD}{0{,}85} = \frac{BD + x}{0{,}76} \text{ og altsaa:}$$

$$CC_1 \cdot \frac{0{,}75}{0{,}85 - 0{,}75} \text{ maa være} = CC_1 \cdot \frac{0{,}67}{0{,}76 - 0{,}67} + \frac{x}{0{,}76}.$$

2. **Vinklers Dendrometer** (Træmaaler) (Fig. 115) er en rétvinklet Plade, hvis ene Kant EC har et Par Dioptere eller blot Spidser ved E og C. I F hænger en Lodtraad GD er inddelt fra K af i ligestore Dele, hver $= \frac{1}{10}$ af Bredden FK.

Fig. 115.



Skal man f. Ex. maale Høiden af et Træ, hvis Top er A, og hvis Fod er B, saa holdes Pladen paa Kant og saameget paaskraa, at Toppen sees i Flugt med Diopterne. Lodlinien vi-

ser f. Ex. paa 6. Er EM en horizontal Linie, M er et Punkt paa Træet, saa har man:

$$AM = \frac{6}{10} . EM.$$

Dernæst holdes Pladen paa skraa nedad, og man sigter til B. Hænger Lodlinien paa 3die Delestreg, saa er:

$$BM = \frac{3}{10} . EM.$$

$$\text{Træets Høide er da} = AM + BM = \frac{3+6}{10} . EM.$$

Anm. Instrumentet giver ingen stor Nøiagtighed, men er bekvemt for Forstmænd til nogenlunde at finde et Træs Høide.

3. **Wredes Nivellerspeil** (Fig. 116) er en langagtig Kasse af 3 à 4 Tommers Høide, der ved en Messinghylse i A kan fæstes paa en Stok. AB er en Pendel, der svinger frit om CC. Ved F er Kassen aaben og forsynet med et Skydelaag. Ved G er anbragt en Glasrude. Den øverste Del af Pendelen bestaar af en Ramme, i hvis ene Halvdel et Speil er indfattet, den anden er aaben. Naar Pendelen hænger frit, staar Speilet lodret. DE er en Arm, der stilles horizontalt, men naar Instrumentet ikke bruges, slaaes ned. I en Klemme ved E kan indsættes en firkantet Papirskala, der er forsynet med Sigtehuller og paa den mod Speilet vendende Side med en Inddeling. Fig. 117 viser Skalaen i naturlig Størrelse. a er et Sigtehul. Sigter man gjennem a, saa ser man Billedet af Skalaen i Speilet og paa samme Tid Gjenstanden gjennem den aabne Del af Pendelens Ramme. Da Speilet hænger lodret, saa er Linien fra a til Speilbilledet af den midterste Streg horizontal. Billedet af det første sorte Felts nederste Rand, mærket med 200, giver en Stigning af 1 paa 200, Billedet af dets øverste Rand en Stig-

Fig. 116.

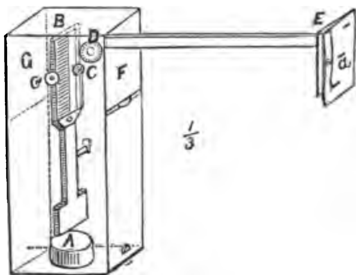
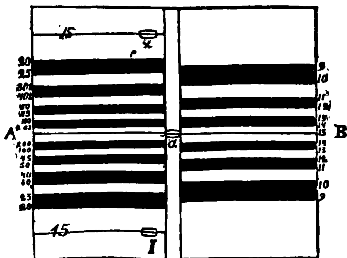


Fig. 117.



ning af 1 paa 100 o. s. v. Den øvre Del bruges, naar Gjenstanden ligger høiere, den nederste, naar den ligger lavere end Iagttagerens Standpunkt. Den høire Del af Skalaen tilhører Sigtehullerne x og I og benyttes, naar Gjenstanden ligger saa høit eller lavt, at den høire Side ei strækker til. Observerer man nu ved Sigtning gjennem a en Gjenstand i Flugt med den øverste Kant af 2det sorte Feldt, mærket 50, saa har Linien en Stigning af 1 paa 50. Er dens Afstand 300 Fod, saa er altsaa dens Høide over Iagttageren $\frac{300}{50} = 6$ Fod.

Instrumentets Speil maa staa lodret, naar Pendelen hænger frit. Dette prøves saaledes:

Paa et Træ anbringes et Mærke. Ved et andet Træ et Stykke borte holdes Instrumentet saa høit, at man ser Mærket i Flugt med Billedet af den midterste horizontale Streg AB. I denne Høide sættes et Mærke. Nu gaar man til det første Træ, og holder Iustrumentet i Høide med Mærket. Mærket paa det andet maa da vise sig i Høide med AB, dersom Instrumentet er rigtigt.

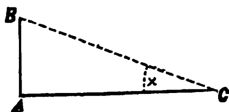
§ 60. Trigonometrisk Høidemaaling.

Skal man fra C maale Høiden AB (Fig. 118), saa maales med Theodolith (§ 54) Vinkelen, x og man har:

$$AB = AC \,.\, \text{Tang.}\, x.$$

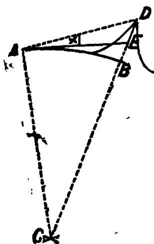
AC kan findes ved Maalebordsoperationer (Pag. 194). Er AC meget stor, saa har Jordoverfladens Krumning og Refraktionen Indflydelse. Paa Grund af den første viser nemlig en fjern Gjenstand sig lavere, end den er, og paa Grund af Refraktionen (Lysstraalernes Brydning i Luften) viser den sig høiere, end den er.

Fig. 118.



1. **Jordoverfladens Krumning.** AB (Fig. 119) betegner et Stykke af Jordoverfladen, C Jordens Centrum og $CA = r$ Længden af Jordradien. Fra A skal man maale Høiden af BD. To Punkters Høideforskjel er nu det Samme som Forskjellen i deres Afstand fra Jordens Centrum. Betegner AE en horizontal Linie gjennem A, saa vil E synes at ligge i Høide med A, medens det i Virkeligheden ligger Stykket EB høiere. Saameget synes altsaa hvert Punkt i BD trykket ned paa Grund af Krumningen af Jordoverfladen. EB kaldes Horizontens Depression. Dens Størrelse er $EB = \frac{1}{2} \cdot \frac{AB^2}{r^2}$.

Fig. 119.



Den voxer altsaa med Afstanden AB.

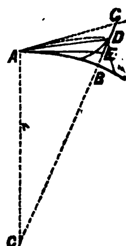
I Trianglet DEA kan stedse Vinkelen DEA ansees for 90°, ligeledes kan AE ansees for i Længde = Buen AB. Man har altsaa:

$$DE = AE \,.\, \text{Tang.}\, x = AB \,.\, x.$$

Man maaler altsaa $\angle\, x$ og AB. Til DE adderes EB saa har man Høideforskjellen mellem D og A.

2. **Lysstraalernes Refraktion.** Paa Grund af Luftens forskjellige Tæthed gaar Lyset ikke ret frem, men i en krum Linie, der vender sin hvælvede Side fra Jorden. En Lysstraale fra D (Fig 120) beskriver altsaa Buen DA, og en Iagttager i A tror, at den kommer i Retningen GA. D synes altsaa løftet op til G. Man har nu fundet, at Vinkelen (Refraktionsvinkelen) $GAD = ACB \,.\, 0{,}0653$. Er AE en horizontal Linie gjennem A, saa maa man fra den maalte Vinkel GAE trække GAD.

Fig. 120.



Udføres Rettelsen for Refraktion og Depression, saa er Høideforskjellen:

$$DB = AB \,.\, \text{Tang.}\,(GAE - ACB \,.\, 0{,}0653) + {}^1\!/_2\, \frac{AB^2}{r^2}.$$

Anm. Refraktionsvinkelens Størrelse varierer for Resten efter Luftens Temperatur, Dagstiden o. s. v. og kan vanskelig bestemmes med nogen Sikkerhed, især paa Afstande over 10,000 Fod. Disse undgaaes derfor.

Tabel over Depressionens og Refraktionens Indflydelse paa Høiden for Afstande af hver 300 Fod.

Afstand i Fod.	Depression i Fod.	Elevation ved Refraktion i Fod.	Afstand i Fod.	Depression i Fod.	Elevation ved Refraktion i Fod.	Afstand i Fod.	Depression i Fod.	Elevation ved Refraktion i Fod.
300	0,002	0,000	3900	0,315	0,060	7500	1,387	0,226
600	0,009	0,002	4200	0,415	0,069	7800	1,500	0,244
900	0,020	0,003	4500	0,499	0,079	8100	1,617	0,264
1200	0,035	0,005	4800	0,568	0,090	8400	1,739	0,284
1500	0,055	0,009	5100	0,641	0,103	8700	1,866	0,305
1800	0,079	0,013	5400	0,719	0,115	9000	1,997	0,327
2100	0,109	0,018	5700	0,801	0,128	9300	2,132	0,349
2400	0,142	0,023	6000	0,887	0,142	9600	2,272	0,372
2700	0,179	0,029	6300	0,978	0,157	9900	2,416	0,396
3000	0,222	0,035	6600	1,074	0,173	10200	2,565	0,421
3300	0,268	0,043	6900	1,174	0,190	10500	2,718	0,446
3600	0,319	0,051	7200	1,278	0,207	10800	2,875	0,472

§ 61. Barometrisk Høidemaaling.

Luftens Tæthed og Tryk aftager, eftersom man kommer høiere tilveirs. Luftens Tryk maales ved Barometret, med hvis Kviksølvhøide det er proportionalt. Betegner B og b Barometrets Kviksølvhøide udtrykt i f. Ex. Millimetre eller Tommer for to forskjellige Steder, saa findes deres Høideforskjel H i Meter ved følgende Formel:

$$H = 18336\,(\text{Log.}\,B - \text{Log.}\,b).$$

Anm. Paa Kviksølvhøiden har Luftens Varmegrad Indflydelse. Ligeledes, paa Grund af Jordens Fladtrykning ved Polerne, Jordradiens Længde og Polhøiden. Tages disse Størrelser med i Beregningen, saa faaes:

$$H = 18336\,.\,(1 + a\,.\,\text{Cos.}\,2\varphi)\left(1 + \frac{t_1 + t_2}{500}\right)\left\{\left(1 + \frac{H}{r}\right).\ \text{Log.}\left[\left(1 + \frac{\tau_2 - \tau_1}{5550}\right)\frac{B}{b}\right] + 0{,}8686\,.\,\frac{H}{r}\right\}$$

hvor r betegner Jordradien i Meter
$a = 0{,}002845$
t_1 og t_2 Luftens Temperatur paa de to Steder,
τ_1 og τ_2 Kviksølvets Temperatur,
p Stedets Polhøide.

Man maa nu først beregne H med Udeladelse af $\frac{H}{r}$ paa høire Side. Den fundne Værdi indsættes i $\frac{H}{r}$, deraf faaes en nøiagtigere Værdi for H.

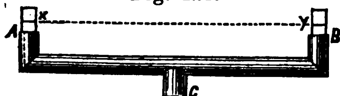
§ 62. Nivellering.

Dertil udfordres: et Sigteredskab, hvormed man kan sigte horizontalt, samt en inddelt Stang Nivellerstang, der opstilles lodret i de Punkter, hvis Høideforskjel søges.

Sigteredskaber.

1. **Wredes Nivellerspeil** (Pag. 201) giver en horizontal Sigtelinie, naar man sigter gjennem Skalaens midterste Hul forbi Billedet af den midterste horizontale Streg.

Fig. 121.

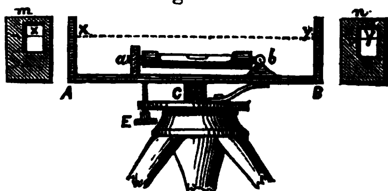


2. **Vandrøret** (Fig. 121) er i sin simpleste Form et Blikrør AB, der ved en Hylse i C kan fæstes paa et Stativ eller en Stok. Ved A og B

ere indkittede to aabne Glasrør. Fyldes Røret med Vand til *x* og *y*, saa har man ved Sigtning langs begge Vandoverfladerne en horizontal Linie.

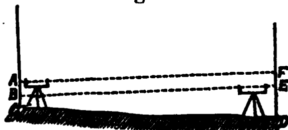
3. **Nivellerdiopter med Libelle** (Fig. 122). *AB* er en Diopterlineal, hvis Sigtetraad er horizontal. *m* og *n* vise Diopterne forfra. Instrumentet kan dreies op og ned om *C*, hvorved den er befæstet til et Stativ. *ab* er en Libelle. Ved Dreining af Skruen *E* stilles Libellen horizontal. For at prøve om Sigtet er horizontalt, naar Libellen staar horizontal, stilles ved

Fig. 122.



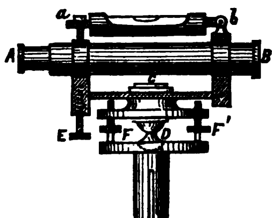
Instrumentet en inddelt Stang i *C* (Fig. 123). Instrumentets Høide er *AC*. Man sigter til en Stang i *D*. Den aflæste Høide er *DF*. Instrumentet stilles i *D*, dets Høide er da *ED*, og der sigtes til den første Stang, den aflæste Høide være *CB*. Da maa $AC - BC = FD - ED$. *AB* og *FE* maa nemlig være ligestore, og $AF \nparallel BE$.

Fig. 123.



4. **Nivellerinstrumenter med Kikkert** (Fig. 124) giver nøiagtigere Resultater. Diopterlinealen er erstattet ved en Kikkert *AB* med Traadkors (§ 54) og kan dreies om en Axe *CD*, som maa stilles vertical. Dette sker ved Dreining af Skruerne *F* og F_1 samt af to Skruer, der ei ere tegnede, men i Figuren have Plads ret foran og ret bag Axen. Axen er vertical, naar Boblen bliver paa sin Plads, om Instrumentet dreies en Gang rundt om Axen. For at prøve om da tillige Kikkertens Sigtelinie er horizontal, gaar man frem som ved Nivellerdiopteret (3). Feil rettes ved Skruerne *a* og *E*.

Fig. 124.



5. **Nivellerstænger** ere inddelte Stænger, der enten ere forsynede med en Sigteplade, som kan skyves op og ned af en Medhjælper, eller har en saa tydelig Inddeling, at den kan aflæses fra Instrumentet. Sigtepladen har gjerne Udseende som Fig. 51 med sorte og hvide Kvadrater.

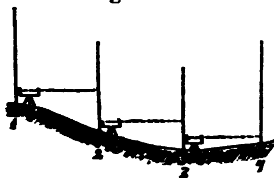
Fig. 125.



Nivelleringsarbeider.

1. **Nivellering med Fremsigter.** De Punkter, hvis Høideforskjel søges, mærkes med Træpløkke 1, 2, 3, 4 (Fig. 126). Instrumentet stilles over 1. Dets Høide I_1 derover maales. Nivellerstangen sættes paa 2, den aflæste Høide være S_2. Dernæst flyttes Instrumentet til 2, Stangen til 3 o. s. v.

Fig. 126.



Den sidste Pæls Høide H over eller Dybde under 1 findes da:

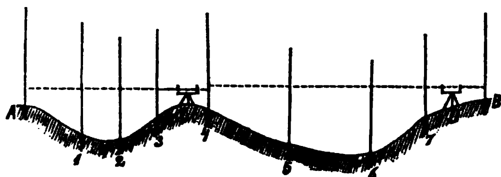
$$H = (S_2 + S_3 + S_4 + \ldots.) - (I_1 + I_2 + I_3 + \ldots.)$$

Den er altsaa lig Summen af de aflæste Høider minus Summen af Instrumentets Høider. Bliver Udtrykket positivt, saa ligger den sidste Pæl dybere, bliver det negativt, ligger den høiere end 1.

Ligger Punkterne langt fra hinanden, og man benytter Kikkert, saa maa Refraktionen og Depressionen tages i i Betragtning, idet man fradrager Refraktionen og tillægger Depressionens Virkning for hver enkelt Maaling. (Pag. 203).

2. **Nivellering ved For- og Bagsigter** anvendes mest. Linien AB (Fig. 127) skal nivelleres. A og B saavelsom de mellemliggende Punkter 1, 2, 3 o. s. v. mærkes med Pæle, hvis

Fig. 127.



indbyrdes horizontale Afstande maales. Instrumentet stilles paa et bekvemt Sted C i eller udenfor Linien, Nivellerstangen i A. Den aflæste Høide 2,3 Fod er da Instrumentets Høide over A og kaldes „Bagsigte“. Stangen stilles paa 1, 2, 3 og 4. De fra C aflæste Høider være 5,3; 7,2 o. s. v. og kaldes „Forsigte“. De noteres i Nivellerbogen som Schemaet nedenfor viser. Aftage de, saa stiger Linien, tiltage de, saa falder den. Differentserne opføres under „Stigning“ og „Fald“. Kan man ei fra C tage flere Sigter, saa flyttes Instrumentet til et andet bekvemt Sted f. Ex. D. Man tager nu først Bagsigte til det samme Punkt, 4, hvortil man sidst tog Forsigte. Dette Bagsigte, altsaa D's Høide over 4, være f. Ex. 2,4 Fod.

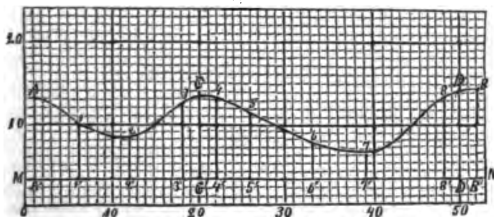
Er A's Høide over et bestemt Punkt givet, f. Ex. 10 Fod, saa tænker man sig ligesaa dybt under A et Horizontalplan, Generalplanet. Hver enkelt Pæls Høide herover beregnes ved Faldet og Stigningen og opføres som Schemaet viser:

Stigning.	Fald.	Bagsigte.	Forsigte.	Høide over General-planet.	Punkternes Afstande fra A.	Anmærkn.
		2,3'		10,0'	0 Fod.	Pæl A.
	3,0'		5,3'	7,0'	50 —	„ 1.
	1,9'		7,2'	5,1'	110 —	„ 2.
4,6'			2,6'	9,7'	170 —	„ 3.
0,4'			2,2'	10,1'	210 —	„ 4.
		2,4'				
	1,5'		3,9'	8,6'	250 —	„ 5.
	3,7'		7,6'	4,9'	320 —	„ 6.
	0,9'		8,5'	4,0'	380 —	„ 7.
6,8'			1,7'	10,7'	390 —	„ 8.
0,6'			1,1'	11,4'	430 —	„ B.

Sum 12,4 ÷ 11,0 = 1,4 Fod, som er B's Høide over A.

Profiltegning gjøres bedst paa Rudepapir (Fig. 128). Man vælger et vilkaarligt Generalplan saa dybt, at det dybeste

Fig. 128.



Punkt af Linien ligger over det. Vælges dette 10 Fod under A, og man i Rudepapiret lader MN betegne Generalplanet, saa afsættes $A'A = 10$. Vælges de horizontale Afstande i 10 Gange saa liden Maalestok, hvorved Liniens Stigningsforandringer bedre vise sig, saa afsættes $A'1' = \frac{50}{10}$ $= 5$. og man afsætter $1'1 = 7$. ligeledes $1'2' = \frac{110}{10} = 11$ og $2'2 = 5{,}1$ o. s. v. Linien A 1 2 o. s. v. giver da et Profil af Linien i Marken. Man udfører helst Tegningen paa Ru-

depapiret, mens Nivelleringen gjøres, derved kan man faa aftegnet efter Øiemaal de smaa Ujevnheder, som Nivellementet ikke bestemmer. Man behøver i saa Fald ingen Nivellerbog. Regningen føres gjerne paa Rudepapirets Rand paa følgende Maade:

A's Høide over Generalplanet =	10,0	Fod.
	2,3	
1ste Sammenligningshøide. Instr. Høide i *C* =	12,3	
	5,3	
	7,0	Pæl 1.
	7,2	
	5,1	„ 2.
	2,6	
	9,7	„ 3.
	2,2	
	10,1	„ 4.
	2,4	
2den Sammenligningshøide. Instr. Høide i *D* =	12,5	
	3,9	
	8,6	„ 5.
	7,6	
	4,9	„ 6.
	8,5	
	4,0	„ 7.
	1,7	
	10,8	„ 8.
	1,1	
	11,4	„ *B*.

Nivelleringsopgaver.

Opgave 1. Gjennem et givet Punkt at afpæle en horizontal Linie.

Man udstikker en ret Linie og sætter i passende Afstande Pæle løselig ned. Instrumentet stilles over den 1ste Pæl. Nivellerstangen stilles ved Siden paa Pælen og Sigtepladen i Høide med Instrumentet. Stangen stilles dernæst paa 2den Pæl, som nedrammes saa langt, at man ser Sigtepladen i Instrumentets Horizontallinie Ligeledes Instrumentet over 2den og Stangen over 3die Pæl o. s. v. Maa Pælen saa dybt ned, at dens øvre Ende staar under Jordoverfladen, saa graver man en Fordybning i Jorden.

Opgave 2. Gjennem et givet Punkt at afpæle en Linie med given Hældning.

Lad Linien have et Fald af 1 paa 20. Afstandene mellem de valgte Punkter, hvor Pæle ere løst nedsatte,

være 70' 30' 50' o s. v. Instrumentet stilles ved No. 1. Sigtepladen saa høit over Instrumentets Høide som $\frac{70}{20}$. 1 Fod. Stangen stilles nu paa 2, og Pælen nedrammes, indtil man ser Pladen i Sigtelinien. Instrumentet flyttes til 2. Sigtepladen $\frac{30}{20}$. 1 Fod over Instrumentet, den flyttes til 3, og Pælen nedrammes o. s. v.

Opgave 3. At afpæle et Plan med en bestemt Hældning.

Undersøg først Retningen for Terrainets største Hældning. Afpæl i denne Retning en ret Linie med den givne Hældning efter Opgave 2. Afpæl horizontale Linier lodrette paa denne efter Opgave 1. Naar alle Forhøininger ere bortgravne, og alle Fordybninger opfyldte, indtil Jordoverfladen overalt ligger i Høide med Pælenes øverste Ender, saa danner den et Plan af den forlangte Hældning. — Skal et horizontalt Plan afpæles, saa afpæler man den første Linie horizontal og gaar for Resten frem paa samme Maade.

Opgave 4. Paa heldende Jordbund at finde Punkter, som ligge i lige Høide med et givet Punkt *A*.

Stil Instrumentet i *A*, Stangen ved Siden og Sigteskiven i Høide med Instrumentet. En Medhjælper flytter Stangen til et andet Punkt, og der prøves nu, om dette ligger i Høide med *A*, ved at undersøge, om Sigtepladen træffer i Instrumentets Horizontallinie. — Skal man finde Punkter, der ligge et vist givet Antal Fod over eller under *A*, saa gaar man frem ligedan, kun sættes Sigtepladen saameget høiere end Instrumentet, som Punkterne skal ligge over eller under *A*.

Ved Hjælp heraf kan man let afstikke horizontale Kurver, der ligge lige høit over hinanden. For Landmanden er dette ofte af Vigtighed, navnlig ved Udførelse af Engvanding. Som Instrument bruges bekvemmest Vandrør.

Opgave 5. At angive horizontale Kurver paa Bunden af en Sø for derefter at beregne det Areal Land, der indvindes ved at sænke Vandspeilet et vist Antal Fod.

Lad være at Kurverne skulle lægges i 2, 4 og 6 Fods Dybde. Man afstikker Profiler af Søbunden fra Bredden ud mod Dybet indtil 6 Fods Dybde. Profilerne aflægges paa et Kart over Søen, og Kurverne optrækkes gjennem de Steder, hvis Dybde er 2, 4, 6 Fod. For at maale Dybderne bruges en Stage med en tydelig Inddeling og en Plade for Enden for at den ikke skal bore sig ned i Bunden. Man roer nu i lige Linie fra Bredden udad og maaler Dybden med Stagen. Der, hvor Dybden er omtrent 2, 4,

6 Fod, sættes ned en Stok. Det samme gjør man, idet man roer ud fra et andet Sted o. s. v. De saaledes frembragte Profiler ere i Fig. 129 fremstillede ved *AD, BE, CF*. For at danne Kart over Søen bruges Omfangsmethoden (Pag. 196), idet man langs Bredden afstikker og maaler rette Linier *CA, AM, MN* o. s. v. Fra Enderne heraf bestemmes Stokkenes Plads 1, 2, 3 ved Fremskjæring (se Pag. 192). Nu trækkes paa Kartet en Linie fra Bredden efter hvert Profils Retning gjennem de afsatte Punkter. Profilerne selv tegnes (se Pag. 207) paa særskilte Blade, idet man for hvert Profil drager en ret Linie, som betegner Vandspeilet. Ved Profilet findes nu let de Punkter, der nøiagtig har 2, 4 og 6 Fods Dybde. Disse afsættes paa Kartet. En Kurve gjennem alle Punkter af 2 Fods Dybde betegner da Søens Strandbred, naar Søen er sænket 2 Fod, o. s. v. Ved Arealberegning, navnlig med Planimeter, findes da Kvadratindholdet af det indvundne Land.

Fig. 129.

Vægttabeller.

Tab. I. Egenvægter.

Faste Stoffe.			Elfenben	1,80 —	1,92
			Furutræ	0,38 —	0,79
Aborntræ	0,65 til	0,69	Glas, grønt	2,73	
Alabast	2,70		— Krystal	2,89	
Alun	1,70 —	1,80	— Flint	3,20 —	3,78
Alunskifer	2,34 —	2,59	Granit	2,50 —	3,05
Anthracit	1,40 —	1,48	Grantræ	0,49 —	0,75
Antimon	6,65 —	6,72	Graphit	1,95	
Arsenik	5,63 —	5,96	Guld, støbt	19,25	
Asfalt	1,07 —	1,16	— hamret	19,50	
Asketræ	0,54 —	0,85	Harpix	1,07	
Basalt	2,72 —	2,96	Is	0,916 —	0,927
Bernsten	1,06 —	1,09	Jern, støbt	7,00 —	7,50
Birketræ	0,60 —	0,80	— smeddet	7,60 —	7,79
Bly	11,33 —	11,45	Kalk, brændt	2,30 —	3,18
Brunkul	1,22 —	1,29	Kalkmørtel	1,64 —	1,86
Buxbom	0,91 —	1,03	Kalksten	2,46 —	2,84
Bøgetræ	0,63 —	0,85	Kjøkkensalt	2,10 —	2,17
Egetræ	0,62 —	0,85	Kobber, støbt	8,59 —	8,90

Kobber, hamret	8,88 til	9,00
Korktræ . . .	0,24	
Kridt, hvidt .	1,80 —	2,66
Kvarts . . .	2,30 —	2,70
Lerjord . . .	1,52 —	2,85
Lindetræ . .	0,56 —	0,60
Lærketræ . .	0,47 —	0,57
Mahogni . . .	0,56 —	1,06
Marmor . . .	2,52 —	2,85
Messing, støbt.	8,40 —	8,71
— valset	8,52 —	8,62
Murværk af Graasten	2,40 —	2,46
— af Sandsten . .	2,05 —	2,12
— af Teglsten . .	1,47 —	1,70
Pimpesten . .	0,91 —	1,65
Platina . . .	20,90 —	21,50
Pokkenholt .	1,33	
Porphyr . . .	2,40 —	2,80
Porcelæn . .	2,38 —	2,49
Sand, fin og tør	1,40 —	1,60
— „ - fugtig	1,90 —	1,95
— „ - grov	1,37 —	1,49
Sandsten . .	1,90 —	2,70
Stenkul . . .	1,21 —	1,51
Cementstaal .	7,26 —	7,80
Friskstaal . .	7,50 —	7,81
Støbestaal . .	7,83 —	7,92
Sølv, støbt . .	10,10 —	10,40
— hamret .	10,50 —	10,70
Teglsten . . .	1,40 —	2,20
Tin	7,29 —	7,47
Trækul af Naaletræ .	0,28 —	0,44
— af Egetræ . .	0,573	
Vox	0,97	
Wismuth . .	7,21	
Zink, støbt .	6,86 til	7,22
— valset .	7,19 —	7,47

Vædsker.

Alkohol, absolut . . .	0,792	
Destilleret Vand . .	1,000	
Melk . . .	1,02 til	1,04
Bomolie . .	0,919	
Linolie . .	0,940	
Olivenolie .	0,918	
Kviksølv ved 0° . . .	13,550 —	13,575
— mod Vand ved 0° . .	13,598	
Salpetersyre	1,522	
Saltsyre . .	1,192	
Svovelsyre .	1,97	
Søvand . .	1,02 —	1,04
Øl	1,023 —	1,034

Gasarter.

Ved 0° Temperatur under 1 Athmosphæres Tryk. Luftens Egv., der med Hensyn paa Vand = 0,0013, = 1.

Athmosphærisk Luft	1,000
Kuloxydgas . . .	0,941
Oliedannende Gas .	0,985
Grubegas	0,559
Surstof	1,103
Stenkulgas	0,550
Kvælstof	0,976
Vanddamp, mættet ved 100° C . . .	0,470
Vandstof	0,0688

Tab. II. Tætheder.

Stof.	Vægt af 1 Kubikfod.	Vægt af 1 Kub.tomme
Atmosphærisk Luft ved 0° C .	0,0806 ℔	
— „ „ 100° C .	0,0588 „	
Bly	706,18 „	0,4087 ℔
Bronce	546,22 „	0,3161 „
Guld	1209,0 „	0,6997 „
Kobber	542,19 „	0,3138 „
Kviksølv	840,72 „	0,4865 „
Løvtræ, tørt	40,86 „	
— mættet med Vand .	68,82 „	
Messing	530,41 „	0,3070 „
Murværk af Graasten	150,66 „	
— af Sandsten	129,27 „	
— af Teglsten	98,27 „	
Naaletræ, tørt	28,09 „	
-- mættet med Vand .	52,02 „	
Støbejern	449,50 „	0,2601 „
Smeddejern	477,40 „	0,2763 „
Sølv	654,70 „	0,3789 „
Tin	457,56 „	0,2648 „
Vanddamp, mættet, ved 100° C	0,0379 „	
Zink	436,48 „	0,2526 „

Tab. III. Vægttabel for Plader.

Tykkelse. Sextendedels Tom.	En Kvadratfod Plade veier					
	Støbejern. Pund.	Smedejern. Pund.	Kobber. Pund.	Zink. Pund.	Messing. Pund.	Bly. Pund.
1	2,34	2,49	2,86	2 43	2,77	3,68
2	4,68	4,97	5,72	4,86	5,53	7,36
3	7,02	7,46	8,57	7,29	8,30	11,03
4	9,36	9,95	11,43	9,72	11,07	14,71
5	11,71	12,43	14,29	12,15	13,84	18,39
6	14,05	14,92	17,15	14,58	16,60	22,07
7	16,39	17,41	20,00	17,01	19,37	25,75
8	18,73	19,89	22,86	19,44	22,14	29,42
9	21,07	22,38	25,72	21,87	24,91	33,10
10	23,41	24,86	28,58	24,30	27,67	36,78
11	25,75	27,35	31,44	26,73	30,44	40,46
12	28,09	29,84	34,29	29,16	33,21	44,14
13	30,43	32,32	37,15	31,59	35,98	47,81
14	32,78	34,81	40,01	34,02	38,74	51,49
15	35,12	37,30	42,87	36,45	41,51	55,17
16	37,46	39,78	45,72	38,88	44,28	58,85

Tab. IV. Vægttabel for Kvadratjern og Rundtjern.

Side eller Diameter	Vægt pr. løbende Fod.		Side eller Diameter	Vægt pr. løbende Fod.	
	Kvadrat-jern.	Rundt-jern.		Kvadrat-jern.	Rundt-jern.
1/8 Tom.	0,0518	0,0407	4 1/8 Tom.	56,42	44,31
1/4 —	0,207	0,163	4 1/4 —	59,89	47,04
3/8 —	0,466	0,366	4 3/8 —	63,46	49,84
1/2 —	0,829	0,651	4 1/2 —	67,14	52,73
5/8 —	1,295	1,017	4 5/8 —	71,02	55,70
3/4 —	1,865	1,465	4 3/4 —	74,81	58,75
7/8 —	2,539	1,994	4 7/8 —	78,80	61,89
1 —	3,316	2,604	5 —	82,89	65,10
1 1/8 —	4,196	3,296	5 1/8 —	87,09	68,40
1 1/4 —	5,181	4,069	5 1/4 —	91,39	71,78
1 3/8 —	6,269	4,923	5 3/8 —	95,79	75,23
1 1/2 —	7,460	5,859	5 1/2 —	100,3	78,77
1 5/8 —	8,755	6,876	5 5/8 —	104,9	82,40
1 3/4 —	10,15	7,975	5 3/4 —	109,6	86,10
1 7/8 —	11,66	9,155	5 7/8 —	114,4	89,88
2 —	13,26	10,42	6 —	119,4	93,75
2 1/8 —	14,97	11,76	6 1/8 —	124,4	97,69
2 1/4 —	16,79	13,18	6 1/4 —	129,5	101,7
2 3/8 —	18,70	14,69	6 3/8 —	134,8	105,8
2 1/2 —	20,72	16,28	6 1/2 —	139,9	110,0
2 5/8 —	22,85	17,94	6 5/8 —	145,4	114,3
2 3/4 —	25,07	19,69	6 3/4 —	150,9	118,6
2 7/8 —	27,41	21,52	6 7/8 —	156,6	123,1
3 —	29,84	23,44	7 —	162,3	127,6
3 1/8 —	32,38	25,43	7 1/8 —	168,8	132,2
3 1/4 —	35,02	27,51	7 1/4 —	174,1	136,9
3 3/8 —	37,77	29,66	7 3/8 —	180,2	141,6
3 1/2 —	40,62	31,90	7 1/2 —	186,3	146,5
3 5/8 —	43,57	34,22	7 5/8 —	192,6	151,4
3 3/4 —	46,64	36,62	7 3/4 —	198,9	156,4
3 7/8 —	49,79	39,10	7 7/8 —	205,4	161,5
4 —	53,05	41,67	8 —	212,0	166,7

Tab. V. Vægttabel for Fladtjern.

Bredde.	Vægt pr. løbende Fod Fladtjern i Pund til Tykkelserne							
	1/8	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8	1 Tom.
1/4	0,104	0,207	0,311	0,414	0,518	0,622	0,725	0,829
1/2	0,207	0,414	0,622	0,829	1,036	1,243	1,451	1,658
3/4	0,311	0,622	0,933	1,243	1,554	1,865	2,176	2,487
1	0,414	0,829	1,243	1,658	2,072	2,487	2,901	3,316
1 1/4	0,518	1,036	1,554	2,072	2,590	3,108	3,626	4,144
1 1/2	0,622	1,243	1,865	2,487	3,108	3,730	4,352	4,973
1 3/4	0,725	1,451	2,176	2,901	3,626	4,352	5,077	5,802
2	0,829	1,658	2,487	3,316	4,144	4,973	5,802	6,631
2 1/4	0,933	1,865	2,798	3,730	4,663	5,595	6,538	7,470
2 1/2	1,036	2,072	3,108	4,144	5,181	6,217	7,253	8,289
2 3/4	1,140	2,279	3,419	4,559	5,699	6,838	7,978	9,118
3	1,243	2,487	3,730	4,973	6,217	7,460	8,703	9,947
3 1/4	1,347	2,694	4,041	5,388	6,735	8,082	9,429	10,78
3 1/2	1,451	2,901	4,352	5,802	7,253	8,703	10,15	11,60
3 3/4	1,554	3,108	4,663	6,217	7,771	9,325	10,88	12,43
4	1,658	3,316	4,973	6,631	8,289	9,947	11,60	13,26
4 1/4	1,761	3,523	5,284	7,046	8,807	10,57	12,33	14,09
4 1/2	1,865	3,730	5,595	7,460	9,325	11,19	13,06	14,92
4 3/4	1,969	3,937	5,906	7,875	9,843	11,81	13,78	15,75
5	2,072	4,144	6,217	8,289	10,36	12,43	14,51	16,58
5 1/4	2,176	4,352	6,528	8,703	10,88	13,06	15,23	17,41
5 1/2	2,279	4,558	6,838	9,118	11,40	13,68	15,96	18,24
5 3/4	2,383	4,766	7,149	9,532	11,92	14,30	16,68	19,06
6	2,487	4,973	7,460	9,947	12,43	14,92	17,41	19,89

Tab. VI. Vægttabel for Støbejerns Kugler.

Diameter i Tommer.	Vægt i Pund.			
	0	1/4	1/2	3/4 Tom.
1	0,1361	0,2669	0,4594	0,7296
2	1,0891	1,5507	2,1271	2,8314
3	3,676	4,673	5,837	7,179
4	8,713	10,451	12,405	14,590
5	17,017	19,699	22,649	25,881
6	29,405	33,236	37,386	41,868
7	46,695	51,878	57,432	63,369
8	69,701	76,442	83,604	91,200
9	99,243	107,74	116,72	126,18
10	136,14	146,60	157,59	169,12
11	181,20	193,83	207,05	220,84
12	235,24	250,25	265,89	282,16

Tab. VII. Vægttabel for Støbejerns Rør.

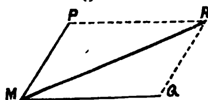
Indvendig Diameter i Tommer.	Vægt pr. løbende Fod Rør i Pund til Godstykkelserne								
	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8	1	1 1/8	1 1/4 Tom.
1	3,06	5,05	7,35	9,95	12,87	16,08	19,57	23,23	27,57
1 1/4	3,68	5,97	8.58	11,49	14,70	18,23	22,05	26.19	30,63
1 1/2	4,29	6.89	9.80	13,02	16,54	20,37	24.50	28,95	33,69
1 3/4	4,90	7,81	11,01	14,55	18,38	22,51	26,95	31,70	36,76
2	5,51	8,73	12.25	16,08	20,24	24,66	29,41	34,46	39,82
2 1/4	6,13	9.65	13,48	17.61	22,05	26,80	31,86	37,22	42,88
2 1/2	6,74	10,57	14,70	19,14	23,89	28,95	34,31	39,97	45,95
2 3/4	7,35	11,49	15,93	20,68	25,73	31,09	36,76	42,73	49,01
3	7,96	12,41	17,15	22,20	27,57	33,23	39,21	45,49	52,07
3 1/4	8,58	13,32	18,38	23,74	29,41	35,38	41,66	48,24	55,13
3 1/2	9,19	14,24	19.60	25,27	31,24	37,52	44,11	51,00	58,20
3 3/4	9,80	15,16	20,83	26,80	33,08	39,67	46,56	53.75	61,26
4	10,41	16.08	22,05	28,33	34,92	41,81	49,01	56,51	64,33
4 1/4	11,03	17,00	23,28	29,86	36,76	43,96	51,46	59,27	67,39
4 1/2	11,64	17,92	24,50	31,40	38,59	46,10	53,91	62.03	70,45
4 3/4	12,25	18,84	25,73	32,93	40,43	48,24	56,36	64,78	73,51
5	12,86	19,76	26,95	34,46	42,27	50,39	58,81	67,54	76,58
5 1/4	13,48	20.68	28,18	35,99	44,11	52,53	61,26	70,30	79,64
5 1/2	14,09	21,59	29,41	37,52	45,95	54.68	63,71	73.06	82,71
5 3/4	14.70	22,51	30.63	39,05	47,78	56,82	66,16	75,81	85,77
6	15,32	23,43	31,86	40,59	49,62	58,96	68,61	78,57	88,83
6 1/2	16,54	25,27	34,31	43.65	53,30	63,25	73,51	84,08	94,95
7	17,77	27,11	36,76	46.71	56,97	67,54	78,41	89,59	101,08
7 1/2	18,99	28.95	39,21	49,77	60,65	71,83	83,32	95,11	107,21
8	20,22	30,78	41,66	52,84	64.32	76,12	88,22	100,62	113,33
8 1/2	21,44	32,62	44,11	55.90	68,00	80,41	93,12	106,14	119.46
9	22.67	34,46	46,56	58,96	71,68	84,69	98.02	111,65	125,59
9 1/2	23,89	36,30	49,01	62,03	75,35	88,98	102,92	117,16	131,71
10	25,12	38.13	51,46	65,10	79,03	93,27	107,82	122.68	137,84
10 1/2	26,34	39,97	53,91	68,15	82,70	97,56	112,72	128,19	143,96
11	27,57	41,81	56,36	71,22	86.38	101,85	117,62	133,70	150,09
11 1/2	28,79	43,65	58,81	74,28	90,05	106,13	122,52	139,21	156,22
12	30,02	45.49	61,26	77,34	93,73	110,42	127,42	144,74	162,33
12 1/2	31,23	47,33	63,70	80,40	97,40	114,71	132,32	150,23	168,46
13	32,47	49,16	66,16	83,47	101,08	118,90	137,23	155,76	174,59
13 1/2	33,69	51,00	68,61	86.53	104,76	123,29	142,13	161,27	180,72
14	34,92	52,84	71,06	89,59	108,43	127,58	147,03	166,78	186,85
14 1/2	36,14	54,68	73.51	92,66	112,11	131,86	151,93	172,30	192,97
15	37,37	56,51	75,96	95,72	115,78	136,15	156,83	177,81	199,10
15 1/2	38,59	58,35	78,42	98,78	119,46	140,44	161,73	183,33	205,22
16	39,82	60,19	80,86	101,85	123,13	144,73	166,63	188,84	211,35

Mekanik.

Capitel I. Statik.

§ 63. **Kræfters Sammensætning og Opløsning.** At en Kraft virker paa et Legeme fremstilles graphisk ved en ret Linie, der angiver Kraftens Retning. Virke to Kræfter samtidigt paa et Legeme, saa afsættes disse efter samme Maalestok paa de to Retningslinier og Kræfternes Resultant, d. e. de to Kræfters samlede Virkning, er da angivet ved Diagonalen i det Parallelogram, som Kræfterne kunne danne. Med Hensyn paa Resultanten kaldes de givne Kræfter Componenter. Heraf følger:

Fig. 130.



I. Istedetfor to eller flere Kræfter, der samtidigt virke paa et Legeme, kan man altid sætte een Kraft, der er saa stor som de givne Kræfters Resultant og gaar i dennes Retning, og omvendt:

II. Istedetfor een Kraft kan man altid sætte to eller flere andre Kræfter af en slig Størrelse og i en slig Retning, at deres Resultant bliver lig den givne Kraft.

Ere de to Kræfter, der samtidig virke paa Punkt M, Fig. 130, $MP = P$ og $MQ = Q$ og Vinkelen mellem Kræfterne $PMQ = v$, saa gjælde Formlerne:

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \text{ Cos. } v}$$

$$\text{Tang. } RMQ = \frac{P \text{ Sin. } v}{Q + P \text{ Cos. } v} \text{ og Tang. } RMP = \frac{Q \text{ Sin. } v}{P + Q \text{ Cos. } v}.$$

Virke flere end to Kræfter, t. Exp. Kræfterne P, P_1, P_2 og P_3 paa Punkt M, Fig. 131, saa kan man sammensætte P

og P_1 til Resultanten R, denne og P_2 til Resultanten R_1 o. s v.

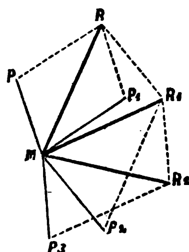


Fig. 131.

Den sidste Resultant R_3 man paa denne Maade faar, er alle de givne Kræfters Resultant. Vil man ved Regning søge Resultanten af Præfterne P, P_1, P_2 og P_3, saa udføres denne lettest paa den Maade, at man gjennem Kræfternes Angrebspunkt M, Fig. 132, lægger Axerne $X\overline{X}$ og $Y\overline{Y}$ og opløser hver enkelt Kraft i Retning af disse. Om t. Exp. Kræfterne ere: $P = 10$ ℔, $P_1 = 12$ ℔, $P_2 = 15$ ℔, $P_3 = 9$ ℔ og Vinklerne $POX = 40^0$, $P_1OX = 120^0$, $P_2OX = 210^0$ og $P_3OX = 290^0$, saa ere Componenterne:

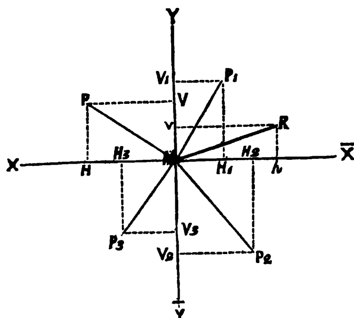


Fig. 132.

i Retning af $X\overline{X}$

$$H = 10. \quad \text{Cos.}\, 40^0 = +\, 7{,}66$$
$$H_1 = 12. \quad \text{Cos.}\, 120^0 = -\, 6{,}00$$
$$H_2 = 13. \quad \text{Cos.}\, 210^0 = -\, 11{,}26$$
$$H_3 = 9. \quad \text{Cos.}\, 290^0 = +\, 3{,}08$$
$$h = H + H_1 + H_2 + H_3 = \div 6{,}52$$

i Retning af $Y\overline{Y}$

$$V = 10. \quad \text{Sin.}\, 40^0 = +\, 6{,}43$$
$$V_1 = 12. \quad \text{Sin.}\, 120^0 = +\, 10{,}39$$
$$V_2 = 13. \quad \text{Sin.}\, 210^0 = -\, 6{,}50$$
$$V_3 = 9. \quad \text{Sin.}\, 290^0 = -\, 8{,}46$$
$$v = V + V_1 + V_2 + V_3 = +\, 1{,}86$$

og Resultanten:

$$MR = \sqrt{v^2 + h^2}$$
$$= \sqrt{1{,}86^2 + 6{,}52^2} = 6{,}78 \text{ ℔}.$$

$$\text{Tang. } RMh = \frac{v}{h}$$
$$= \frac{1{,}86}{6{,}52} = 0{,}2852$$

og $RMh = 15^0\, 55'$.

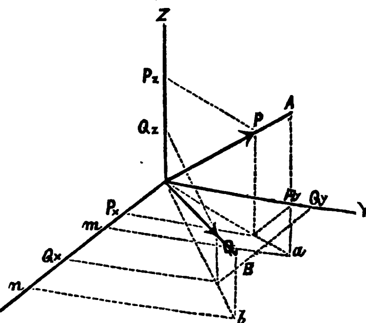


Fig. 133.

Kræfter i Rummet. Ere Retningslinierne for de to Kræfter P og Q, Fig. 133, bestemte ved, at de gaa gjennem Punkterne A og B med Coordinaterne:

$Om = x, ma = y, aA = z$ og
$On = x_1, nb = y_1, bB = z_1,$

saa faar man de to Kræfters Resultant, naar man opløser hver enkelt Kraft i Componenter P_x, P_y, P_z og Q_x, Q_y, Q_z i Retning af de tre Axer og siden sammensætter de tre Summer: $P_x + Q_x$, $P_y + Q_y$ og $P_z + Q_z$ til een Kraft, hvilken bliver: $R = \sqrt{(P_x + Q_x)^2 + (P_y + Q_y)^2 + (P_z + Q_z)^2}$, og denne er de to givne Kræfters Resultant. Opgaver af denne Slags løses lettest ved Construktion.

Exempel: De to Kræfter P og Q, Fig. 130, ere $P = 500$ ℔, $Q = 850$ ℔ og Vinkel $PMQ = 80^0$, hvoraf findes deres Resultant:

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \text{Cos.} v} = \sqrt{250000 + 722500 + 850000 . 0{,}1736}$$
$$= 1053{,}6 \text{ ℔},$$

og Vinkel RMQ af:

$$\text{Tang.} RMQ = \frac{P \text{ Sin.} v}{Q + P \text{ Cos.} v} = \frac{500 \text{ Sin.} 80^0}{850 + 500 \text{ Cos.} 80^0} = \frac{492{,}4}{936{,}8} = 0{,}5266$$
$$RMQ = 27^0 \, 43'.$$

§ 64. **Vægtstænger.** Virke paa Stangen AB, Fig. 134, de to Kræfter P og Q, saa maa, om Ligevægt skal finde Sted, Produktet af P med Perpendikulæren fra Understøttelsespunktet C paa P's Retningslinie OP være ligt Produktet af Q med Perpendiculæren fra Punkt C paa dens Retningslinie OQ, altsaa:

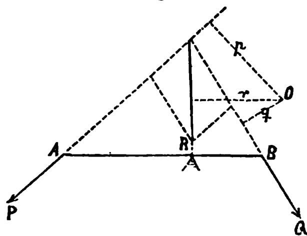
Fig. 134.

$$\text{I} \ldots . \; Pp = Qq.$$

Perpendiculærerne p og q kalder man de to Kræfters Arme og Produkterne selv Kræfternes statiske Momenter med Hensyn paa Punkt C.

Ere P og Q, Fig. 135, to Kræfter, der virke hver paa sin Ende af Stangen AB, R disse Kræfters Resultant og Punkt O et vilkaarligt valgt Punkt, saa er ogsaa:

Fig. 135.



$$\text{II} \ldots . \; Rr = Pp + Qq \text{ og}$$
$$r = \frac{Pp + Qq}{R}$$

d. e. Resultantens Moment med Hensyn paa det vil-

kaarlige Punkt er ligt Summen af Kræfternes Momenter med Hensyn paa samme Punkt, hvilken Regel gjælder for et ubegrændset Antal af Kræfter.

Ere Kræfternes Retningslinier parallele, saa er Trykket paa Stangens Understøttelsespunkt:

$$R = P + Q.$$

og Betingelsen for Ligevægt om dette Punkt:

$$\text{III} \ldots (P + Q)\, r = Pp + Qq \text{ og } r = \frac{Pp + Qq}{P + Q}$$

d. e. Understøttelsespunktets Afstand fra det vilkaarlige Punkt er lig Summen af Kræfternes Momenter med Hensyn paa samme Punkt divideret med Summen af Kræfter.

Exempel I. Paa Stangen $AB = 3$ Fod, Fig. 136, virker Kraften $P = 420$ ℔, 2 Fod 6 Tommer fra Understøttelsespunktet C; hvor stor maa Lasten Q være, og, om $Q = 600$ ℔, hvor maa Understøttelsespunktet ligge, for at der skal være Ligevægt?

Man har først:

$$Q = P\frac{p}{q} = 420 \,.\, \frac{2^1/_2}{^1/_2} = 420 \times 5 = 2100 \text{ ℔}.$$

Er Q's Arm $AC = q$, saa er P's Arm $BC = 3 - q$, og af Ligevægtsligningen:

$$600 \,.\, q = 420\,(3 - q)$$

$$\text{faaes: } q = \frac{1260}{1020} = 1{,}235 \text{ Fod.}$$

Fig. 136.

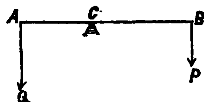
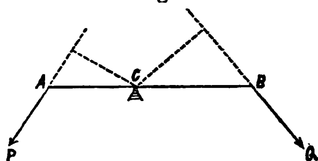


Fig. 137.



Exempel II. Paa Stangen $AB = 18$ Tommer, Fig. 137, virke Kræfterne $P = 24$ ℔ og $Q = 116$ ℔; hvor maa Stangen understøttes, naar Vinkel $PAC = 120^0$ og Vinkel $QBC = 100^0$?

Sætter man Stykket $CA = x$, saa er $BC = 18 - x$, og Armene blive:

$$p = x \text{ Sin. } 60^0 \text{ og } q = (18 - x) \text{ Sin. } 80^0$$

og af Ligevægtsligningen:

$$24 \text{ Sin. } 60^0\, x = 116 \,.\, \text{Sin. } 80^0\, (18 - x)$$

faaes:

$$x = \frac{116 \times 18 \times \text{Sin. } 80^0}{24 \text{ Sin. } 60^0 + 116 \text{ Sin. } 80^0} = 15{,}23 \text{ Tomme} = AC.$$

Exempel III. Stangen BAC, Fig. 138, dreier sig om C og er 24 Tommer lang; hvor stor Kraft P behøves for at løfte $Q = 400$ ℔ i A, naar $AC = 5$ Tommer?

Armene blive her: $AC = q = 5$ og $BC = p = 24$,

$$24 \times P = 5 \times 400 \text{ og } P = \frac{2000}{24} = 83^1/_3 \text{ ℔}.$$

Exempel IV. Paa Stangen AB, Fig. 139, virke Kræfterne $P = 10$ ℔, $P_1 = 8$ ℔, $P_2 = 7$ ℔ og $P_3 = 12$ ℔ nedad og Kræfterne $P_4 = 20$ ℔ og $P_5 = 15$ ℔ opad; hvor maa det Punkt i eller udenfor Stangen AB ligge, om hvilket disse Kræfter holde hinanden i Ligevægt?

Fig. 138.

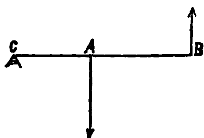
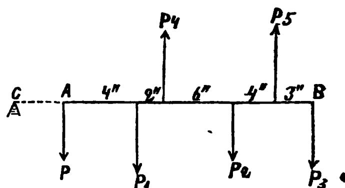


Fig. 139.



Benytter man Formel III og regner Momenterne om Stangens Endepunkt A, saa bliver:

$$r = \frac{\Sigma\,(Pp)}{\Sigma\,(P)} = \frac{10 \times 0 + 8 \times 4 + 7 \times 12 + 12 \times 19 - 20 \times 6 - 15 \times 16}{10 + 8 + 7 + 12 - 20 - 15}$$

$= -\frac{36}{2} = -18$; Stangen maa altsaa forlænges til et Punkt C, 18 Tommer udenfor Punkt A, og i dette Punkt maa Stangen understøttes.

Om Tyngdepunktet.

§ 65. De enkelte Dele af et materielt Legeme danne et System af parallele Kræfter, og det Punkt, hvorom disse Kræfter holde hinanden i Ligevægt for hvilkensomhelst Stilling af Legemet, kalder man Legemets Tyngdepunkt. Har man derfor at søge Tyngdepunktet for et Legeme eller et System af Legemer, saa kan dertil, mere eller mindre ligetil, anvendes den bekjendte Formel af Vægstangslæren § 64:

$$r = \frac{\Sigma\,(Pp)}{\Sigma\,(P)},$$

i hvilken altsaa r betegner Tyngdepunktets Afstand fra et vilkaarlig valgt Punkt, $\Sigma\,(Pp)$ Summen af Momenter om dette Punkt og $\Sigma\,(P)$ Legemets eller Legemernes samlede Volum eller Vægt.

Nedenstaaende Formler angive Tyngdepunktets Beliggenhed for de hyppigst forekommende Linier, Flader og Legemer.

I.. Tyngdepunktet af en ret Linie ligger i dens Midtpunkt, og Tyngdepunktet af regelmæssige Flader eller Legemer ligger i Symetriaxen eller Symetriplanet.

II.. Er for Cirkelbuen $ADB = b$, Fig. 140, Chorden $AB = c$ og Radien $CB = r$, saa er Buens Tyngdepunkts Afstand fra Centret:

$$TC = \frac{rc}{b}.$$

III.. Tyngdepunktet af et Parallelogram ligger i Diagonalernes Skjæringspunkt.

Fig. 140.

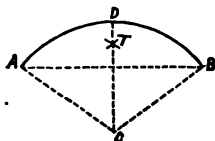
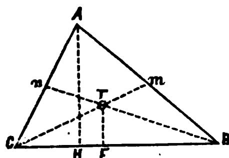


Fig. 141.

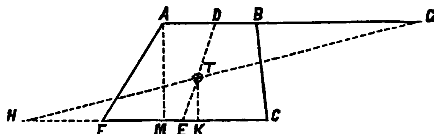


IV.. Tyngdepunktet i et Triangel *ACB*, Fig. 141, faar man, naar man halverer to Sider *AC* og *AB* og trækker til Halveringspunkterne *m* og *n* Linierne *Cm* og *Bn*; disse Liniers Skjæringspunkt *T* bliver da Trianglets Tyngdepunkt. Er Trianglets Høide $AH = h$, saa er ogsaa Tyngdepunktets Høide over Grundlinien:

$$TF = \frac{1}{3} h.$$

V.. Tyngdepunktet i et Paralleltrapezium, Fig. 142, faar man, naar man halverer de to parallele Sider *AB* og *FC*, trækker Halveringslinien *DE*, forlænger Siden *BA*

Fig. 142.



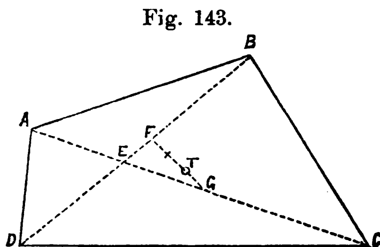
og gjør Forlængelsen $BG = FC$ og forlænger Siden *FC* og gjør Forlængelsen $FH = AB$; trækker man saa Linien *HG*, saa er denne Linies Skjæringspunkt *T*, med Linien *DE* Paralleltrapeziets Tyngdepunkt.

Er Høiden $AM = h$ og de to parallele Sider $AB = a$ og $FC = b$, saa er ogsaa:

$$TK = \frac{h}{3}\,\frac{b+2a}{b+a}.$$

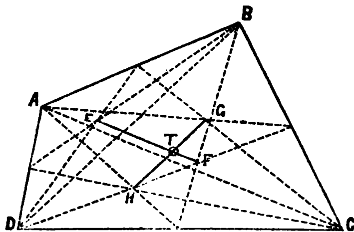
VI.. Tyngdepunktet af en uregelmæssig Firkant $ABCD$, Fig. 143, faar man, naar man trækker Diagonalerne AC og BD, deler den ene Diagonal AC i to ligestore Dele og afsætter paa den anden Diagonal den største Del EB paa den mindste Del saaledes, at $DF = EB$; trækker man saa Linien FG og deler denne i 3 ligestore Dele, saa ligger Tyngdepunktet T i det Delepunkt der ligger nærmest Midtpunktet G af Diagonalen AC.

Fig. 143.



Den uregelmæssige Firkants Tyngdepunkt faar man ogsaa, naar man forbinder Tyngdepunkterne af de to Triangler DBA og DBC, Fig. 144, med Linien EF og Tyngdepunkterne af Trianglerne ACB og ACD med Linien HG. Skjæringspunktet T mellem Linierne EF og HG er da Firkantens Tyngdepunkt.

Fig. 144.



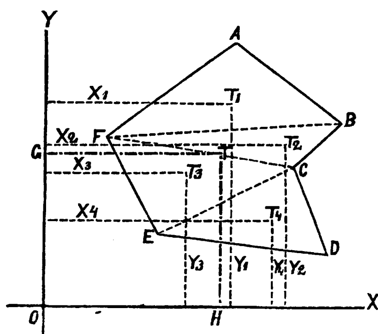
VII.. For at finde Tyngdepunktet af en uregelmæssig Mangekant, Fig. 145, deler man den i Triangler og bestemmer Afstandene x_1, x_2, x_3 o. s. v. og y_1, y_2, y_3 o. s. v. mellem disses Tyngdepunkter T_1, T_2 o. s. v. og de to Axer OX og OY; betegner man saa Trianglernes Arealer med P_1, P_2 o. s. v., saa er Fladens Tyngdepunkts Afstand fra Axen OY:

$$x = GT = \frac{P_1x_1 + P_2x_2 + P_3x_3 + P_4x_4}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}$$

og dets Afstand fra Axen OX:

$$y = HT = \frac{P_1y_1 + P_2y_2 + P_3y_3 + P_4y_4}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}$$

Fig. 145.



VIII.. Er for Cirkelsectoren ACB, Fig. 146, Buen $ADB = b$, Chorden $AB = c$ og Radien $AB = r$, saa er dens Tyngdepunkts Afstand fra Centret:

$$CT = \frac{2\,r\,.\,c}{3\,b}.$$

IX.. Er for Cirkelsegmentet ABD, Fig. 147, Chorden $AB = c$ og Fladeindholdet $= A$, saa er dets Tyngdepunkts Afstand fra Centret:

$$CT = \frac{1}{12} \cdot \frac{c^3}{A}.$$

Fig. 146.

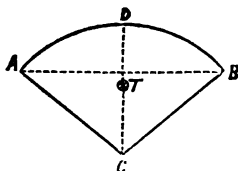
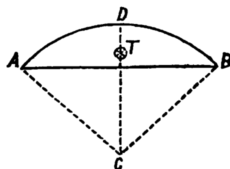


Fig. 147.



X.. Er for Parabelfladen APM, Fig. 148, $AP = x$ og $PM = y$, saa er dens Tyngdepunkts Coordinater:

$$TB = \frac{3}{8}\,x \text{ og } TC = \frac{3}{5}\,y.$$

XI.. Tyngdepunktet i et Prisma ligger paa Midten af den Linie, der forbinder dens to Grundfladers Tyngdepunkter.

XII.. Tyngdepunktet i en Pyramide, Fig. 149, med Høide $DE = h$, ligger i den Linie, der forbinder Toppen

D med Grundfladens Tyngdepunkt G og i en Høide over Grundfladen:

$$CT = \frac{1}{4} h.$$

Fig. 148.

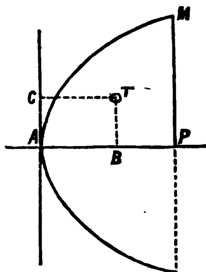
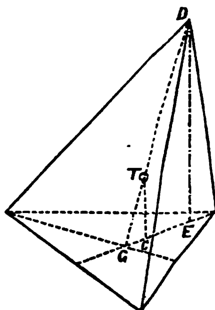


Fig. 149.



XIII.. Tyngdepunktet i en Kegle ligger i en Høide over Grundfladen lig $\frac{1}{4}$ af Høiden og i den Linie, der forbinder Toppen med Grundfladens Center.

XIV.. Er i en afkortet Pyramide, Fig. 150, Grundfladen $= A$, Topfladen $= B$ og Høiden $= h$, saa er dens Tyngdepunkts Høide over Grundfladen:

$$CT = \frac{h}{4} \cdot \frac{A + 2\sqrt{AB} + 3B}{A + \sqrt{AB} + B.}$$

XV.. Er for den afkortede Kegle, Fig. 151, Radierne $DC = R$ og $AB = r$ og Høiden $BC = h$, saa er dens Tyngdepunkts Høide over Grundfladen:

$$CT = \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2} \cdot \frac{h}{4.}$$

Fig. 150.

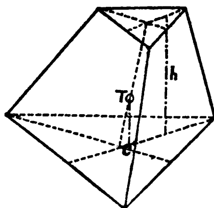
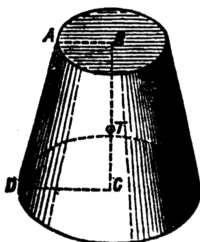


Fig. 151.



XVI.. Er for Kuglesectoren, Fig. 152, Høiden $DE = h$ og $CB = r$, saa er Tyngdepunktets Afstand fra Centret:

$$CT = \frac{3}{4}\left(r - \frac{h}{2}\right).$$

XVII.. For Kuglesegmentet ADB alene bliver Tyngdepunktets Afstand fra Centret:

$$\frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}.$$

Fig. 152.

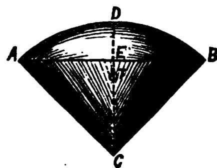
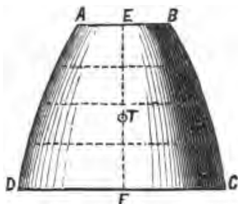


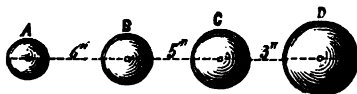
Fig. 153.



XVIII.. Har man at søge Tyngdepunktet af et uregelmæssigt Legeme, saa deler man dets Høide i et lige Antal ligestore Dele og bestemmer Sectioner af Legemet gjennem Delepunkterne, pallele med Grundfladen. Er som i Fig. 153, Høiden FE delt i 4 ligestore Dele, og A, A_1, A_2, A_3 og A_4 betegne Sectionerne og m Afstanden mellem Delepunkterne, saa er ifølge Simpsons Regel Legemets Tyngdepunkts Afstand fra A tilnærmelsesvis:

$$TF = m . \frac{o.A + 1.4\,A_1 + 2.2\,A_2 + 3.4\,A_3 + 4A_4}{A + 4\,A_1 + 2\,A_2 + 4\,A_3 + A_4}.$$

Fig. 154.



Exempel I. De fire Kugler, Fig. 154, veie A 10 ℔, B 12 ℔, C 17 ℔ og D 20 ℔ med de indbyrdes Afstande $AB = 6''$, $BC = 5''$ og $CD = 3''$, hvor ligger deres fælleds Tyngdepunkt?

Regner man Momenterne om A faaes:

$$r = \frac{\Sigma(Pp)}{\Sigma(P)} = \frac{10 \times 0 + 12 \times 6 + 17 \times 11 + 20 \times 14}{10 + 12 + 17 + 20}$$

$$= \frac{537}{59} = 9{,}14 \text{ Tommer fra } A.$$

Exempel II. Pladen *AD*, Fig. 155, er jevntyk, 14 Fod lang og 1′ bred; hvor ligger dens Tyngdepunkt, naar den er gjennemboret med et cirkelformigt og et rectangulært Hul af en Størrelse og Beliggenhed, som vises af Figuren?

Fig. 155.



Da Pladen er jevntyk, kan man regne med Fladeindhold istedetfor Kubikindhold.

Tyngdepunktets Afstand fra *AB*

$$= \frac{\text{Summen af Momenterne om } AB}{\text{Summen af Kræfter}},$$

og Tyngdepunktets Afstand fra *AC*

$$= \frac{\text{Summen af Momenterne om } AC}{\text{Summen af Kræfter}}.$$

Regningen opsættes gjerne saaledes:

	P	—	p	—	Pp
hele Flade	$= 14 \square'$.		Arm $= 7'$		Moment $= 98$
Cirkel	$= - 0{,}1963 \square'$		— $= 0{,}75'$		— $= - 0{,}1472$
Rectangel	$= - 2{,}5 \square'$		— $= 11^1/_3{}'$		— $= - 28{,}3333.$
	$\Sigma(P) = 11{,}304$				$\Sigma(Pp) = 69{,}519.$

og Tyngdepunktets Afstand fra *AB*

$$= \frac{69{,}519}{11{,}304} = 6{,}15 \text{ Fod.}$$

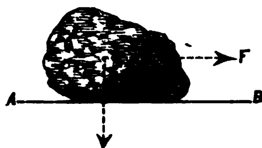
Paa samme Maade faaes Tyngdepunktets Afstand fra *AC*

$$= \frac{6{,}101}{11{,}304} = 0{,}54 \text{ Fod.}$$

Om Friction.

6. I. **Glidende Friction.** Hviler Legemet *Q* paa det horizontale Underlag *AB*, Fig. 155, saa er Kraften *F*, som man maa anvende for netop at faa Legemet til at bevæge sig henad *AB*, lig den Modstand, som i hinanden gribende Ujevnheder o. s. v. gjøre mod Bevægelsen. Denne Modstand kalder man den glidende Friction mellem de to Legemer. Man ar nu fundet:

Fig. 156.



1. — Den glidende Friction er directe proportional med det lodrette Tryk Q af det ene Legeme mod det andet.
2. — Den er afhængig af den Materie, hvoraf Legemerne bestaa og af Berøringsfladernes Beskaffenhed.
3. — Den er større, idetsamme et Legeme sættes i Bevægelse end, efterat Bevægelsen er begyndt, og endelig er den
4. — uafhængig af Berøringsfladernes Størrelse, saalænge ikke disse blive meget store eller meget smaa.

Har man den glidende Friction F_1 for et Legeme af Vægten Q_1, der kan glide paa et horizontalt Underlag af given Materie, og Q er Vægten af et andet Legeme af samme Materie som Q_1 og hvilende paa samme Underlag, saa kan man efter Regel 1 sætte:

$$Q_1 : F_1 = Q : F,$$

$$\text{hvoraf } F = \frac{F_1}{Q_1} \cdot Q.$$

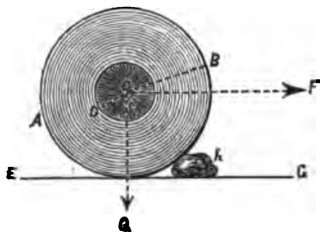
Brøken $\frac{F_1}{Q_1} = \varphi$ kalder man Frictionscoefficienten for de givne Materier; den glidende Friction er altsaa lig Frictionscoefficienten $\times$ Legemernes Tryk mod hinden.

Følgende Tabel indeholder Frictionscoefficienterne for Hvile og Bevægelse for Legemers Glidning paa rette Flader.

De paa hinanden glidende Legemer.	Fibrenes Stilling mod hinanden.	Berøringsfladernes Beskaffenhed.	Frictions-coeff. φ Hvile.	Frictions-coeff. φ Bevægelse.
Egetræ paa Egetræ	=	uden Smørelse	0,62	0,48
	=	med „	0,44	0,16
	ǂ	uden „	0,54	0,34
	ǂ	fugtet med Vand	0,71	0,25
Læderremme paa Valse af Egetræ		tørt	0,61	0,51
Hampetoug paa Egetræ		tørt	0,8	0,52
Smedejern paa Egetræ	=	fugtet med Vand	0,65	0,26
	=	med Talg	0,11	0,08

De paa hinanden glidende Legemer.	Fibrenes Stilling mod hinanden.	Berøringsfladernes Beskaffenhed.	Frictions-coeff. φ	
			Hvile.	Bevægelse.
Støbejern paa Egetræ	=	tørt fugtet med Vand med Sæbe	— 0,65 —	0,49 0,22 0,19
Smeddejern paa Smeddejern		tørt med Olie	0,14 0,12	0,14 0,07
Støbejern paa Støbejern		med Vand med Talg med Olie	0,13 0,1 —	0,13 0,1 0,06
Smeddejern paa Messing		tørt med Talg med Olie	— — —	0,17 0,10 0,08
Støbejern paa Messing		tørt med Talg med Olie	— — —	0,15 0,10 0,08
Messing paa Messing		tørt med Talg med Olie	— — —	0,20 0,13 0,05
Staal paa Støbejern		tørt med Talg med Olie	— — —	0,20 0,105 0,08

Fig. 157.



II. **Axelfriction.** Ruller Hjulet AB, Fig. 157, med Radius $CB = R$ paa Banen EG og dreier sig samtidigt om Axen med Radius $CD = r$, saa har Frictionen i Axens Omkreds Armen $CD = r$, Trækkekraften F Armen $CB = R$, og Ligevægtsligningen bliver:

$$\varphi Q r = FR, \text{ hvoraf } F = \varphi Q \frac{r}{R},$$

i hvilken Formel φ er Frictionscoefficienten for Axe og Hjul og Q Axens Tryk mod Hjullageret.

Den glidende Friction, $\varphi_1 Q$, mellem Hjulets Omkreds og Banen, forekommer ikke som Hindring mod Bevægelsen, men man maa tage Hensyn til den forsaavidt, at den maa være af en bestemt Størrelse, for at Hjulet skal dreie sig om Axen og ikke slæbes henad Banen uden at rulle. Den mindste Værdi denne Friction kan have er:

$$\varphi_1 Q = F = \varphi Q \frac{r}{R},$$

$$\text{hvoraf: } \varphi_1 = \varphi \frac{r}{R}.$$

Paa Grund af at Axer ved at dreies i sine Lagere snart opnaa en høi Grad af Glathed, er Coefficienterne for Axelfriction ikke ubetydeligt mindre end Coefficienterne for den glidende Friction.

Følgende Tabel indeholder Coefficienter for Axelfriction.

De paa hinanden glidende Legemer.	Berøringsfladernes Beskaffenhed.	Frictionscoefficient naar Smørelsen bliver fornyet	
		paa almindelig Maade.	uafbrudt.
Støbejern paa Støbejern	med Olie, Svinefedt, Talg eller Svinefedt med Graphit	0,07 à 0,08	0,054
Støbejern paa Messing	Do.	0,07 à 0,08	0,054
Støbejern paa haardt Træ	tørt	0,18	
	med Olie eller Svinefedt og Graphit	0,12	0,09
Smeddejern paa Støbejern	med Olie, Talg eller Svinefedt med Graphit	0,07 à 0,08	0,054
Smeddejern paa Messing	Do.	0,07 à 0,08	—

De paa hinanden glidende Legemer.	Berøringsfladernes Beskaffenhed.	Frictionscoefficient naar Smørelsen bliver fornyet	
		paa almindelig Maade.	uafbrudt.
Smeddejern paa haardt Træ	med Olie, Talg eller Svinefedt med Graphit	0,11	—
Messing paa Messing	Do.	0,1	0,054
Messing paa Støbejern	Do.	0,09	0,045
Haardt Træ paa Støbejern	med Svinefedt.	0,12	—
Haardt Træ paa haardt Træ	Do.	0,1	—

Møder Hjulet *AB*, Fig. 157, en liden Hindring af Høiden *h*, saa bliver Trækkekraften forøget med:

$$P_1 = Q\sqrt{\frac{2h}{R}},$$

og den hele Trækkekraft bliver altsaa:

$$P = F + P_1 = Q\left(\varphi\frac{r}{R} + \sqrt{\frac{2h}{R}}\right).$$

Er Hindringen af betydeligere Høide, saa faar man nøiagtigere Resultat af Formelen:

$$P = Q\left(\varphi\frac{r}{R} + \frac{\sqrt{2Rh - h^2}}{R - h}\right).$$

Paa Grund af Umuligheden af at fremstille fuldkommen jevne Baner vil altid ved et Hjuls Rullen smaa Ujevnheder bevirke en Forøgelse i Trækkekraften, den saakaldte rullende Friction. For denne har man Formelen:

$$P_2 = f\frac{Q}{R},$$

hvor Q er Hjulets lodrette Tryk paa Underlaget og R Hjulets Radius. Regnes R i Tommer, saa er for Jernhjul paa Jernskinner $f = 0{,}02$ à 0,03.

Dreier en lodret staaende Axe, Fig. 157, sig i et Lager, og Q er Axens Tryk mod Lageret og Axens Radius $AC = r$, saa er Frictionens Moment i Axens Endeflade lig $\varphi Q \frac{2}{3} r$, naar φ er Frictionscoefficienten for Axe og Lager. φ for denne Friction tages af Tabellen over Axelfrictionscoefficienter.

Fig. 158.

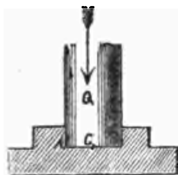
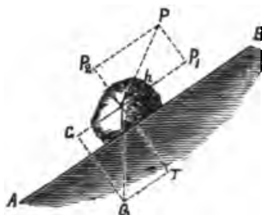


Fig. 159.



Skraaplanet. Hviler paa Skraaplanet AB, Fig. 159, et Legeme af Vægten Q, saa er dets Tryk mod Skraaplanet: $T = Q$ Cos. α og dets Bestræbelse efter at glide nedad: $G = Q$ Sin. α. Er Q Sin. $\alpha = \varphi\, Q$ Cos. α, saa befinder Legemet sig netop paa Overgangspunktet mellem Hvile og Bevægelse. Af ovenstaaende Ligning faar man ogsaa: § 67.

$$\text{Sin. } \alpha = \varphi \text{Cos.} \alpha \text{ og } \varphi = \frac{\text{Sin. } \alpha}{\text{Cos. } \alpha} = \text{Tang. } \alpha.$$

Er altsaa den trig. Tang. af Planets Heldingsvinkel saa stor som Frictionscoefficienten mellem Legemet og Planet, da har α den største Værdi, den kan have, naar Legemet skal befinde sig i Hvile paa Planet. Denne Værdi af α kalder man derfor Hvilevinkelen, og ved Hjælp af den kan man bestemme Frictionscoefficienter.

Skal en Kraft P, Fig. 159, der danner en Vinkel β med Skraaplanet AB, trække Lasten Q opad, saa maa Componenten $P_1 = P$ Cos. β være saa stor som Componenten $G = Q$ Sin. α og Frictionen $\varphi\,(T - P_2) = \varphi\,(Q \text{ Cos. } \alpha - P \text{ Sin. } \beta)$. Heraf faaes Trækkekraften:

$$P = Q \frac{\text{Sin. } \alpha + \varphi \text{ Cos. } \alpha}{\text{Cos. } \beta + \varphi \text{ Sin. } \beta}.$$

Falder P under Planet AB, da er β negativ, og Trækkekraften bliver da:

$$P = Q \frac{\text{Sin. } \alpha + \varphi \text{ Cos. } \alpha}{\text{Cos. } \beta - \varphi \text{ Sin. } \beta}.$$

Skal Kraften blot hindre Q i at glide nedad, da virker Frictionen sammen med P, og man faar da:

$$P = Q \frac{\text{Sin. } \alpha - \varphi \text{ Cos. } \alpha}{\text{Cos. } \beta - \varphi \text{ Sin. } \beta}.$$

Winkel. Gr.	Min.	Log. Sin.	Sinus.
30	0	9,69897	0,50000
	10	9,70115	0,50252
	20	9,70332	0,50503
	30	9,70547	0,50754
	40	9,70761	0,51004
	50	9,70973	0,51254
		211	250
31	0	9,71184	0,51504
	10	9,71393	0,51753
	20	9,71602	0,52002
	30	9,71809	0,52250
	40	9,72014	0,52498
	50	9,72218	0,52745
		203	247
32	0	9,72421	0,52992
	10	9,72622	0,53238
	20	9,72823	0,53484
	30	9,73022	0,53730
	40	9,73219	0,53975
	50	9,73416	0,54220
		195	244
33	0	9,73611	0,54464
	10	9,73805	0,54708
	20	9,73997	0,54951
	30	9,74189	0,55194
	40	9,74379	0,55436
	50	9,74568	0,55678
		188	241
34	0	9,74756	0,55919
	10	9,74943	0,56160
	20	9,75128	0,56401
	30	9,75313	0,56641
	40	9,75496	0,56880
	50	9,75678	0,57119
		181	239
35	0	9,75859	0,57358
	10	9,76039	0,57596
	20	9,76218	0,57833
	30	9,76395	0,58070
	40	9,76572	0,58307
	50	9,76747	0,58543
		175	236
36	0	9,76922	0,58779
Gr.	Min		
Vinkel.			

[illegible] Hvor stor Kraft behøves til at trække [illegible] og til blot at hindre Glidning, naar Kraf[illegible]ningslinie er 20° over Planet?

[illegible]rækning opad faaes:

$$[illegible]\frac{[illegible]\ \alpha + \varphi \text{ Cos. } \alpha}{[illegible]\ \beta + \varphi \text{ Sin. } \beta} = 1000 \frac{\frac{1}{3} + 0{,}2 \,.\, 0{,}9428}{0{,}9397 + 0{,}2 \,.\, 0{,}3420}$$

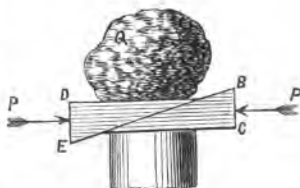
$$= \frac{521{,}9}{1{,}0081} = 517{,}7 \text{ ℔},$$

[illegible] hindre Glidning:

$$[illegible]\frac{[illegible]\ \alpha - \varphi \text{ Cos. } \alpha}{\text{Cos. } \beta - \varphi \text{ Sin. } \beta} = 1000 \frac{0{,}1447}{0{,}8713} = 166 \text{ ℔}.$$

[illegible] n Last Q hæves ved Kræfter virkende lod- § 68.
[illegible] DE og BC af de to Kiler i Fig. 160, [illegible] at Frictions- [illegible] φ er fælles [illegible] og fast Under- [illegible] hvorved Kraf- [illegible] samme for [illegible] og φ_1 er Fric- [illegible] for Kilefla- [illegible], saa er, om [illegible] Kilernes Skarp- [illegible] Kraften pr. Kile.

Fig. 160.



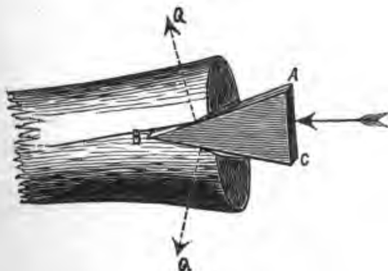
$$[illegible]\left([illegible]\frac{\text{Sin. } \alpha + \varphi_1 \text{ Cos. } \alpha}{\text{Cos. } \alpha - \varphi_1 \text{ Sin. } \alpha}\right)$$

[illegible] er α saa liden, at man uden væsentlig Feil [illegible] Cos. $\alpha = 1$; Formelen bliver da:

$$P = Q\left(\varphi + \frac{\text{Sin. } \alpha + \varphi_1}{1 - \varphi_1 \text{ Sin. } \alpha}\right).$$

Fig 161.

[illegible] Kilen [illegible] 161, til [illegible] et Le- [illegible] er det [illegible] Tryk paa [illegible]plader og [illegible] Kilens [illegible]vinkel, [illegible] til Spalt- [illegible]dvendige



$$P = 2Q\left(\text{Sin. } \frac{\alpha}{2} + \varphi \text{ Cos. } \frac{\alpha}{2}\right).$$

Exempel I. Et Legeme, hvis Vægt er $Q = 500$ ℔, hviler paa et horizontalt Underlag og kan netop bevæges henad dette af en horizontal Kraft $P = 250$ ℔. Hvor stor er Frictionscoefficienten φ mellem Legemet og Underlaget?

Man faar $\varphi = \frac{P}{Q} = \frac{250}{500} = 0{,}5.$

Exempel II. En Vogn, hvis Vægt og Belastning tilsammen er $Q = 5000$ ℔, har 3 Fods Hjul paa 2 Toms Axer. φ for Axerne 0,1. Hvad Kraft behøves til at trække den paa horizontal Vei, naar man sætter Coefficienten for den rullende Friction $f = 0{,}03$ og hvad til at trække den opad et Skraaplan, der stiger 1 paa 10? Kraften i begge Tilfælde parallel med Banen.

For Trækkekraften paa horizontal Bane faar man:

$$P = Q\left(\varphi \frac{r}{R} + \frac{0{,}03}{R}\right) = 5000 \cdot \frac{0{,}13}{18} = 36{,}1 \text{ ℔},$$

og paa Skraaplanet:

$$P = Q\left(\text{Sin.}\, \alpha + \varphi \,\text{Cos.}\, \alpha \frac{r}{R} + \frac{0{,}03 \,\text{Cos.}\, \alpha}{R}\right)$$

$$= 5000 \cdot \left(0{,}1 + \frac{0{,}0995 + 0{,}0298}{18}\right) = 536 \text{ ℔}.$$

Exempel III. Et Lokomotivs Drivhjul ere 5 Fod i Diameter og bære $1/3$ af Lokomotivets hele Vægt, der er 60000 ℔. Frictionscoefficient, φ_1, for Drivhjul og Skinner 0,15. Hvad er den største Vægt Q af Vogne og Belastning tilsammen, som Lokomotivet kan trække paa horizontal Bane, naar Vognhjulene og de løse Hjul under Lokomotivet ere 4 Fod i Diameter paa 3 Toms Axer med $\varphi = 0{,}1$? Coefficienten, f, for rullende Friction sættes $= 0{,}02$ for alle Hjul.

Trækkekraften P = Drivhjulenes Friction mod Banen $= \varphi_1 \cdot 20000 = 3000$ ℔.

Er nu R Radien for de løse Hjul, R_1 Drivhjulenes Radius, r Radius for Axerne og Q den søgte Last, saa er ogsaa Trækkekraften:

$$P = (Q + 40000)\left(\varphi \frac{r}{R} + \frac{0{,}02}{R}\right) + 20000 \cdot \frac{0{,}02}{R_1} = 3000,$$

hvoraf findes:

$$Q = \frac{3000 - 296{,}5}{0{,}00708} = 381850 \text{ ℔}.$$

Exempel IV. Paa et Skraaplan, der stiger 1 paa 3, hviler et Legeme af 1000 ℔'s Vægt og med $\varphi = 0{,}2$

mod Planet. Hvor stor Kraft behøves til at trække det opad og til blot at hindre Glidning, naar Kraftens Retningslinie er 20° over Planet?

For Trækning opad faaes:

$$P = Q \frac{\text{Sin.}\,\alpha + \varphi\,\text{Cos.}\,\alpha}{\text{Cos.}\,\beta + \varphi\,\text{Sin.}\,\beta} = 1000 \frac{1/3 + 0{,}2 \,.\, 0{,}9428}{0{,}9397 + 0{,}2 \,.\, 0{,}3420}$$

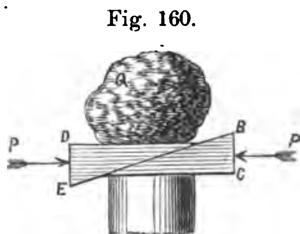
$$= \frac{521{,}9}{1{,}0081} = 517{,}7 \text{ ℔},$$

og til at hindre Glidning:

$$P = Q \frac{\text{Sin.}\,\alpha - \varphi\,\text{Cos.}\,\alpha}{\text{Cos.}\,\beta - \varphi\,\text{Sin.}\,\beta} = 1000 \frac{0{,}1447}{0{,}8713} = 166 \text{ ℔}.$$

Kilen. Skal n Last Q hæves ved Kræfter virkende lodrette paa Fladerne DE og BC af de to Kiler i Fig. 160, og man antager at Frictionscoefficienten φ er fælles Last og Kile og fast Underlag og Kile, hvorved Kraften bliver den samme for begge Kiler, og φ_1 er Frictionscoefficient for Kilefladerne indbyrdes, saa er, om $BAC = \alpha$ er Kilernes Skarphedsvinkel, Kraften pr. Kile. § 68.

Fig. 160.



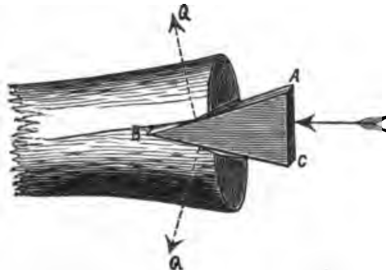
$$P = Q\left(\varphi + \frac{\text{Sin.}\,\alpha + \varphi_1\,\text{Cos.}\,\alpha}{\text{Cos.}\,\alpha - \varphi_1\,\text{Sin.}\,\alpha}\right)$$

Som oftest er α saa liden, at man uden væsentlig Feil kan sætte Cos. $\alpha = 1$; Formelen bliver da:

$$P = Q\left(\varphi + \frac{\text{Sin.}\,\alpha + \varphi_1}{1 - \varphi_1\,\text{Sin.}\,\alpha}\right).$$

Anvendes Kilen ABC, Fig. 161, til Spaltning af et Legeme og Q er det lodrette Tryk paa Kilens Sideplader og $BAC = \alpha$ er Kilens Skarphedsvinkel, saa er den til Spaltningen nødvendige Kraft:

Fig 161.



$$P = 2Q\left(\text{Sin.}\,\frac{\alpha}{2} + \varphi\,\text{Cos.}\,\frac{\alpha}{2}\right).$$

Exempel. Frictionscoefficienten for de to paa hinanden hvilende Kileflader, Fig. 162, være $\varphi_1 = 0{,}3$ og for Last og Kile og fast Underlag og Kile $\varphi = 0{,}4$. Hvad Kraft behøves pr. Kile for at hæve Lasten $Q = 2000$ ℔, naar Kilernes Sideflader tilsammen danne et Rectangel med 18 Tommers Diagonal og 3 Tommers Høide?

Man finder $\text{Sin.}\ \alpha = \frac{1}{6} = 0{,}1667$ og $\text{Cos.}\ \alpha = 0{,}9860$

$$\text{og } P = 2000\left(0{,}4 + \frac{0{,}1667 + 0{,}3 \times 0{,}9860}{0{,}9860 - 0{,}3 \times 0{,}1667}\right)$$

$$= 2000\left(0{,}4 + \frac{0{,}4625}{0{,}9360}\right) = 1788{,}2 \text{ ℔}.$$

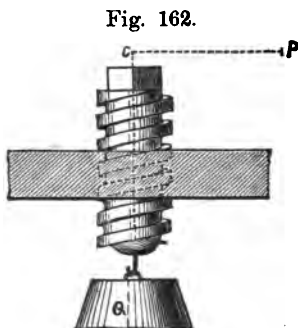
Sætter man $\text{Cos.}\ \alpha = 1$, saa faar man:

$$P = 2000\left(0{,}4 + \frac{0{,}1667 \div 0{,}3}{1 - 0{,}3 \times 0{,}1667}\right)$$

$$= 2000\left(0{,}4 + \frac{0{,}4667}{0{,}95}\right) = 1782{,}6 \text{ ℔}.$$

§ 69. **Skruen.** Er for en fladgjænget Skrue r den midlere Radius, d. e. Middellængden mellem Radierne til Gjængens Bund og Gjængens Top, s Stigningen eller α Gjængernes Stigningsvinkel, φ Frictionscoefficienten for Skrue og Mutter, Kraften $= P$ paa Armen $PC = p$, Fig. 162, og Lasten $= Q$, saa er:

Fig. 162.



$$P = Q\,\frac{\text{Sin.}\ \alpha + \varphi\ \text{Cos.}\ \alpha}{\text{Cos.}\ \alpha - \varphi\ \text{Sin.}\ \alpha} \cdot \frac{r}{p}$$

$$= Q \cdot \frac{s + \varphi\, 2r\pi}{2r\pi - \varphi s} \cdot \frac{r}{p}.$$

Brøken $\frac{Q}{P} = \frac{2r\pi - \varphi s}{s + \varphi 2r\pi} \cdot \frac{p}{r}$ kalder man Skruens Kraftvinding.

For en skarpgjænget Skrue, hvor Gjængernes Section danner et ligebenet Triangel med halve Topvinkel β vendende udad, har man Formelen:

$$\frac{Q}{P} = \frac{2r\pi\,.\ \text{Cos.}\ \beta - \varphi s}{s\ \text{Cos.}\ \beta + \varphi\, 2r\pi} \cdot \frac{p}{r}.$$

I Almindelighed regner man Skruens Kraftvinding efter Formelen:

$$\frac{Q}{P} = \frac{2p\pi}{s + 2r\pi\varphi},$$

og for skarpgjænget Skrue:

$$\frac{Q}{P} = \frac{2p\pi}{s + \varphi 2r\pi \text{ Sec. } \beta},$$

hvilke Formler for almindelige ikke meget store Stigninger give et til praktisk Brug tilstrækkeligt nøiagtigt Resultat.

Exempel. En Skrues Stigning være $s = {}^3/_8$ Tomme og Middelradius $r = {}^9/_{16}$ Tomme. Hvad Kraft P behøves paa 16 Tommers Arm til at løfte $Q = 1600$ ℔, naar Skruen er fladgjænget og naar den er skarpgjænget med $\beta = 40^0$?

Er $\varphi = 0{,}12$, saa er for flade Gjænger:

$$P = Q \frac{s + \varphi 2r\pi}{2r\pi - \varphi s} \cdot \frac{r}{p} = 1600 \frac{0{,}375 + 0{,}12 \,.\, 1{,}125 \,.\, \pi}{1{,}125 \,.\, \pi - 0{,}12 \,.\, 0{,}375} \cdot \frac{9}{16^2} = 12{,}89 \text{ ℔},$$

og for skarpe Gjænger:

$$P = 1600 \frac{{}^3/_8 \,.\, \text{Cos. } 40^0 + \varphi 2r\pi}{2r\pi \,.\, \text{Cos. } 40^0 - \varphi \, {}^3/_8} \cdot \frac{9}{16^2} = 15{,}03 \text{ ℔}.$$

Efter de sidste Formler faaes:

$$P = Q \frac{s + \varphi 2r\pi}{2p\pi} = 1600 \,.\, \frac{0{,}375 + 0{,}12 \,.\, 1{,}125 \,.\, \pi}{32\pi} = 12{,}72 \text{ ℔}$$

for flade Gjænger og

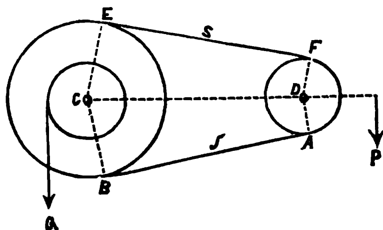
$$P = 1600 \frac{s + \varphi 2r\pi \,.\, \text{Sec. } 40^0}{2p\pi} = 14{,}78 \text{ ℔}.$$

for skarpe Gjænger.

Snor- og Remskive-Udvexlinger.

Ligger en Rem eller et Toug om en faststaaende Valse med Radius $= r$, og Q er Stramningen i den ene Part, P den til at hindre Glidning nødvendige Modstramning i den anden Part og b den Del af Touget, der berøres af Valsen saa er: § 70.

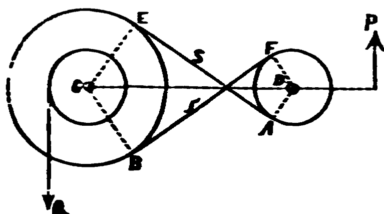
Fig. 163.



$$Q = e^{\varphi \cdot \frac{b}{r}} = e^{\varphi a},$$

hvor φ er Frictions-coefficienten mellem Toug og Valse og e Grundtallet 2,718 ... i det naturlige Logarithmesystem.

Fig. 164.



Er ved Remskiveudvexlingerne, Fig. 163 og Fig. 164, Afstanden mellem Axerne $CD = c$, Radierne $CE = R$ og $DF = r$ og Vinkel $ECB = n$, saa er for Fig. 163:

$$\text{Cos.}\left(\frac{n}{2}\right) = \pm \frac{R-r}{c},$$

og hele Længden af Remmen:

$$l = 2c\,\text{Sin.}\,\frac{n}{2} + \pi\frac{n}{180}.r + \left(2\pi - \pi\frac{n}{180}\right).R,$$

og for Fig. 164:

$$\text{Cos.}\,\frac{n}{2} = -\frac{R+r}{c},$$

og hele Længden af Remmen:

$$l = 2c\,\text{Sin.}\,\frac{n}{2} + \left(2\pi - \pi\frac{n}{180}\right)(R+r),$$

Skal man nu ved en Kraft P paa den ene Skive hæve Lasten Q med Armen $GC = q$ paa den anden Skive, eller udføre Arbeidet $A = Q\,\frac{q}{R}.\,c = P\frac{p}{r}.\,c = Kc$, hvor c betegner Remmens Hastighed, saa ere Stramningerne S og s i den trækkende og i den hængende Part afhængige af Q paa den Maade, at

$$K = Q\frac{q}{R} = P\frac{p}{r} = S - s.$$

Men nu $S = e^{\varphi a}.\,s$, hvoraf faaes Stramningen i den trækkende Part:

$$S = \frac{e^{\varphi a}.K}{e^{\varphi a}-1} = F.K,$$

og Stramningen i den hængende Part:

$$s = \frac{K}{e^{\varphi a}-1} = (F-1)K.$$

Den Stramning Remmen maa have før Bevægelsen bliver:

$$S_1 = \frac{S+s}{2} = S - \frac{1}{2}K.$$

Man har nu fundet Frictionscoefficienten:

$\varphi = 0{,}5$ for Hampetaug og nye Remme paa Træskiver.
$\varphi = 0{,}47$ for fedtede Remme paa Træskiver.
$\varphi = 0{,}38$ for fugtige eller tranede Remme paa dreiede Støbejernsskiver.
$\varphi = 0{,}28$ for gamle fedtede Remme paa dreiede Støbejernsskiver.

Efter disse Værdier er følgende Tabel indrettet:

n	Værdier af $\frac{e^{\varphi a}}{e^{\varphi a}-1} = F$.			
	$\varphi = 0{,}5$ F	$\varphi = 0{,}47$ F	$\varphi = 0{,}38$ F	$\varphi = 0{,}28$ F
90°	1,84	1,91	2,22	2,84
120°	1,54	1,60	1,82	2,27
150°	1,37	1,41	1,59	1,94
180°	1,26	1,30	1,43	1,72
210°	1,19	1,22	1,33	1,57
240°	1,14	1,16	1,23	1,46
270°	1,11	1,12	1,20	1,37
300°	1,08	1,09	1,16	1,31
330°	1,06	1,07	1,13	1,26

En almindelig god Rem af Oxehud har man fundet at kunne belaste med indtil 300 ℔ pr. □″ Tværsnit. For den almindelige Tykkelse af $\frac{1}{6}$ Tomme kan man derfor sætte Rembredden

$$b = 0{,}02\,S.$$

Exempel. En Remskiveudvexling skal forplante et Arbeide af 3 Hestekræfter. Dersom nu Remmens Hastighed skal være 10 Fod pr. Secund, Drivhjulets Radius 30 Tommer, Drevets 6 Tommer og Afstanden mellem Axerne 100 Tommer, hvad bliver da de nødvendige Remstramninger og Remmens Længde og Bredde, naar man sætter Tykkelsen $^1/_6$ Tomme og Frictionscoefficienten $\varphi = 0{,}28$?

$$\text{Man faar: Cos.}\,\frac{n}{2} = \pm\frac{R-r}{c} = \pm\frac{30-6}{100} = \pm 0{,}24$$

$$\text{hvoraf}\,\frac{n}{2} = 76^0\,6{,}8' \text{ og } 103^0\,53{,}2'$$

$$\text{og } n = 152^0\,13{,}6' \text{ og } 207^0\,46{,}4'.$$

Til Beregning af Stramningerne tager man nu den mindste Bue $n = 152^0\,13{,}6' = 152{,}23^0$ og finder af Tabellen den hertil svarende

$$F = 1{,}94 - \frac{2{,}23}{30}(1{,}94 - 1{,}72) = 1{,}94 - 0{,}02 = 1{,}92.$$

$$\text{Lasten } K = \frac{A}{c} = \frac{3 \times 485}{10} = 145{,}5 \text{ ℔}$$

og Stramningen i den trækkende Part:

$$S = FK = 1{,}92 \times 145{,}5 = 279{,}36 \text{ ℔}.$$

Lægger man nu hertil for Friction 10 Procent, saa bliver Stramningen:

$$S = 279{,}36 + 27{,}94 = 307{,}3 \text{ ℔},$$

hvoraf faaes Bredden:

$$b = 0{,}02 \times 307{,}3 = 6{,}15 \text{ Tommer.}$$

Stramningen i den hængende Part bliver:

$$s = (F-1)\,K = 0{,}92 \times 145{,}5 = 133{,}86 \text{ ℔}$$

og den Stramning man maa give Remmen for Bevægelsen:

$$S_1 = \frac{S+s}{2} = \frac{279{,}36 + 133{,}86}{2} = 206{,}61 \text{ ℔}.$$

Remmens Længde bliver:

$$l = 2 \times 100 \times \text{Sin.}\,76^0\,6{,}8' + 6\pi\frac{207{,}81}{180} + \left(2\pi - \pi\frac{207{,}81}{180}\right).\,30$$
$$= 200 \times 0{,}9708 + 21{,}78 + 2{,}66 \times 30 = 295{,}74 \text{ Tommer}$$
$$= 24{,}64 \text{ Fod.}$$

Lader man Remparterne krydse hinanden, da faar man:

$$\text{Cos.}\,\frac{n}{2} = -\frac{R+r}{c} = -\frac{30+6}{100} = -0{,}36.$$

$$\text{hvoraf}\,\frac{n}{2} = 180 - 68^0\,51{,}6' = 111^0\,8{,}4' \text{ og } n = 222^0\,16{,}8' = 222{,}28^0.$$

Til denne Værdi af n faaes af Tabellen:

$$F = 1{,}57 - \frac{12{,}28}{30}(1{,}57 - 1{,}46) = 1{,}57 - 0{,}05 = 1{,}52$$

og Stramningen i den trækkende Part:

$$S = FK = 1{,}52 \times 145{,}5 = 221{,}16 \text{ ℔}$$

hvoraf faaes Rembredden:

$$b = 0{,}02\,(221{,}16 + 22{,}12) = 4{,}87 \text{ Tommer.}$$

Remmens Længde bliver derimod:

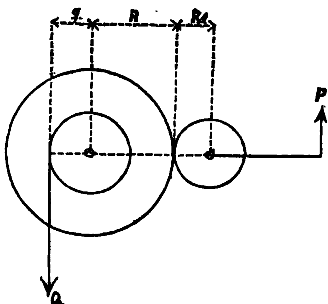
$$l = 2 \times 100 \times \text{Sin.}\,111^0\,8{,}4' + \left(2\pi - \pi\frac{111{,}14}{180}\right).(30+6).$$

$$= 200 \times 0{,}933 + 4{,}3436 \times 36 = 342{,}97 \text{ Tommer} = 28{,}58 \text{ Fod.}$$

Tandhjuludvexlinger. I den enkelte Udvexling, Fig. 165, være for det store Hjul Radien $= R$, Valsens Radius $= q$, Drevets Radius $= R_1$, Vevens Længde $= p$, Kraften $= P$ og Lasten $= Q$. Sætter man nu al Friction ud af Betragtning, saa er: § 71.

$$P = Q\frac{R_1 \,.\, q}{R \,.\, p} \text{ og } \frac{Q}{P} = \frac{Rp}{R_1 q}.$$

Fig. 165.



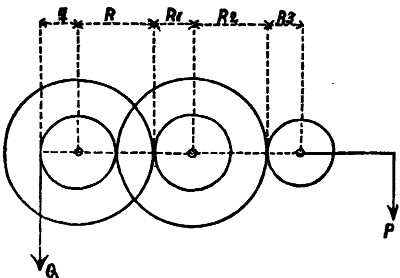
I den dobbelte Udvexling, Fig. 166, være Hjulenes Radier R og R_2, Drevenes Radier R_1 og R_3, Valsens Radius $= q$ og Vevens Længde $= p$, saa er:

$$P = Q\frac{q \,.\, R_1 \,.\, R_3}{p \,.\, R \,.\, R_2} \text{ og } \frac{Q}{P} = \frac{p \,.\, R \,.\, R_2}{q \,.\, R_1 \,.\, R_3}.$$

Uden Friction er altsaa Kraftvindingen saa stor som Produktet af Hjulradierne og Veven divideret med Produktet af Drevradierne og Valseradien.

Tager man derimod Frictionen med i Beregningen og r, r_1 og r_2 ere Axeradierne, φ Frictionscoefficienten for Axerne, φ_1 for Tænderne, Antallet af Tænder i Hjulet paa Lastens Axe og Drevet paa Mellemaxen N og n og for sidste Indgribning N_1 og n_1, saa har man først Trykket paa Tænderne i 1ste Indgribning:

Fig. 166.



$$P_1 = Q\frac{q + \varphi r}{R - \varphi r}.$$

For Tandfrictionen mellem to Hjul har man nu Formelen:

$$T = 2\pi\varphi_1 P_1 \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{2}{Nn} \,.\, \text{Cos.}\,a}$$

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Log. Sin.	Sinus.	Log. Tang.
30	0	9,69897	0,50000	9,76144
	10	9,70115	0,50252	9,76435
	20	9,70332	0,50503	9,76726
	30	9,70547	0,50754	9,77015
	40	9,70761	0,51004	9,77303
	50	9,70973	0,51254	9,77591
		211	250	286
31	0	9,71184	0,51504	9,77877
	10	9,71393	0,51753	9,78163
	20	9,71602	0,52002	9,78448
	30	9,71809	0,52250	9,78732
	40	9,72014	0,52498	9,79015
	50	9,72218	0,52745	9,79297
		203	247	282
32	0	9,72421	0,52992	9,79579
	10	9,72622	0,53238	9,79860
	20	9,72823	0,53484	9,80140
	30	9,73022	0,53730	9,80419
	40	9,73219	0,53975	9,80697
	50	9,73416	0,54220	9,80975
		195	244	277
33	0	9,73611	0,54464	9,81252
	10	9,73805	0,54708	9,81528
	20	9,73997	0,54951	9,81803
	30	9,74189	0,55194	9,82078
	40	9,74379	0,55436	9,82352
	50	9,74568	0,55678	9,82626
		188	241	273
34	0	9,74756	0,55919	9,82899
	10	9,74943	0,56160	9,83171
	20	9,75128	0,56401	9,83442
	30	9,75313	0,56641	9,83713
	40	9,75496	0,56880	9,83984
	50	9,75678	0,57119	9,84254
		181	239	269
35	0	9,75859	0,57358	9,84523
	10	9,76039	0,57596	9,84791
	20	9,76218	0,57833	9,85059
	30	9,76395	0,58070	9,85327
	40	9,76572	0,58307	9,85594
	50	9,76747	0,58543	9,85860
		175	236	266
36	0	9,76922	0,58779	9,86126
Gr.	Min.			
Vinkel.				Cot.

$$= Q \times \frac{(0,26+0,022)\,4 + 0,26 \times 0,1 \times 1,5}{15 - 0,1 \times 1,5}$$

$0.079\ Q.$

blot enkelt, saa blev:

$= 759,5$ ℔,

Friction blev:

$$\frac{\times 15}{5 \times 4} = 900 \text{ ℔},$$

Frictionen et Tab af:

$$= \frac{140,5}{9} = 15,6 \text{ Procent},$$

5,5 Procent og for Tandfrictionen

dste Indgribning er:

$$) = 2\pi \frac{1}{6} \,.\, 0,079\ Q \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{12}\right)$$

$$\frac{) \,.\, R_3 + P_2 \varphi r_2}{- \varphi r_2}$$

$$\frac{+ 0,079 \times 0,1 \times 0,75}{\times 0,75} = 0,018\ Q,$$

$$= \frac{60}{0,018} = 3333,3 \text{ ℔},$$

ent for Frictionen i den sidste
ocent for Tandfrictionen.

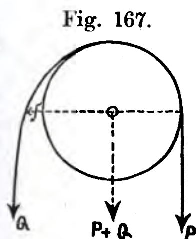
ellem Momenterne af de Kræfter, § 72.
Skive, Fig. 167, er:

$+ \varphi r\,(P + Q)$, hvoraf:

$= a,$

ns, r Axens
fficient for
af Lastens
ugstivheden.
har man
af Tougets
$= nd$, hvor

Fig. 167.



værk

dingen for den enkelte Skive,
allier, idet man sætter Lasten

naar Axerne danne Vinkelen α med hinanden. Er som ovenfor antaget Axerne parallele, saa reducerer Udtrykket for Tandfrictionen sig til:

$$T = 2\pi\varphi_1 P_1 \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{n}\right).$$

Trykket paa Tænderne i sidste Indgribning bliver nu:

$$P_2 = \frac{(P_1 + T) \cdot R_1 + P_1 \varphi r_1}{R_2 - \varphi r_1},$$

Tandfrictionen:

$$T_1 = 2\pi\varphi_1 P_2 \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{n_1}\right)$$

og endelig:

$$P = \frac{(P_2 + T_1)\, R_3 + P_2 \varphi r_2}{p - \varphi r_2}.$$

I ovenstaaende Formler er Vægt af Valse, Hjul og Drev sat ud af Betragtning. I Almindelighed vil man finde, at af Kraftvindingen tabes 10 à 12 Procent for hver Indgribning af Tænder, naar Antallet af Tænder i Drevet er omkring 12 og $2^1/_2$ à 3 Procent for hver af Axerne, naar disse passe til Belastningen.

Exempel. Paa den dobbelte Udvexling paa en Svingkran er paa Lastens Axe:

Hjulets Radius $R = 2'2''$ med 91 Tænder, Valsens Radius $q = 6^1/_2''$ og Axens Radius $r = 2''$, paa Mellemaxen:

Hjulets Radius $R_2 = 15''$ med 60 Tænder, Drevets Radius $R_1 = 4''$ med 14 Tænder og Axens Radius $r_1 = 1^1/_2''$ og paa Kraftens Axe:

Vevens Længde $p = 15''$, Drevets Radius $R_3 = 3''$ og Axens Radius $r_2 = ^3/_4''$. Frictionscoefficienten $\varphi = 0{,}1$ for Axerne og $\varphi_1 = ^1/_6$ for Tænderne. Hvor stor Last kan løftes, naar 60 ℔ anvendes paa Veven?

Uden Friction bliver:

$$Q = P \times \frac{p \,.\, R \,.\, R^2}{q \,.\, R_1 \,.\, R_3} = 60 \frac{15 \times 15 \times 26}{6{,}5 \times 4 \times 3} = 4500 \text{ ℔}.$$

Tager man Frictionen med bliver:

$$P_1 = Q \frac{q + \varphi r}{R - \varphi r} = Q \cdot \frac{6{,}5 + 0{,}1 \times 2}{26 - 0{,}1 \times 2} = 0{,}26\, Q,$$

Tandfrictionen $T = 2\pi\varphi_1 P_1 \left(\frac{1}{N} + \frac{1}{n}\right) = 2\pi \frac{1}{6} \cdot 0{,}26\, Q \left(\frac{1}{91} + \frac{1}{14}\right)$
$= 0{,}022\, Q,$

$$P_2 = \frac{(P_1 + T) R_1 + P_1 \varphi r_1}{R_2 - \varphi r_1} = Q \times \frac{(0{,}26 + 0{,}022)\, 4 + 0{,}26 \times 0{,}1 \times 1{,}5}{15 - 0{,}1 \times 1{,}5}$$
$$= 0.079\, Q.$$

Var nu Udvexlingen blot enkelt, saa blev:

$$Q = \frac{60}{0{,}079} = 759{,}5 \text{ ℔},$$

hvorimod den uden Friction blev:

$$Q = 60 \times \frac{26 \times 15}{6{,}5 \times 4} = 900 \text{ ℔},$$

altsaa paa Grund af Frictionen et Tab af:

$$\frac{100\,(900 - 759{,}5)}{900} = \frac{140{,}5}{9} = 15{,}6 \text{ Procent},$$

hvoraf for Axelfrictionen 5,5 Procent og for Tandfrictionen 10,1 Procent.

Tandfrictionen for sidste Indgribning er:

$$T_1 = 2\pi\varphi_1 P_2 \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{n_1}\right) = 2\pi \frac{1}{6} \,.\, 0{,}079\, Q \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{12}\right)$$
$$= 0{,}00\,83\, Q$$

og endelig:

$$P = \frac{(P_2 + T_1) \,.\, R_3 + P_2 \varphi r_2}{p - \varphi r_2}$$
$$= Q \frac{(0{,}079 + 0{,}0083) \times 3 + 0{,}079 \times 0{,}1 \times 0{,}75}{15 - 0{,}1 \times 0{,}75} = 0{,}018\, Q,$$
$$\text{og } Q = \frac{P}{0{,}018} = \frac{60}{0{,}018} = 3333{,}3 \text{ ℔},$$

altsaa et Tab af 2,65 Procent for Frictionen i den sidste Axe og et Tab af 9,24 Procent for Tandfrictionen.

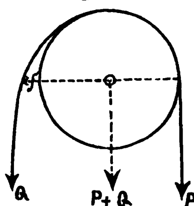
Tallier. Ligningen mellem Momenterne af de Kræfter, der virke paa den enkelte Skive, Fig. 167, er: § 72.

$$PR = Q\,(R + s) + \varphi r\,(P + Q), \text{ hvoraf:}$$
$$\frac{Q}{P} = \frac{R - \varphi r}{R + \varphi r + s} = a,$$

naar R er Skivens Radius, r Axens Radius, φ Frictionscoefficient for Axe og s Forøgelsen af Lastens Arm paa Grund af Tougstivheden. Denne Forøgelse af Arm har man fundet at være afhængig af Tougets Diameter d saaledes, at $s = nd$, hvor

$n = 0{,}5$ for nyt Tougværk
$n = 0{,}33$ - brugt „
$n = 0{,}25$ - gammelt „

Fig. 167.



Af Brøken a, Kraftvindingen for den enkelte Skive, faaes Kraftvindingen for Tallier, idet man sætter Lasten

Q lig Summen af Stramningerne i de Parter, der bære Q og Stramningen i hver Part lig a Gange Stramningen i den foregaaende Part. For almindelig godt Blokværk og Tougværk pleier a at være omkring 0,9 og beregnet efter denne findes for de i nedenstaaende Tabel indeholdte Tallier Kraftvindingen $\frac{Q}{P}$, naar Løberen kommer fra fast Blok, og naar den kommer fra bevægelig Blok.

$$\text{Halvtallie: } \frac{Q}{P} = 1 + a = 1{,}9$$

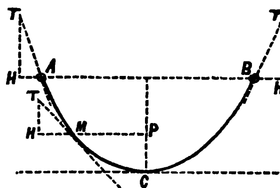
$$\text{Enkelt Tallie: } \begin{cases} \frac{Q}{P} = a + a^2 = 1{,}71 \\ \frac{Q}{P} = 1 + a + a^2 = 2{,}71 \end{cases}$$

$$\text{Treskaaren Do.: } \begin{cases} \frac{Q}{P} = a + a^2 + a^3 = 2{,}44 \\ \frac{Q}{P} = 1 + a + a^2 + a^3 = 3{,}44 \end{cases}$$

$$\text{Firskaaren Do.: } \begin{cases} \frac{Q}{P} = a + a^2 + a^3 + a^4 = 3{,}10 \\ \frac{Q}{P} = 1 + a + a^2 + a^3 + a^4 = 4{,}10. \end{cases}$$

§ 73. **Kjædelinien.** En fuldkommen bøielig Snor eller Kjæde ACB, Fig. 168, ophængt i Punkterne A og B, vil imellem disse antage Form af en krum Linie, den saakaldte Kjædelinie. Er Kjædens laveste Punkt C Axernes Nulpunkt og for et Punkt M, $MP = y$, $CP = x$, Tangentvinkel $MTH = a$ og Buen $CM = s$, saa gjælde Ligningerne:

Fig. 168.



$$x = A\,(\text{Cosec.}\, a - 1),$$

$$y = A \,\text{Log. nat. Cot.}\, \frac{1}{2} a,$$

$$s = A \,\text{Cot.}\, a,$$

i hvilke A er en konstant Størrelse, for hvilken man har Ligningen:

$$A = \frac{H}{k} = \frac{T\,\text{Sin.}\, a}{k},$$

naar H betegner den horizontale Component af Stramningen T i Tangentens Retning og k er Vægt pr. Fod Kjæde. Ovenstaaende Ligninger vise, at Forholdet mellem x, y og s

alene er afhængigt af Tangentvinkelen α, det vil sige, at om man har x, y og s til en given Tangentvinkel for en Kjædelinie, hvis Parameter A er bekjendt, saa faaes de samme Størrelser x, y og s til samme Tangentvinkel for en anden Linie med Parameter a, naar man multiplicerer de første med $\frac{a}{A}$. I de fleste Tilfælde kan man derfor med Fordel anvende nedenstaaende Tabel, der indeholder Værdier af x, y, s, $\frac{y}{x}$ og $\frac{s}{y}$ for Værdier af α mellem 30° og 90° for en Kjædelinie, hvis Parameter $A = 1$.

Tangent-vinkel α.	x	y	s	$\frac{y}{x}$	$\frac{s}{y}$
89°	0,00015	0,01745	0,01745	114,586	1,0000
88	0,00061	0,03491	0,03492	57,279	1,0002
87	0,00137	0,05238	0,05241	38,171	1,0005
86	0,00244	0,06987	0,06993	28,613	1,0008
85	0,00382	0,08738	0,08749	22,874	1,0013
84	0,00551	0,10491	0,10510	19,046	1,0018
83	0,00751	0,12248	0,12278	16,309	1,0025
82	0,00983	0,14008	0,14054	14,254	1,0033
81	0,01247	0,15773	0,15838	12,654	1,0041
80	0,01543	0,17542	0,17633	11,372	1,0052
79	0,01872	0,19318	0,19438	10,820	1,0062
78	0,02234	0,21099	0,21256	9,444	1,0073
77	0,02630	0,22887	0,23087	8,701	1,0088
76	0,03061	0,24681	0,24933	8,060	1,0102
75	0,03528	0,26484	0,26795	7,508	1,0117
74	0,04030	0,28296	0,28675	7,021	1,0134
73	0,04569	0,30116	0,30573	6,591	1,0152
72	0,05146	0,31946	0,32492	6,208	1,0171
71	0,05762	0,33786	0,34433	5,863	1,0192
70	0,06418	0,35637	0,36397	5,553	1,0213
68	0,07853	0,39376	0,40403	5,014	1,0261
66	0,09484	0,43169	0,44523	4,562	1,0314
64	0,11260	0,47021	0,48773	4,176	1,0372
62	0,13257	0,50940	0,53171	3,843	1,0438
60	0,15470	0,54930	0,57735	3,551	1,0511
54	0,22078	0,65284	0,70021	2,957	1,0725
50	0,30540	0,76291	0,83910	2,498	1,0999
45	0,41421	0,88137	1,00000	2,128	1,1346
40	0,55573	1,01068	1,19175	1,819	1,1792
30	1,00000	1,31690	1,73210	1,317	1,3153

Exempel. En Kjæde veier 5 ℔ pr. Fod og skal ophænges mellem to Punkter, hvis horizontale Afstand er 100 Fod. Om nu Kjedens hele Længde er 120 Fod, hvor dybt under Ophængningspunktet

falder Kjædeliniens laveste Punkt og hvad bliver Stramningen i Endepunkterne?

Man finder af Tabellen til $\frac{s}{y} = \frac{120}{100} = 1,2$

$$a = 40^0 - \frac{1,2 - 1,1792}{1,3153 - 1,1792} \cdot 10 = 40 - 1,53 = 38,47^0 = 38^0\,28'$$

$$x = 0,55573 + \frac{1,53\,(1 - 0,55573)}{10} = 0,55573 + 0,06797 = 0,6237.$$

Derefter findes Parameteren:

$$A = \frac{s}{\text{Cot.}\,a} = \frac{60}{1,2587} = 47,6$$

og det laveste Punkts Dybde:

$$h = A \,.\, x = 47,6 \times 0,6237 = 29,688 \text{ Fod.}$$

Kjædens Stramning i Endepunkterne bliver:

$$T = \frac{A\,.\,k}{\text{Sin.}\,a} = \frac{47,6 \times 5}{0,6222} = 382,6\ \text{℔}.$$

§ 74. **Styrke mod Strækning.** Virker en Kraft strækkende paa et Legeme af et vist Material, saa vil Legemet paa Grund af Materiens Elastisitet i større eller mindre Grad forandre sin Form. Dersom den paa Legemet virkende Kraft overskrider en vis Grændse, da er Formforandringen permanent (blivende), og den største Værdi, Kraften kan have, inden Formforandringen bliver permanent, kalder man, naar Legemets Tversnit er 1 Kvadrat Tomme, Materialets Styrke ved Elastisitetsgrændsen. Denne er i det Følgende betegnet med K, den Belastning man i Praxis pleier at give det med k og den Belastning, der afslider eller søndertrykker det med eengang med S. Er nu l Længden af en Stang med Tversnittet s, P den strækkende eller sammentrykkende Kraft og $\triangle\, l$ den Stangen paa Grund af Kraftens Indvirkning meddelte Forøgelse eller Formindskelse i Længde, saa har man, naar P ikke overskrider Elasticitetsgrændsen: $\triangle\, l$ er directe proportional med Stangens Længde l og med Kraften P, men omvendt proportional med Tversnittet s, altsaa:

$$\triangle\, l = \frac{P\,.\,l}{s} \cdot \frac{1}{E} \text{ og } P = E\frac{\triangle\, l}{l} \,.\, s = Ks,$$

hvori Erfaringsstørrelsen E er den saakaldte Elasticitetsmodulus eller den Kraft, der vilde strække en Stang af Tversnittet 1 til det dobbelte af sin Længde eller sammentrykke den til det halve af sin Længde, om dette var muligt.

Er et Legeme af betydeligere Længde, saa vil det ogsaa paa Grund af sin egen Vægt Q lide en Strækning eller Sammentrykning. Er denne Vægt ensformigt fordelt over hele Længden, saa er den til Endekraften P og Vægten Q svarende

$$\triangle\, l = \frac{l}{sE}\left(P \pm \frac{Q}{2}\right) \text{ og } P = E\frac{\triangle\, l}{l}\, s \mp \frac{Q}{2}.$$

For et saadant Legeme af ensformigt Tversnit er, naar dets Vægt tages i Betragtning, Tversnittene nærmest Kraftens Ende for store, men gjøres disse mindre, da bliver ogsaa Tillægsbelastningen Q af Legemets egen Vægt mindre, altsaa Tversnittene for store gjennem hele Længden. Skal Legemet overalt have et til Belastningen paa hver enkelt Del af Længden svarende Tversnit, saa findes dette af Formelen:

$$\text{Log.}\, s = \text{Log.}\, \frac{P}{K} + 0{,}434\,.\, l\, \frac{v}{K},$$

hvori v betegner Vægten pr. Kubiktomme af Legemet.

Følgende Tabel indeholder Værdier af E, $\frac{\Delta l}{l}$, K, k og S. n dobbelt Sikkerhed yder et Legeme, naar man i Formelen $P = Ks$, istedetfor den til Legemets Material svarende Værdi af K, sætter $k = \frac{1}{n} K$.

Material.	Strækings-Forhold $\frac{\Delta l}{l}$ ved E.grændsen.	Elasticitetsmodulus E.	Styrke ved E.grændsen K.	Brugelig Belastning k.	Afslidningslast S.
Jern i Traade	$\frac{1}{1250}$	26000000	21000	14000	85000
Jern i Stænger	$\frac{1}{1520}$	29000000	20000	10000	58000
Jern, valset	—	26000000	—	9000	55000
Støbejern	$\frac{1}{1200}$	17000000	14000	6000	19000
Staal	$\frac{1}{850}$	30000000	36000	20000	120000
Støbestaal, hærdet	$\frac{1}{4500}$	440000000	96000	30000	146000
Kobber, støbt	—	—	—	6000	35000
Kobbertraad	—	—	—	12000	73000
Messing, støbt	$\frac{1}{1320}$	9500000	7000	3000	18000
Messingtraad	$\frac{1}{742}$	14500000	20000	12000	73000
Klokkemetal	$\frac{1}{1590}$	4700000	8000	1000	34000

Material.	Strækning-Forhold $\frac{\Delta l}{l}$ ved E. grændsen.	Elasticitetsmodulus E.	Styrke ved E. grændsen K.	Brugelig Belastning k.	Afslidningslast S.
Bly	$\frac{1}{477}$	700000	1500	320	1900
Blytraad	$\frac{1}{1500}$	1000000	700	340	3000
Træ, langsefter	$\frac{1}{600}$	1800000	3000	1200	12000
Træ, paatvers	—	—	—	60	600
Læderremme	—	—	—	300	—
Toug af Diameteren d Tommer	—	—	—	$2000d^{1,8}$	—

Exempel I. En Stang af smeddet Jern, 100 Fod lang, bærer paa Enden en Last af 40000 ℔. Tages brugelig Belastning $k = 10000$ ℔, saa bliver, uden Hensyn til Stangens egen Vægt, Tversnittet:

$$s = \frac{P}{k} = \frac{40000}{10000} = 4 \,\square''$$

Tages Hensyn til Stangens egen Vægt, og Vægten pr. Kubiktomme Smeddejern er 0,275 ℔, da finder man af Formelen: $\text{Log.}\, s = \text{Log.}\, \frac{P}{k} + 0{,}434\, l \frac{v}{k} = 0{,}60206 + 0{,}434 \times 1200 \times \frac{0{,}275}{10000} = 0{,}61638$, Stangens største Tversnit $s = 4{,}13 \,\square''$.

Exempel II. En Kran skal formedelst en sexskaaren Kjettinggie, hvis Kraftvinding er 4,5, løfte en Last af 20000 ℔. Hvad Dimension af Kjetting behøves?

Den største Stramning af Kjettingen bliver:

$$P = \frac{20000}{4{,}5} = \frac{40000}{9} = 4444{,}4 \text{ ℔},$$

og Sectionen:

$$s = \frac{4444{,}4}{10000} = 0{,}4444 \,\square'' \text{ paa to Parter,}$$

hvortil findes Diameteren:

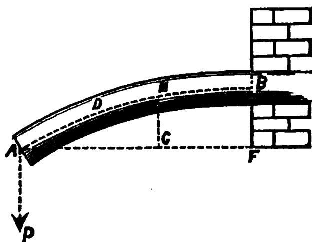
$$D = 2\sqrt{\frac{0{,}2222}{\pi}} = 0{,}53''.$$

§ 75. Styrke mod Bøining (Relativ Styrke).

Den prismatiske Stang AB, Fig. 169, være fastgjort i Enden B og paavirket af Kraften P i Enden A, saa vil

dens neutral e Fibre, d. e. de Fibre, der hverken strækkes eller sammentrykkes og som overalt gaa gjennem Tværsnittets Tyngdepunkt, danne en krum Linie, den saakaldte elastiske Linie. Lader man Endepunktet A være Coordinaternes Begyndelsespunkt, $AC = x$, $MC = y$ og Buen $ADM = l$, saa gjælder for denne Linie Ligningen:

Fig. 169.



$$y = \frac{Px\left(l^2 - \frac{1}{3}x^2\right)}{2ET},$$

og naar P er en Last, der er jevnt fordelt over hele Stangen:

$$y = \frac{P}{6ET} \cdot \frac{x}{l}\left(l^3 - \frac{x^3}{4}\right).$$

I disse Ligninger betegner T Tversnittets Tsæghedsmoment for en Axe gjennem Tyngdepunktet lodret paa Kraftens Plan. Sætter man i disse Ligninger $x = AF = AMB = l$, og Q betegner Stangens egen Vægt, saa faar man, under Forudsætning af at Stangen kun er lidet krummet, Svigtningen:

$$FB = y = \left(\frac{P}{3} + \frac{Q}{8}\right) \cdot \frac{l^3}{E\,.\,T}.$$

For Lasten P har man nu:

$$Pl = \frac{T}{e}\,.\,K,$$

naar den virker paa Enden af den i den ene Ende befæstede Stang, og:

$$Pl = 2\,\frac{T}{e}\,.\,K,$$

naar samme Last er ensformigt fordelt over hele Stangens Længde, og endeligt:

$$Pl = 4\,\frac{T}{e}\,.\,K,$$

for den i begge Ender understøttede Stang med Lasten P paa Midten, samt:

$$Pl = 8\,\frac{T}{e}\,.\,K,$$

naar Lasten P paa denne Stang er ensformigt fordelt over hele Længden. I disse Formler betegner e Afstanden fra den neutrale Fiber til det fra denne længst fjernede Punkt af Tversnittet, E som før det givne Materials Elasticitetsmodulus, T Træghedsmomentet og K Materialets Styrke ved Elasticitetsgrændsen. Følgende Tabel indeholder, for de i Praxis hyppigere forekommende Former af Tversnit, Værdierne af T og e samt Formelen for Last paa Enden med disse Værdier indsatte.

Tversnit.	Trægheds-moment T.	Afstand e.	Formel $Pl = \frac{T}{e} \cdot K$.
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{h}{2}$	$Pl = \frac{K}{6} bh^2$
	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{b}{2}$	$Pl = \frac{K}{6} b^3$.
	$\frac{b^4}{12}$	$\frac{b}{\sqrt{2}}$	$Pl = 0{,}118\, K b^3$.

$$T = \frac{(bh^2 - b_1 h_1^2)^2 - 4bhb_1h_1\,(h - h_1)^2}{12\,(bh - b_1 h_1)}$$

$$e = \frac{bh^2 - b_1 h_1^2}{2\,(bh - b_1 h_1)}$$

$$Pl = \frac{K}{6} \cdot \frac{(bh^2 - b_1 h_1^2)^2 - 4bhb_1h_1\,(h - h_1)^2}{bh^2 - b_1 h_1^2}$$

Tversnit.	Træghedsmoment T.	Afstand e.	Formel $Pl = \frac{T}{e} \cdot K$.
	$\frac{bh^3 - b_1h_1^3}{12}$	$\frac{h}{2}$	$Pl = \frac{K}{6} \frac{bh^3 - b_1h_1^3}{h}$
	$\frac{bh^3 + b_1h_1^3}{12}$	$\frac{h}{2}$	$Pl = \frac{K}{6} \frac{bh^3 + b_1h_1^3}{h}$
	$\frac{bh^3}{36}$	$\frac{2}{3} h$	$Pl = \frac{K}{24} bh^2$
	$T = \frac{b^2 + 4bb_1 + b_1^2}{36(b + b_1)} \cdot h^3$ $e = \frac{2b + b_1}{b + b_1} \frac{h}{3}$		$Pl = \frac{K}{12} \frac{b^2 + 4bb_1 + b_1^2}{2b + b_1} h^2$
	$\frac{\pi}{64} d^4$	$\frac{d}{2}$	$Pl = \frac{K\pi}{32} \cdot d^3$
	$\frac{\pi}{64} (d^4 - d_1^4)$	$\frac{d}{2}$	$Pl = \frac{K\pi}{32} \cdot \frac{d^4 - d_1^4}{d}$

Ligningen $Pl = \frac{T}{e} . K$ eller $P = \frac{T}{el} . K$ viser at for den prismatiske Stang, for hvilken $\frac{T}{e}$ er constant, Lasten P bliver mindst for den største Værdi af Længden l, at altsaa Stangens svageste Sted er i Befæstelsespunktet.

Aftage derimod Tversnittene udover mod Enden, saa kan man ved Forsøg finde det svageste Sted, idet man undersøger, hvilken Værdi af l gjør Udtrykket $\frac{T}{el}$ til et Minimum; den paa denne Maade fundne Værdi af l er det svageste Steds Afstand fra Stangens Ende og efter denne og Stangens Tversnit paa det svageste Sted maa man beregne den Belastning, man kan give Stangen. Skal en Stang overalt have samme Styrke, saa maa Udtrykket $\frac{T}{el}$ være det samme for alle Værdier af l. Er t. Ex. Tversnittet rectangulært med Bredden b og Høiden h, saa er $\frac{T}{el} = \frac{bh^2}{6l}$. Lader man nu Bredden b være den samme hele Veien, men Høiden h foranderlig, saa har man:

$$\frac{P}{K} = \frac{bh^2}{6l} \text{ og } h^2 = \frac{6P}{Kb} \cdot l,$$

hvilket er Ligningen for en Parabel med Parameter $\frac{6P}{Kb}$ og Toppunkt i A, Fig. 184; Stangens Kubikindhold bliver da $V = \frac{2}{3} bhl$.

Fig. 183.

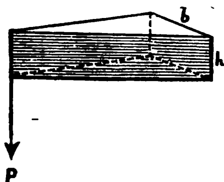
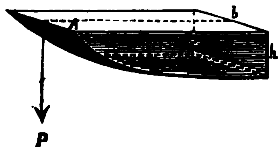


Fig. 184.



Lader man derimod Høiden h være uforandret, men Bredden b foranderlig, Fig. 183, da faar man:

$$b = \frac{6P}{Kh^2} \cdot l,$$

hvilket er Ligningen for den rette Linie. Stangens Kubikindhold bliver da $V = \frac{1}{2} bhl$.

Lader man baade Bredde og Høide være foranderlige, Fig. 185, saaledes at Tversnittene blive ligedannede Figurer, da faar man Høiderne efter Ligningen:

$$y = \sqrt[3]{\frac{6Ph}{Kb}} \cdot \sqrt[3]{l},$$

og Bredderne efter Ligningen:

$$x = \sqrt[3]{\frac{6Pb^2}{Kh^2}} \cdot \sqrt[3]{l},$$

hvor h og b betegne Høiden og Bredden af Tversnittet i den befæstede Ende. Stangens Kubikindhold bliver i sidste Tilfælde $V = \frac{3}{5} bhl.$

Fig. 185.

Fig. 186.

Er Lasten P jevnt fordelt paa den i den ene Ende befæstede Bjelke, Fig. 186 saa bliver, om man lader Bredden b være den samme hele Veien, Bjelkens Sideflader triangulære. Lader man Høiden h være ens hele Veien, saa bliver Bjelkens Bund og Topflade begrændset af to Parabelbuer, som Fig. 187, med Toppunkt i A.

Fig. 187.

Fig. 188.

Er Lasten P jevnt fordelt paa den i begge Ender understøttede Bjelke, da bliver dens Længdetversnit en Elipse; er Lasten ophængt paa Midten, da bliver det en Parabel. — I Praxis nøier man sig i de fleste Tilfælde med blot en Tilnærmelse til de foran fremstillede Former for Legemer af ensformig Styrke.

Exempel I. En Træbjelke, 10″ bred, 10″ høi og 10′ lang, kan med Sikkerhed paa Enden belastes med:

$$P = \frac{k}{6l} \cdot bh^2 = \frac{1200}{6 \times 120} \times 10 \times 100 = \frac{10000}{6} = 1666{,}6 \text{ ℔}.$$

Bjælkens egen Vægt være:

$Q = \frac{10 \times 10}{144} \times 10 \times 62 \times 0{,}7 = 301{,}4$ ℔, saa vil den frie Endes Sænkning være:

$$y = \left(\frac{P}{3} + \frac{Q}{8}\right) \cdot \frac{l^3}{E.T} = (555{,}6 + 37{,}65) \frac{12 \times 120^3}{1800000 \times 10^4}$$

$$= 0{,}683 \text{ Tommer.}$$

Exempel II. En Jernbjelke er understøttet i begge Ender, 40′ lang og dens Tversnit som vist ved Fig. 188 Hvormeget kan den belastes med pr. Fod af Længden, naar Hensyn tages til dens egen Vægt?

Efter Regelen for Tyngdepunktsberegninger sætter man:

	P	p		Pp
$\square AB =$	$+ 84 \square''$,	Arm $6''$	Moment ..	$+ 504$
$\div 2 \square AF =$	$\div 50{,}62$ „	— $5{,}62$	—	$\div 284{,}5$
$\div 2 \square HK =$	$\div 13{,}50$ „	— $4{,}5$	—	$\div 60{,}8$
	$\Sigma(P) = 20{,}88$			$\Sigma(Pp) = 150{,}7$

Altsaa Tyngdepunktets Høide over Tversnittets nedre Ende:

$$e = \frac{\Sigma(Pp)}{\Sigma(P)} = \frac{150{,}7}{20{,}88} = 7{,}2''.$$

Tager man nu Træghedsmomentet for den hele Firkant AB og for de negative Firkanter AF og HK, saa ere disses Tyngdepunkters Afstand fra Tversnittets Tyngdepunkt respective:

$d = 7{,}2 - 6 = 1{,}2''$, $d_1 = 7{,}2 - 5{,}62 = 1{,}58''$ og $d_2 = 7{,}2 - 4{,}5 = 2.7''$

og Træghedsmomentet T om Axe gjennem Tyngdepunktet:

$$\frac{bh^3}{12} + b.h.d^2 = \frac{7 \times 12^3}{12} + 7 \times 12 \times 1{,}2^2 = \ldots\ldots + 1128{,}96.$$

$$\frac{b_1 h_1^3}{12} + b_1.h_1.d_1^2 = \frac{4{,}5 \times 11{,}25^3}{12} + 4{,}5 \times 11{,}25 \times 1{,}58^2 = \div\ 660{,}30$$

$$\frac{b_2 h_2^3}{12} + b_2.h_2.d_2^2 = \frac{1{,}5 \times 9^3}{12} + 1{,}5 \times 9 \times 2{,}7^2 = \ldots \div\ 189{,}54$$

$$T = 279{,}12$$

Den paa Bjelken jevnt fordelte Last bliver nu:

$$P = 8 \frac{T}{el} \cdot k = \frac{8 \times 279{,}12 \times 9000}{7{,}2 \times 40 \times 12} = 5815 \text{ ℔}.$$

Bjælkens egen Vægt $= 20{,}88 \times 12 \times 0{,}275 = 68{,}90$ ℔ pr. Fod og Belastningen pr. Fod af Længden $= \frac{5815}{40} - 68{,}90 = 76{,}5$ ℔.

Styrke mod Knusning og Knækning. § 76.

Søilers Bæreevne P er, naar Længden ikke overskrider et vist Antal Gange den mindste Tversnits-Dimension, alene afhængig af Tversnittet s. Er K den for en Søile af 1 □" Tversnit fundne Knusningsbelastning, saa er altsaa:

$$P = K . s.$$

Tabel over Værdier af K.

Material.	Knusnings-coefficient K.	Material.	Knusnings-coefficient K.
Basalt	27000	Teglsten . . .	580—2200
Gneis	5100	Egetræ	2800—6800
Granit	6000—11000	Furutræ	6800—8000
Kalksten . . .	1500—6000	Grantræ	2000
Marmor	3200—12000	Støbejern . . .	100000
Mørtel	450—900	Smeddejern .	72000
Sandsten . . .	1400—13000	Kobber	60000

De i foranstaaende Tabel indeholdte Værdier af K blive, idet man søger brugelig Belastning, at multiplicere med en Sikkerhedscoefficient, der for Metaller kan sættes til $^1/_6$, for Træ og Steen $^1/_{10}$ og for Murværk $^1/_{20}$.

Er for Søiler af Støbejern, Smeddejern og Træ Længden l mere end 10—20—25 Gange Tykkelsen, saa giver Formelen $P = K . s$ for smaa Dimensioner af Tværsnit; Søilen vil knækkes før den knuses.

Fig. 189.



For en Søiles Styrke P mod Knækning giver den theoretiske Udvikling Formelen:

$$P = \frac{\pi^2}{4} . E . \frac{T}{l^2},$$

naar dens ene Ende er befæstet og den anden Ende er fri, Fig. 189. E betegner som før det givne Materials Elasticitetsmodulus og T Tversnittets Træghedsmoment om en Axe gjennem Tyngdepunktet lodret paa den mindste Tversnitsdimension. Indsætter man Værdier for T i ovenstaaende Formel, saa faar man for den massive cylindriske Søile med Diameter d:

$$P = \frac{\pi^3}{256} . E . \frac{d^4}{l^2} = 0{,}1211 . E . \frac{d^4}{l^2},$$

for den hule cylindriske Søile med Diameterne D og d:

$$P = \frac{\pi^3}{256} \cdot E \cdot \frac{D^4 - d^4}{l^2} = 0{,}1211\, E \cdot \frac{D^4 - d^4}{l^2},$$

og for den parallelepipediske Søile med Tversnitsdimensionerne b og h, naar $b > h$:

$$P = \frac{\pi^2}{48} \cdot E \cdot \frac{bh^3}{l^2} = 0{,}2056 . E . \frac{bh^3}{l^2} .$$

Er Søilen fri i begge Ender, som Fig. 190, da bliver dens Styrke mod Knækning 4 Gange saa stor som i første Tilfælde, er den befæstet i begge Ender, som Fig. 191, da bliver Styrken næsten 12 Gange saa stor som i første Tilfælde.

Fig. 190.

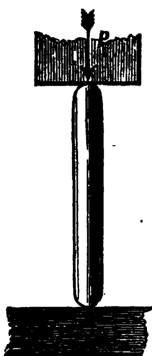
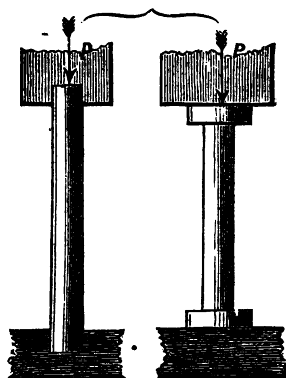


Fig. 191.



Forsøg over Søilers Styrke mod Knækning giver, naar Søilen er befæstet i begge Ender, Fig. 191, de i nedenstaaende Tabel indeholdte Formler, i hvilke Længden l er angivet i Fod, P som før i Pund og d og h i Tommer.

Material og Form.	Cylindriske Søiler af Længden l' og Diameteren d''		Søiler af Træ med kvadratisk Tværsnit, Længden l' og Tykkelsen h''	
	Støbejern.	Smeddejern.	Tør Eg.	Tør Furu.
Styrke P i Pund	$94700 \frac{d^{3,55}}{l^{1,7}}$	$284400 \frac{d^{3,55}}{l^2}$	$23570 \frac{h^4}{l^2}$	$16840 \frac{h^4}{l^2}$

For Støbejern og Smeddejern bruger man for Knusning som for Knækning 6dobbelt Sikkerhed og for Træ 10dobbelt Sikkerhed. Er Søilen fri i begge Ender, saa bliver P Tredieparten og er den fri i een Ende og befæstet i en anden, saa bliver P Tolvteparten af hvad Formlerne give.

Exempel. Hvad Last kan en Søile af Egetræ bære, der er 20′ lang og 10″ × 10″ i Tversnit? Hvad bliver Diameteren af den lige lange Søile af Støbejern, der skal udsættes for samme Belastning som Træsøilen?

Efter Hodgkinson faar man for Træsøilen, naar man regner 10dobbelt Sikkerhed:

$$10\,P = 23570 . \frac{h^4}{l^2} = 23570\,\frac{10^4}{20^2} = 589250 \text{ og } P = 58925 \text{ ℔},$$

og for Støbejernssøilen med 6dobbelt Sikkerhed:

$$6\,P = 94700\,\frac{d^{3,55}}{l^{1,7}}, \text{ hvoraf faaes:}$$

$$d = \sqrt[3,55]{\frac{6Pl^{1,7}}{94700}} = \sqrt[3,55]{\frac{6 \times 58925 \times 20^{1,7}}{94700}} = 6{,}08''.$$

Styrke mod Vridning. Virker Kraften P paa Armen p vridende paa Stangen AB, Fig. 192, saa er, naar Vridningsvinkelen α udtrykkes i Grader: § 77.

$$Pp = C\frac{\pi}{180} . \alpha^0 . \frac{T}{l}, \text{ hvoraf: } \alpha^0 = \frac{180 . Pp . l}{\pi . C . T}.$$

I disse Formler betegner l Stangens Længde og T Tversnittets polare Træghedsmoment, d. e. Træghedsmomentet for en Axe gjennem Tyngdepunktet lodret paa

Fig. 192.

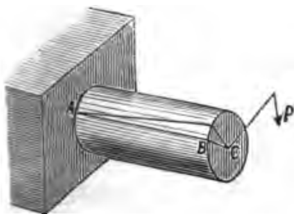
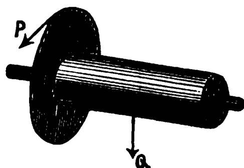


Fig. 193.



Tversnittet. Betegner videre e den for Forvridning mest udsatte Fibers Afstand fra Tversnittets Tyngdepunkt, saa har man ogsaa:

$$Pp = Qq = C_1 . \frac{T}{e}.$$

En Flades polare Treghedsmoment faaes ved Summering af Fladens Træghedsmomenter for to paa hinanden lodret staaende Axer, der ligge i Fladen og gaa gjennem dens Tyngdepunkt.

Ved Brugen af nedenstaaende Tabeller, der indeholde Værdier af Constanterne C og C_1 samt Træghedsmomentet T for de i Praxis forekommende Former af Tversnit og Formelen $Pp = C_1 \frac{T}{e}$ med Værdier for T og e indsatte, er at mærke:

I. Constanten C_1 bliver at multiplicere med en Sikkerhedscoefficient, der, eftersom Axen er hurtigt eller langsomt omløbende, bør variere mellem $^1/_{50}$ og $^1/_{10}$.

II. Vridningsvinkelen α bør for Axer, paa hvilke der befinder sig meget Hjulværk, ikke overstige 0,25° og for andre Axer ikke overstige 0,6°, Formelen $Pp = C_1 \frac{T}{e}$ er derfor kun anvendelig paa kortere Axer. Længere Axer beregner man efter den første Formel, idet man lader α efter Omstændighederne variere mellem 0,25° og 0,6°.

Material.	C	C_1
Træ	570000	4500
Støbejern. .	2740000	45000
Smeddejern	8676000	60000
Staal	11000000	75000

Tversnit.	Polare Træghedsmoment T.	Afstand e.	Formel $Op = C_1 \frac{T}{e}$
(Kvadrat, Side b)	$\frac{b^4}{6}$	$b \sqrt{^1/_2}$	$Pp = 0{,}231\ C_1 . b^3.$
(Rektangel, Sider a, b)	$\frac{ab}{12}(a^2+b^2)$	$\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$	$Pp = \frac{C_1}{6} . ab \sqrt{a^2+b^2}.$
(Cirkel, Diameter d)	$\frac{\pi}{32} d^4$	$\frac{d}{2}$	$Pp = 0{,}1963\ C_1 d^3.$

Tværsnit.	Polare Træghedsmoment T.	Afstand e.	Formel $Pp = C_1 \frac{T}{e}$
(hul cirkel, d, D)	$\frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$	$\frac{D}{2}$	$Pp = 0{,}1963\ C_1 \frac{D^4 - d^4}{D}$
(kors, b, d, h)	$T = \frac{1}{6}\left[\frac{3\pi}{16} d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h-d)\right]$ $e = \frac{h}{2}$ $Pp = \frac{C_1}{3h}\left[\frac{3\pi}{16} d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h-d)\right]$		

Exempel I. Paa en kort cylindrisk Axe af Smeddejern befinder sig et Drev af 8″ Diameter paa hvis Omkreds virker et Tryk $Q = 160$ ℔. Skal nu Axen dreies rundt formedelst en Kraft P anbragt paa en Arm af Længden p, saa faar man, om man regner 25dobbelt Sikkerhed:

$$Pp = 160 \times 4 = \frac{1}{25} \times 0{,}1963 \times 60000 \times d^3 \text{ og}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{160 \times 4 \times 25}{0{,}1963 \times 60000}} = 1{,}1'' \text{ omtrent.}$$

Exempel II. En hul cylindrisk Axe af Støbejern, 15 Fod lang og med Godstykkelse $^1/_5$ af den udvendige Diameter, vrides af en Kraft $P = 1500$ ℔ paa en Arm $p = 20''$. Hvad bliver Diameteren, naar man forlanger 30dobbelt Sikkerhed?

Efter Tabellen faaes:

$$Pp = 30000 = \frac{0{,}1963 . 45000}{30} . \frac{D^4 - d^4}{D}, \text{ hvoraf:}$$

$$30 = 0{,}2944 \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right] D^3, \text{ men } \frac{d}{D} = {}^3/_5, \text{ altsaa:}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{30}{0{,}2944 . (1 - (^3/_5)^4)}} = 4{,}89'' \text{ og } d = 2{,}93''.$$

Med disse Dimensioner bliver Vridningsvinkelen:

$$a = \frac{180 . Pp . l}{\pi . C . T} = \frac{180 \times 1500 \times 20 \times 15 \times 12 \times 32}{\pi^2 . 2740000 \times (4{,}89^4 - 2{,}93^4)} = 2{,}3^0.$$

Forlanger man at a blot skal være $0{,}5^0$, da faar man:

$$1500 \times 20 = 2740000 . \frac{\pi}{180} . a . \frac{\pi}{32} . \frac{D^4 - d^4}{15 \times 12},$$

$$30 = \frac{274 \times \pi^2 \times 0{,}5\,(1 - (^3/_5)^4)\, D^4}{18 \times 12 \times 32 \times 15}, \text{ hvoraf:}$$

$$D = \sqrt[4]{\frac{30 \times 18 \times 32 \times 15 \times 12}{274 . \pi^2 . 0{,}5 . 08704}} = 7{,}17'' \text{ og } d = 4{,}3''.$$

Capitel II.

Dynamik.

§ 78. **Retliniet Bevægelse.**

Jevn Bevægelse. Hastigheden være v, det gjennemløbne Rum udtrykt i Fod s, den dertil anvendte Tid i Sekunder t. Som Eenhed for Hastigheder regnes den Hastighed, som et Legeme har, der bevæger sig 1 Fod i 1 Sekund. Man har da:

$$v = \frac{s}{t}; \quad s = vt; \quad t = \frac{s}{v}.$$

Hastigheden kaldes tiltagende (accelererende), naar den i hvert følgende Sekund er større end i det foregaaende; i modsat Fald aftagende (retarderende). Hastighedens Tilvæxt eller Aftagelse pr. Sekund kaldes Accelerationen. Er denne ligestor for hvert Sekund, da bliver Hastigheden jevnt tiltagende eller jevnt aftagende. Er Hastigheden aftagende, sættes Accelerationen negativ.

Betegnes Accelerationen udtrykt i Fod med f, og Legemets Begyndelseshastighed er = Nul, saa er:

$$v = f . t \quad \text{og} \quad s = \frac{1}{2} f . t^2.$$

Ved et fritfaldende Legeme kan Tyngdens Acceleration g sættes = 31¼ Fod. Den varierer dog efter Stedets Polhøide φ, og man har:
udtrykt i Meter: $g = 9{,}80892 - 0{,}02782 . \text{Cos}. 2\varphi$, og
udtrykt i norske Fod: $g = 31{,}2642648 - 0{,}0886712 \text{ Cos}. 2\varphi$.

(Se for Resten Tabellen Pag. 261).

Er Legemets Begyndelseshastighed $= c$, saa er for tiltagende Hastighed, naar Accelerationen $= f$:

$$v = c + ft; \quad s = ct + \frac{1}{2} ft^2; \quad s = \frac{v^2 - c^2}{2f}$$

og for aftagende Hastighed

$$v = c - ft; \quad s = ct - \frac{1}{2} ft^2; \quad s = \frac{c^2 - v^2}{2f}$$

Et Legemes Vægt er det Tryk, som det paa Grund af Tyngdens Virkning udøver mod sit Underlag. Vægteenheden er 1 ℔, der er Vægten af $\frac{1}{62}$ Kubikfod Vand af største Tæthed ved 4° R. — Er Q et Legemes Vægt, P den paa det virkende Kraft, f dens Acceleration, g Tyngdens Acceleration, saa er:

$$\frac{P}{f} = \frac{Q}{g}, \quad \text{altsaa } f = \frac{P}{Q} \cdot g.$$

$\frac{Q}{g}$ kaldes Legemets Masse og betegnes med M.

Som Masseenhed bruges Massen af g ℔.

Er et Legemes Vægt Q, og det i t Sekunder paavirkes af en Kraft P, saa er:

den opnaaede Hastighed $\quad v = \frac{P}{Q} \cdot g \cdot t,$

den anvendte Tid $\quad t = \frac{Q}{g} \cdot \frac{v}{P},$

det gjennemløbne Rum $\quad s = \frac{1}{2} \frac{P}{Q} \cdot g \cdot t^2 = M \cdot \frac{v^2}{2P}.$

Deraf faaes $2Ps = Mv^2$, som kaldes Legemets levende Kraft. Ps kaldes Kraftens Arbeide. Den levende Kraft er altsaa lig det dobbelte Arbeide. Som Arbeidseenhed bruges Pundfod, der er det Arbeide, som medgaar for at løfte 1 ℔ 1 Fod. Et Arbeide $= 485$ Pundfod pr. Sec. kaldes en Hestekraft. (Se Tabellen Pag. 261).

I følgende Tabel findes hver af de 4 Størrelser v, f, t og s udtrykte ved 2 af dem, samt Formler for frit Fald; g er regnet efter Christianias Polhøide.

Givne Størrelse.	Søgte Størrelse.	Formler.	Formler for frit Fald. I Fodmaal.	I Metermaal.
$f,\ t$		$v = f \,.\, t$	$v = 31{,}31 \,.\, t$	$v = 9{,}82 \,.\, t$
$t,\ s$	v	$v = \frac{2s}{t}$		
$s,\ f$		$v = \sqrt{2fs}$	$v = 7{,}913 \,.\, \sqrt{s}$	$v = 4{,}432 \,.\, \sqrt{s}$
$v,\ t$		$f = \frac{v}{t}$		
$t,\ s$	f	$f = \frac{2s}{t^2}$		
$s,\ v$		$f = \frac{1}{2} \frac{v^2}{s}$		
$f,\ v$		$t = \frac{v}{f}$	$t = 0{,}032 \,.\, v$	$t = 0{,}1019 \,.\, v$
$f,\ s$	t	$t = \sqrt{\frac{2s}{f}}$	$t = 0{,}253\ \sqrt{s}$	$t = 0{,}4515 \,.\, \sqrt{s}$
$s,\ v$		$t = \frac{2s}{v}$		
$v,\ t$		$s = \frac{1}{2} vt$		
$t,\ f$	s	$s = \frac{1}{2} ft^2$	$s = 15{,}654 \,.\, t^2$	$s = 4{,}911 \,.\, t^2$
$f,\ v$		$s = \frac{1}{2} \frac{v^2}{f}$	$s = 0{,}016\, v^2$	$s = 0{,}0510 \,.\, v^2$

Bevæger et Legeme sig paa Grund af Tyngdens Virkning ned ad et Skraaplan, hvis Hældingsvinkel er$=x$, saa har man, naar Legemet glider, og Frictionscoefficienten betegnes med φ:

Accelerationen $f = g\ (\text{Sin.}\ x - \varphi \,.\, \text{Cos.}\ x)$.

Tager man intet Hensyn til Frictionen, saa sættes $\varphi = 0$, altsaa

Accelerationen $f = g \,.\, \text{Sin.}\ x$.

Naar Legemet ruller, og a betegner dets Træghedsradius (se Pag. 268), r dets Radius:

$$\text{Accelerationen } f = \frac{g \,.\, \text{Sin.} x}{1 + \frac{a^2}{r^2}}.$$

For en Kugle er $a^2 = {}^2/_5\, r^2$, $p = {}^5/_7\, g \,.\, \text{Sin.}\ x$.

Ruller en Vogn nedad et Skraaplan, saa er det især Axelfrictionen φ, som modvirker Bevægelsen. Er r Axens og a Hjulets Radius, saa er

$$\text{Accelerationen } p = g \,.\, \left(\text{Sin.}\ x - \varphi \,.\, \frac{r}{a} \,.\, \text{Cos.}\ x\right).$$

Er Skraaplanets Høide h, Legemets Begyndelseshastighed = Nul, og Frictionen = Nul, saa er dets Hastighed ved Skraaplanets nedre Ende:

$v = \sqrt{2gh}$. Det opnaar altsaa samme Hastighed som ved at falde et Stykke Vei = Skraaplanets Høide.

Tabel over **Tyngdens Acceleration**, *Vægten af en Kubikeenhed Vand af største Tæthed*, **Pundfod**, **Hestekraft**, alt udtrykt i de forskjellige Landes Maal og Vægt. Accelerationen er beregnet efter Hovedstædernes Polhøide. At der f. Ex. under Sverige staar for p: 1,2375 sv. Pd.fod betyder: 1 norsk Pd.fod = 1,2375 sv. Pd.fod o. s. v.

	Acceleration $g =$	$\frac{1}{g}$	Vægt af 1 Kubikeenhed Vand $d =$	$\frac{1}{d}$	Pundfod p	$\frac{1}{p}$	Hestekraft k	$\frac{1}{k}$
Norge (Christiania).	31,308 n. Fod.	0,03194	62 n. ℔	0,01611	1 n. Pd.fod	1	485 n. Pd.fod.	0,002062
Sverrige (Stockholm).	33,082 sv. „	0,03023	63,45 sv. ℔	0,01576	1,2375 sv. „	0,8889	600 sv. „	0,001667
Danmark (Kjøbenhavn)	31,305 d. „	0,03194	63,29 nye d. ℔ 63,20 gl. d. ℔	0,01580 0,01576	0,9982 nye d. „ 0,9996 gl. d. „	1,0018 1,0004	480 d. „	0,002084
England (London).	32,203 eng. „	0,03105	62,33 eng. ℔	0,01604	1,1304 eng. „	0,8846	550 eng. „	0,001818
Frankrige (Paris).	30,208 gl. fr. „ 9,8126 Meter.	0,03310 0,10191	69,92 fr. ℔ 1000 Kilogr.	0,01430 0,00100	0,9828 fr. „ 0,15668 Kil.met	1,0173 6,3825	472 fr. „ 75 Kilogr.metr.	0,002120 0,013333
Nordtydske Forbund (Berlin).	31,279 pr. Fod.	0,03197	61,75 nye pr. ℔ 66 gl. pr. ℔	0,01620 0,01515	0.9962 n.pr.Pdf. 1,0650 gl. pr. „	1,0039 0,9381	480 n. pr. Pdf. 510 gl. pr. „	0,002083 0,001961
Rusland (St. Petersburg).	32,216 russ. „	0,03104	69,14 r. ℔	0,01446	1,1757 r. „	0,8506	570 r. „	0,001754
Østerrige (Wien).	31,040 w. „	0,03222	56,32 w. ℔	0,01776	0,8828 w. „	1,1328	424 w. „	0,002359
Amerika (Newyork).	32,160 eng. „	0,03109	62,33 eng. ℔	0,91604	1,1304 eng. „	0,8846	550 eng. „	0,001818
45⁰ Polhøide.	31,264 nrsk. „ 9,8089 Meter.	0,03200 0,10196						

Tab. I. De til Hastigheden v fra 0 til 10 Fod pr. Secund svarende Faldhøider $s = \frac{v^2}{2g} = 0{,}016\ v^2$

v	s	v	s	v	s	v	s	v	s
0,0	0,0000	2,0	0,0639	4,0	0,2555	6,0	0,5749	8,0	1,0221
0,1	0,0002	2,1	0,0705	4,1	0,2685	6,1	0,5942	8,1	1,0478
0,2	0,0006	2,2	0,0773	4,2	0,2817	6,2	0,6139	8,2	1,0738
0,3	0,0014	2,3	0,0846	4,3	0,2953	6,3	0,6338	8,3	1,1002
0,4	0,0026	2,4	0,0920	4,4	0,3092	6,4	0,6541	8,4	1,1268
0,5	0,0040	2,5	0,0998	4,5	0,3234	6,5	0,6747	8,5	1,1538
0,6	0,0057	2,6	0,1080	4,6	0,3379	6,6	0,6956	8,6	1,1811
0,7	0,0078	2,7	0,1164	4,7	0,3528	6,7	0,7169	8,7	1,2088
0,8	0,0102	2,8	0,1252	4,8	0,3679	6,8	0,7385	8,8	1,2367
0,9	0,0129	2,9	0,1343	4,9	0,3834	6,9	0,7603	8,9	1,2650
1,0	0,0160	3,0	0,1437	5,0	0,3993	7,0	0,7825	9,0	1,2936
1,1	0,0193	3,1	0,1535	5,1	0,4154	7,1	0,8050	9,1	1,3225
1,2	0,0230	3,2	0,1635	5,2	0,4318	7,2	0,8279	9,2	1,3516
1,3	0,0270	3,3	0,1739	5,3	0,4486	7,3	0,8510	9,3	1,3812
1,4	0,0313	3,4	0,1846	5,4	0,4657	7,4	0,8745	9,4	1,4111
1,5	0,0359	3,5	0,1956	5,5	0,4831	7,5	0,8983	9,5	1,4413
1,6	0,0409	3,6	0,2070	5,6	0,5008	7,6	0,9224	9,6	1,4718
1,7	0,0461	3,7	0,2186	5,7	0,5189	7,7	0,9469	9,7	1,5026
1,8	0,0517	3,8	0,2306	5,8	0,5372	7,8	0,9716	9,8	1,5338
1,9	0,0576	3,9	0,2430	5,9	0,5559	7,9	0,9967	9,9	1,5652

Anviisning til Brugen af Tab. I.

Tabellen giver ligetil de Faldhøider (Hastighedshøider), der svare til Hastigheder fra 0 til 9,9 Fod. De mellemliggende Værdier findes ved Interpolation.

Exempel. Til Hastigheden $v = 4{,}76$ svarer Faldhøiden $s = 0{,}3528 + 0{,}00151 . 6 = 0{,}36186$.

Faldhøider for større Hastigheder end 9,9 Fod findes ogsaa let:

Formelen $s = \frac{v^2}{2g}$ viser, at Faldhøiden er proportional med Hastighedens Kvadrat. Naar altsaa Hastigheden bliver 10 Gange saa stor, da bliver Faldhøiden 100 Gange saa stor; naar Hastigheden bliver 2 Gange saa stor, da bliver Faldhøiden 4 Gange saa stor o. s. v.

Exempel. Find Faldhøiden for en Hastighed $v = 25$ Fod. Er $v = 2{,}5$, saa er $s = 0{,}0998$, altsaa naar $v = 25$, da er $s = 9{,}98$ Fod. Ligeledes:

Er $v = 18{,}2 = 2 . 9{,}1$, saa er $s = 4 . 1{,}3225 = 5{,}2900$ Fod.

Tab. II. De til Faldhøide s fra 0 til 12 Fod svarende Hastigheder $v = \sqrt{2gs} = 7{,}9131\sqrt{s}$

s	v	s	v	s	v	v	s	v	s	v	s
0,0	0,00	2,0	11,19	4,0	15,83	6,0	19,38	8,0	22,38	10,0	25,02
0,1	2,50	2,1	11,47	4,1	16,03	6,1	19,55	8,1	22,52	10,1	25,15
0,2	3,54	2,2	11,74	4,2	16,22	6,2	19,70	8,2	22,66	10,2	25,27
0,3	4,33	2,3	12,00	4,3	16,41	6,3	19,86	8,3	22,80	10,3	25,39
0,4	5,00	2,4	12,26	4,4	16,60	6,4	20,02	8,4	22,93	10,4	25,52
0,5	5,59	2,5	12,51	4,5	16,79	6,5	20,18	8,5	23,07	10,5	25,64
0,6	6,12	2,6	12,76	4,6	16,98	6,6	20,33	8,6	23,20	10,6	25,76
0,7	6,61	2,7	13,00	4,7	17,16	6,7	20,48	8,7	23,34	10,7	25,88
0,8	7,07	2,8	13,23	4,8	17,34	6,8	20,64	8,8	23,47	10,8	26,00
0,9	7,50	2,9	13,48	4,9	17,52	6,9	20,79	8,9	23,60	10,9	26,12
1,0	7,91	3,0	13,71	5,0	17,69	7,0	20,94	9,0	23,74	11,0	26,24
1,1	8,29	3,1	13,93	5,1	17,87	7,1	21,09	9,1	23,87	11,1	26,36
1,2	8,67	3,2	14,15	5,2	18,05	7,2	21,23	9,2	24,00	11,2	26,48
1,3	9,02	3,3	14,37	5,3	18,22	7,3	21,38	9,3	24,13	11,3	26,60
1,4	9,36	3,4	14,59	5,4	18,39	7,4	21,53	9,4	24,26	11,4	26,71
1,5	9,69	3,5	14,80	5,5	18,56	7,5	21,67	9,5	24,39	11,5	26,83
1,6	10,01	3,6	15,01	5,6	18,73	7,6	21,81	9,6	24,51	11,6	26,95
1,7	10,32	3,7	15,22	5,7	18,89	7,7	21,96	9,7	24,64	11,7	27,06
1,8	10,62	3,8	15,42	5,8	19,06	7,8	22,10	9,8	24,77	11,8	27,18
1,9	10,91	3,9	15,63	5,9	19,22	7,9	22,24	9,9	24,89	11,9	27,30

Anviisning til Brugen af Tab. II.

Tabellen giver ligetil de Hastigheder, der svare til Faldhøider fra 0 til 11,9 Fod. De mellemliggende Værdier findes ved Interpolation.

Exempel. Til Faldhøiden $s = 6{,}84$ svarer Hastigheden $v = 20{,}64 + 0{,}015 . 4 = 20{,}70$.

Hastigheder for større Faldhøider end 11,9 findes ogsaa let:

Formlen $v = \sqrt{2gs}$ viser, at Hastigheden er proportional med Kvadratroden af Faldhøiden. Naar altsaa Faldhøiden bliver 100 Gange saa stor, da bliver Hastigheden 10 Gange saa stor; naar Faldhøiden bliver 4 Gange saa stor, da bliver Hastigheden 2 Gange saa stor o. s. v.

Exempel. Find Hastigheden for en Faldhøide $s = 250$. Er $s = 2{,}5$, da er $v = 12{,}51$; altsaa naar $s = 250$ da er $v = 125{,}1$ Fod. Ligeledes:

Er $s = 37{,}6 = 9{,}4 . 4$, saa er $v = 24{,}26 . 2 = 48{,}52$ Fod.

Exempler. 1. Et Legeme kastes lodret opad med en Hastighed af 250 Fod pr. Sekund. (Luftmodstanden sættes ude af Betragtning).

Stigningstiden t findes ved i Formelen $v = c - gt$ at sætte $v =$ Nul. Altsaa:

$$t = \frac{c}{g} = \frac{250}{31,25} = 8 \text{ Sekunder.}$$

Stigningshøiden $s = ct - \frac{1}{2} gt^2 = 250 . 8 - 15,625 . 64$
$= 1000$ Fod.

Hastigheden, naar Legemet kommer ned, $v = \sqrt{2gs}$
$= 250$ Fod.

Faldtiden $t_1 = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{64} = 8$ Sekunder.

Legemet kommer altsaa ned med samme Hastighed, hvormed det kastedes op, og bruger ligesaa lang Tid til at falde som til at stige.

2. Om en fast Tridse er slynget en Snor, i hvis ene Ende hænger Vægten $P = 100$ ℔, og i den anden Ende $Q = 30$ ℔. Find Bevægelsens Acceleration og Hastigheden efter 3 Sekunder. (Frictionen sættes ude af Betragtning).

Den bevægende Kraft $= P - Q = 70$ ℔.

Den bevægede Vægt $= P + Q = 130$ ℔.

Accelerationen $f = \frac{70}{130} . 31,25 = 16,827$ Fod.

Hastigheden efter 3 Sekunder $v = f . t = 50,481$ Fod.

3. Et Legeme, der kastes lodret op med en Hastighed $c = 15$ Fod pr. Sekund, træffer i 2 Fods Høide en elastisk Modstand og preller ned fra denne med samme Hastighed, hvormed det stødte an. Find denne Hastighed, samt hvor lang Tid Legemet behøver til at stige og falde. Accelerationen er her $= g$, som indsættes for f i Formlerne Pag. 259.

Mødte Legemet ingen Modstand, saa blev $v =$ Nul og Stigningshøiden $s = \frac{c^2}{2g} = \frac{15^2}{2 . 31,25} = 3,6$ Fod, og den dertil anvendte Tid $t = \frac{c}{g} = 0,032 . 15 = 0,48$ Sekunder. Møder Legemet i 2 Fods Høide den elastiske Modstand, saa slipper det at gjennemløbe $3,6 - 2 = 1,6$ Fod og har i Anstødsøieblikket en Hastighed $v = \sqrt{2g . 1,6}$ $= 10$ Fod.

Den anvendte Tid t_1 findes af Formlen $v = c - gt$:

hvoraf: $t_1 = \frac{c - v}{g} = \frac{15 - 10}{31,25} = 0,16$ Sekunder.

Tiden t_2, før Legemet atter kommer ned, findes af Formelen $s = ct + \frac{1}{2} gt^2$, hvoraf:

$$t_2 = \frac{\sqrt{2sg + c^2} - c}{g} = \frac{\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 31{,}25 + 10^2} - 10}{31{,}25} = 0{,}16 \text{ Sek.}$$

Altsaa den samme Tid som til at stige. Den hele Tid til Stigning og Falden $= t_1 + t_2 = 0{,}32$ Sekunder $= \frac{1}{3}$ af den Tid, $2t = 0{,}96$, der anvendtes, om Legemet ingen Modstand mødte. Hastigheden, hvormed Legemet kommer ned, er $v = c + gt_2 = 10 + 31{,}25 \cdot 0{,}16 = 15$ Fod, altsaa samme Hastighed, som den, hvormed det kastedes op.

4. En Jernbanevogn, der veier 10000 ℔, ruller nedad en Skraaning, hvis Stigning er 1 paa 10. Hvor stor er dens Hastighed efter at have rullet 300 Fod, og hvor lang Tid bruger den dertil? Naar den har rullet 300 Fod, kommer den paa horizontal Grund. Hvor langt vil den da rulle, før den standser? Find, hvor lang Tid den behøver til hele Bevægelsen, samt Vognens Arbeide. Componenten af Vognens Vægt Q langs Skraaplanet er $P = Q$ Sin. a, hvor a er Stigningsvinkelen; Sin. $a = 0{,}1$. Tages intet Hensyn til Frictionen, saa bliver:

Accelerationen $f = \frac{P}{Q} \cdot g = g \cdot \text{Sin. } a = 3{,}125.$

Hastigheden ved Skraaningens nedre Ende $v = \sqrt{2fs}$
$= \sqrt{2 \cdot 3{,}125 \cdot 300} = 43{,}3$ Fod.

Er F den Kraft, hvormed Frictionen virker mod Bevægelsen, p Coefficienten for rullende Friction, φ Coefficienten for Axelfriction, $r_1 = 2''$ Axelens og $r = 20''$ Hjulets Radius, $T = Q$. Cos. a Vognens Tryk mod Skraaplanet, saa er

$$F = \frac{Q}{r} \cdot \text{Cos.} a \, (p + \varphi r_1) = \frac{10000}{20} \cdot \text{Cos.} a \, (0{,}02 + 0{,}08 \cdot 2) = 90 \cdot \text{Cos.} a$$
$$= 90 \cdot 0{,}99 = 89{,}1 \text{ ℔.}$$

Hele den bevægende Kraft
$$P_1 = P - F = 1000 - 89{,}1 = 910{,}9 \text{ ℔.}$$

Accelerationen $f = \frac{P_1}{Q} \cdot g = \frac{910{,}9}{10000} \cdot 31{,}25 = 2{,}8$ Fod.

Den ved Enden af Skraaningen opnaaede Hastighed
$$v = \sqrt{2fs} = \sqrt{2 \cdot 2{,}8 \cdot 300} = 41 \text{ Fod pr. Sekund.}$$

Tiden for Nedrullingen $t = \frac{v}{f} = 14{,}6$ Sekund.

Vognens Arbeide $A = \frac{1}{2} \frac{Q}{g} \cdot v^2 = 260000$ Pundfod.

Naar Vognen kommer paa horizontal Grund, aftager Hastigheden. Vognens Tryk bliver Q i Stedet for $Q \,.\, \text{Cos.}\, a$. Altsaa $F = 90$ ℔. Aftagelsen i Hastighed $f_1 = \frac{F}{Q} \cdot g$ $= \frac{90}{10000} \cdot 31{,}25 = 0{,}28$ Fod.

Tiden t_1, der medgaar, før Vognen standser, findes ved i Ligningen $v = c - f_1 t_1$ at sætte $v =$ Nul.

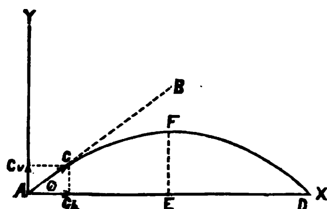
Da er $t_1 = \frac{c}{f} = \frac{41}{0{,}28} = 146$ Sekunder.

Den hele Tid for Bevægelsen bliver $146 + 14{,}6 = 160{,}6$ Sekunder.

Krumliniet Bevægelse.

§ 79. **Kastebevægelse.** Kastes et Legeme med en Hastighed c i Retningen AB, Fig. 199, saa vil det paa Grund af Tyngden beskrive en krum Linie, som, naar Luftmodstanden sættes ude af Betragtning, bliver en Parabel. Vinkelen $BAX = \varphi$ kaldes Elevationsvinkelen.

Fig. 199.



Ligningen for Legemets Bane er:

$$y = x \,.\, \text{Tang.}\, \varphi - \frac{x^2 . g}{2c^2 . \text{Cos.}^2 \varphi}$$

Kastevidden $AD = b = \frac{c^2 . \text{Sin.}\, 2\varphi}{g}$ bliver størst, naar $\varphi = 45^0$.

Kastehøiden $EF = h = \frac{c^2 . \text{Sin.}^2 \varphi}{2g}$ bliver størst, naar $\varphi = 90^0$.

Tiden for at gjennemløbe Kastevidden:

$$t = \frac{b}{c \,.\, \text{Cos.}\, \varphi} = \frac{2c \,.\, \text{Sin.}\, \varphi}{g}.$$

Tiden for at naa det høieste Punkt:

$$t_1 = \frac{1}{2}\, t = \frac{c . \text{Sin.}\, \varphi}{g}.$$

Exempel. En Kugle udkastes under en Elevationsvinkel af 30^0 med en Hastighed af 200 Fod pr. Sekund. Find Kastehøiden, Kastevidden og Tiden for at gjennemløbe den.

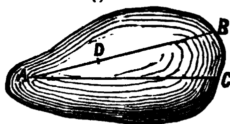
Kastehøiden $= \frac{c^2 . \text{Sin.}^2 \varphi}{2g} = \frac{200^2 . \text{Sin.}^2 30}{62,50} = 160$ Fod.

Kastevidden $= \frac{c^2 . \text{Sin. } 2\varphi}{g} = \frac{200^2 . \text{Sin. } 60}{31,25} = 1108,4$ Fod.

Tiden $t = \frac{2c . \text{Sin. } \varphi}{g} = \frac{400 . \text{Sin. } 30}{31,25} = 6,4$ Sekund.

Omdreiningsbevægelse. Dreier et Legeme, Fig. 200, sig om Punktet A, saa vil Linien AB efter 1 Sekund indtage Stillingen AC. De forskjellige Punkter af den ville have forskjellig Hastighed. Hastigheden af det Punkt, D, der ligger i Afstanden 1 fra Omdreiningspunktet A, kaldes Legemets Vinkelhastighed $= w$. Er B's Hastighed $= v$, saa er $v = w . AB$. § 80.

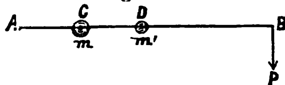
Fig. 200.



Vinkelhastigheden benævnes jevn, tiltagende, aftagende ligesom den retliniede Bevægelse (Pag. 258). Vinkelaccelerationen er den Tilvæxt eller Aftagelse i Vinkelhastighed, som Legemet modtager i 1 Sekund.

AB er en vægtløs Stang, Fig. 201, der, paavirket af Kraften P, dreier sig om A. Massen m i C kan, uden at Bevægelsen forandres, flyttes til D, naar dens Størrelse formindskes til:

Fig. 201.



$$m_1 = m . \left(\frac{AC}{AD}\right)^2.$$

Omvendt, hvis Massen m_1 befinder sig i D, saa kan den flyttes til C, naar den forøges til:

$$m = m_1 . \left(\frac{AD}{AC}\right)^2.$$

Kar man en vægtig Stang, der paavirket af en Kraft dreier sig om en Axe, saa kan hvert enkelt Masseelement m; m_1; m_2, o. s. v. tænkes flyttet til Afstanden 1, f. Ex. 1 Fod, fra A, naar dets Størrelse forandres til mx^2; $m_1x_1^2$; $m_2x^2_2$, o. s. v. hvor x, x_1, x_2 o. s. v. er hvert Elements Afstand fra Omdreiningspunktet.

Istedetfor den over hele Stangen fordelte Masse M faaes da Afstanden 1 fra A en Masse:

$$T = mx^2 + m_1x_1^2 + m_2x_2^2 + \ldots = \Sigma mx^2,$$

der kaldes Legemets Træghedsmoment med Hensyn paa A.

Flyttes T til Afstanden k fra A, saa maa dets Størrelse forandres til $\frac{T}{k^2}$. Vælger man k saa stor, at $\frac{T}{k^2} = M$ = Legemets hele Masse, saa er

$$k = \sqrt{\frac{T}{M}}.$$

Denne Værdi af k kaldes Legemets Træghedsradius, som altsaa er den Afstand, hvori Legemets hele Masse kan tænkes anbragt. Man har

Træghedsmomentet $T = Mk^2$.

Kjender man Træghedsmomentet T af et Legeme, naar Omdreiningsaxen gaar gjennem Tyngdepunktet, saa findes Træghedsmomentet T_1 med Hensyn paa en Axe, der er parallel med denne og ligger i Afstanden d fra den, ved Formelen:

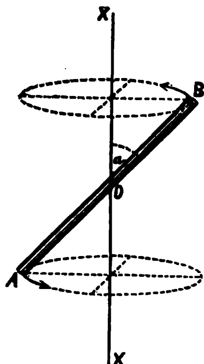
$$T_1 = T + M \cdot d^2.$$

Formler for Træghedsmomentet T

af de almindeligst forekommende Legemer. Omdreiningsaxen XX, YY eller ZZ gaar gjennem Legemets Tyngdepunkt 0. Legemets Masse $M = \frac{Q}{g}$, hvor Q er Legemets Vægt, g Tyngdens Acceleration. De øvrige Rumstørrelser maa da ogsaa udtrykkes i Fod.

I. **En Stang** AB, Fig. 202. Dens halve Længde $OB = l$. Den danner Vinkelen a med Omdreiningsaxen XX.

Fig. 202.



$$T = \frac{1}{3} M \cdot l^2 \cdot \text{Sin.}^2 a.$$

II. **En cirkelformet Ring**, der dreier sig om en Axe gjennem Centret lodret paa Ringens Plan. Ringens Tversnit er en Ellipse, hvis store Halvaxe $= a$. Afstanden mellem Ringens Centrum og Tversnittets Midtpunkt $= r$.

$$T = M(r^2 + \frac{3}{4} a^2).$$

Er Tversnittet en Cirkel, saa a dens Radius.

III. **En cirkelformet Plade** med Radius $= r$. Dreining om en Axe gjennem Centrum lodret paa Pladen:

$$T = \frac{1}{2} Mr^2.$$

Dreining om en Diameter:

$$T = \frac{1}{4} Mr^2.$$

IV. **En rectangulær Plade.** Længden $AB = a$, Bredden $BD = b$, Diagonalen $BC = c$.

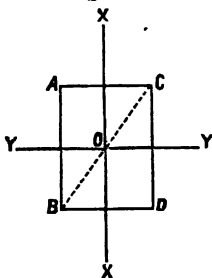


Fig. 203.

Dreining om XX: $T = \frac{1}{12} Mb^2$.

Dreining om YY: $T = \frac{1}{12} Ma^2$.

Dreining om en Axe i O lodret paa Pladen:

$$T = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2) = \frac{1}{12} Mc^2.$$

V. **En retvinklet trekantet Plade.** $BC = a$, $AC = b$, Hypothenusen $AB = c$.

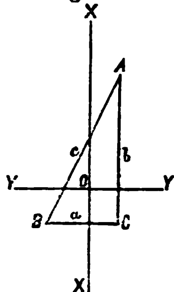


Fig. 204.

Dreining om XX: $T = \frac{1}{18} Ma^2$.

Dreining om YY: $T = \frac{1}{18} Mb^2$.

Dreining om en Axe i O lodret paa Pladen:

$$T = \frac{1}{18} M (a^2 + b^2) = \frac{1}{18} Mc^2.$$

Den sidste Formel gjælder ogsaa for et ret Prisma, hvis Masse er M, hvis Endeflade er et retvinklet Triangel, og som dreier sig om en Længdeaxe gjennem Tyngdepunktet.

VI. **En Plade af Form som en regulær Polygon,** hvis større Radius $OB = r$, mindre Radius $OC = h$ og Side $AB = s$.

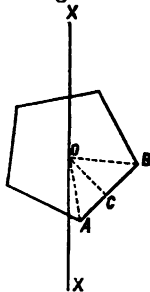


Fig. 205.

Dreining om en hvilkensomhelst Axe gjennem Tyngdepunktet i Pladens Plan:

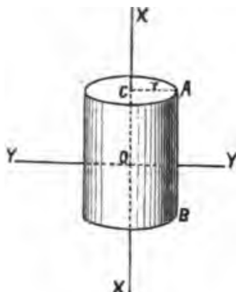
$$T = \frac{1}{4} M \left(r^2 - \frac{1}{6} s^2 \right).$$

Dreining om en Axe i O lodret paa Pladen:

$$T = \frac{1}{3} M \left(\frac{1}{2} r^2 + h^2 \right).$$

Den sidste Formel gjælder ogsaa for et ret Prisme, hvis Masse er M, hvis Endeflade er en regulær Polygon, og som dreier sig om sin Længdeaxe gjennem Tyngdepunktet.

Fig. 206.



VII. **En massiv Cylinder.** Radius $= r$, Længde $= l$.

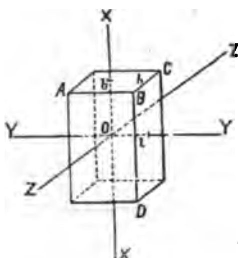
Dreining om XX: $T = \frac{1}{2} M . r^2$.

Dreining om YY:

$$T = M ({}^1/_4 \, r^2 + {}^1/_3 \, l^2).$$

VIII. **En huul Cylinder eller Rør.** Den indre Radius $= r_1$, den ydre $= r_2$, den midlere Radius $= r$. Væggens Tykkelse $= b$.

Fig. 207.



Dreining om Længdeaxen:

$$T = \frac{1}{2} M (r_1^2 + r_2^2) =$$
$$= M \left(r^2 + \frac{1}{4} b^2 \right).$$

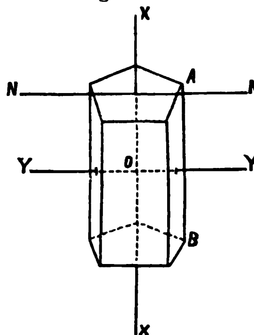
IX. **Retvinklet ret Parallelepiped.** Fig. 207. Bredde $AB = b$, Tykkelse $BC = h$, Længde $BD = l$.

Dreining om XX: $T = \frac{1}{12} M (h^2 + b^2)$.

Dreining om YY: $T = \frac{1}{12} M (l^2 + h^2)$.

Dreining om ZZ: $T = \frac{1}{12} M (l^2 + b^2)$.

Fig. 108.



X. **Ret Prisme,** Fig. 208, der dreier sig om en Axe YY gjennem O lodret paa Længdeaxen. Dets Længde $AB = l$.

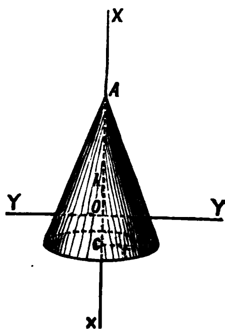
$$T = M \left(k^2 + \frac{1}{12} l^2 \right).$$

k betegner Træghedsradien af Endefladen med Hensyn paa

en Axe $NN \nparallel XX$ gjennem Endefladens Tyngdepunkt. (Se Pag. 268).

XI. **Ret Kegle.** Høide $= h$, Grundfladens Radius $= r$.

Fig. 209.



Dreining om XX: $T = \frac{3}{10} \cdot Mr^2$.

Dreining om YY:

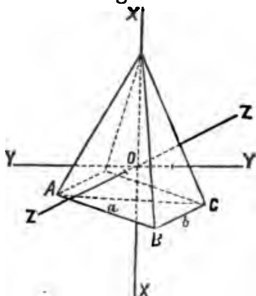
$$T = \frac{3}{20} M\left(r^2 + \frac{1}{4} h^2\right).$$

XII. **Ret Pyramide.** Fig. 210. Grundfladen er et Rectangel, hvor $AB = a$, $BC = b$, Diagonalen $AC = d$.

Dreining om XX:

$$T = \frac{1}{20} M(a^2 + b^2) = \frac{1}{20} Md^2.$$

Fig. 210.



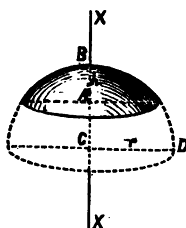
XIII. **Massiv Kugle.** Radius $= r$. Dreining om en Diameter: $T = \frac{2}{5} Mr^2$.

XIV. **Kuglesegment,** Fig. 211, hvis Høide $AB = h$. Kuglens Radius $CB = r$.

Dreining om XX:

$$T = \frac{2}{3} Mh\left(r - \frac{5}{12}h + \frac{1}{90} \cdot \frac{h^2}{r^2 - {}^1/_3 h}\right).$$

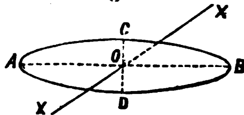
Fig. 211.



XV. **En parabelformet Balancier eller Vægtbjælke,** Fig. 212 hvis Længde $AB = l$, Bredde $CD = h$. Tykkelse eens overalt. Dreining om XX lodret paa Fladen:

$$T = \frac{1}{5} M\left(\frac{8}{7} l^2 + \frac{1}{4} h^2\right).$$

Fig. 212.



XVI. **Et Rotationsellipsoid,** hvis Rotationsaxe er Ellipsens store Axe a. Den lille Halvaxe $= b$ Dreining om den store Axe:

$$T = {}^2/_5\, Mb^2.$$

Er Rotationsaxen Ellipsens lille Axe og sker Dreiningen om denne, da er:

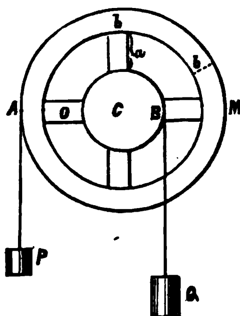
$$T = {}^2/_5\, Ma^2.$$

XVII. Et Rotationsparaboloid, hvis Grundflade er en Cirkel med Radius $= a$. Dreining om Rationsaxen:

$$T = {}^2/_5\, Ma^2.$$

Exempel. Om Hjulet, Fig. 213, er slynget et Toug, der bærer Vægten $P = 70$ ℔. Om Hjulets Axe er slynget et andet Toug, der bærer Vægten $Q = 100$ ℔. Hjulets Radius $CA = 24$ Tom. Axens Radius $CB = 6$ Tommer. Hjulringens Bredde $b = 4$ T., dens midlere Radius $r = 22$ T. Armenes Bredde $b = 4$ T. Hjulringens Vægt $= 75$ ℔, Axelens Vægt $= 80$ ℔. De 4 Armes Vægt $= 4.10 = 40$ ℔. Hvorledes bliver Bevægelsen? (Tougstivhed og Friction sættes ude af Betragtning).

Fig. 213.



Man beregner hele Maskinens Træghedsmoment og Masserne af P og Q flyttede til Afstanden 1 fra Omdreiningsaxen. Ligeledes Kræfterne P og Q flyttede til samme Afstand, og deraf den bevægende Kraft. Man har da Vinkelaccelerationen $= \dfrac{\text{den bevægende Kraft}}{\text{den bevægede Masse}}$.

Hjulringens Træghedsmoment $= \dfrac{75}{g} \cdot \left(r^2 + \dfrac{1}{4} b^2\right)$

$$= \frac{75}{31,25} \cdot \left(\left(\frac{22}{12}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^2\right) = 8,13 \text{ ℔}$$

Axelens Træghedsmoment

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{80}{g} \cdot CB^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{80}{31,25} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0,32 \text{ ℔}$$

Træghedsm. af de 4 Arme med Hensyn paa C:

$$= 4.\frac{10}{g}\left(\frac{1}{12}(b^2 + a^2) + CO^2\right) = \frac{40}{31,25}\left(\frac{1}{12} \cdot \frac{53}{36} + \left(\frac{13}{12}\right)^2\right) = 1,66 \text{ ℔}$$

Hele Maskinens Træghedsmoment	= 10,11 ℔
Massen af P flyttet 1 Fod fra $C = \dfrac{P}{g} . AC^2$	= 8,96 ℔
— af Q „ — - $C = \dfrac{Q}{g} . CB^2$	= 0,80 ℔
Den samlede Masse i Afstand 1	= 19,87 ℔
Kraften P flyttet 1 Fod fra $C = P.\ AC$	= 140 ℔
— Q „ — - $C = Q.\ BC$	= 50 ℔
Den hele bevægende Kraft i Afstand 1	= 190 ℔

Vinkelaccelerationen $w = \frac{\text{Kraften}}{\text{Massen}} = \frac{190}{19{,}87} = 9{,}6$ Fod.

Accelerationen af A, altsaa ogsaa af P $f = w \,.\, AC = 19{,}2$ Fod.

— - B, „ „ - Q $f_1 = w \,.\, BC = 4{,}8$ Fod.

Stramningen af Tauget i A $S = P\left(1 - \frac{f}{g}\right) = 26{,}99$ ℔

— - — i B $S_1 = Q\left(1 + \frac{f_1}{g}\right) = 115{,}4$ ℔

Trykket paa Tapperne $S + S_1$ $= 142{,}39$ ℔

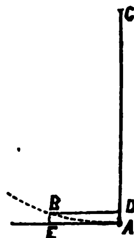
Efter 10 Sekunders Forløb har P en Hastighed $v = f \,.\, t = 192$ Fod og Q har da en Hastighed $v_1 = f_1 \,.\, t = 48$ Fod.

P er sunket $s = {}^1/_2 ft^2 = {}^1/_2 vt = 960$ Fod.

Q er steget $s_1 = {}^1/_2 f_1 t^2 = {}^1/_2 v_1 t = 240$ Fod.

Centralbevægelse. A er ved en Snor fæstet til C. § 81.
Gives det en Hastighed i Retningen AE, saa beskriver det en Cirkel om C som Centrum. Er AB den Vei, det har bevæget sig i 1 Sekund, saa kan Hastigheden opløses i AE og AD. Man har altsaa 2 virkende Kræfter: Tangentialkraften T i Retningen AE; Centripetalkraften P i Retningen AD.

Fig. 214.



Er Legemets Masse $M = \frac{Q}{g}$, hvor Q er Vægten; Legemets Hastighed $= v$, dets Afstand fra $C = r$, saa er:

$$\text{Centripetalkraften } P = \frac{v^2}{r} \,.\, M = \frac{v^2}{r} \,.\, \frac{Q}{g} = Q \,.\, \frac{2 \,.\, \frac{v^2}{2g}}{r}.$$

$$\text{Altsaa:} \quad P : Q = 2 \,.\, \frac{v^2}{2g} : r.$$

Er w Legemets Vinkelhastighed, hvor $w = vr$, saa er:

$$P = M \,.\, w^2 \,.\, r.$$

Netop saa stort Træk $= P$ udøver Legemet under Bevægelsen paa Snoren. Dette Træk er lig Snorens Stramning og kaldes Centrifugalkraften. Man har:

$$\text{Centrifugalkraften} = P = Q \,.\, \frac{2 \,.\, \frac{v^2}{2g}}{r} = M . w^2 \,.\, r.$$

Er t i Sekunder den Tid, Legemet bruger for at beskrive hele Cirkelen, saa er:

$$P = \frac{4\pi^2}{gt^2} \cdot Q.r = 1{,}2609 \cdot \frac{Q.r}{t^2}.$$

Er n Antallet af Omdreininger pr. Minut, saa er:

$$P = \frac{4\pi^2}{g} \left(\frac{n}{60}\right)^2 . Q.r = 0{,}0003502 \,.\, n^2 \,.\, Q.r,$$

hvilket Udtryk for P gjælder for ethvert Legeme, der dreier sig om en Axe udenfor Tyngdepunktet, naar man ved r forstaar Tyngdepunktets Afstand fra Axen, ved v dets Hastighed, ved Q Legemets Vægt. Bevæger et Legeme sig i en hvilkensomhelst krum Linie, saa betegner r Krumningsradien.

Exempler. 1. En Møllesten, hvis Tykkelse er b, roterer. Dens Radius $r = 2$ Fod, Øiets Radius $r_1 = 4$ Tommer. Stenens Egenvægt = 2,5, dens Fasthedsmodul $K = 750$ ℔. Find den Vinkelhastighed w, som Stenen kan have, før den sønderrives af Centrifugalkraften.

Den Kraft, der udfordres for at rive Stenen itu i en Diameter, er $P = K \times$ begge Brudflader i Kvadrattommer; altsaa, naar b er udtrykt i Fod:

$$P = 750 \,.\, 2 \,.\, (r - r_1)\, b = 750 \,.\, 2\left(2 - \frac{1}{3}\right) . 144.b = b \,.\, 360000 \text{ ℔}.$$

Stenens Vægt $= Q = \pi \,.\, (r^2 - r_1^2)\, b \,.\, 2{,}5 \,.\, 61{,}5 = 806 \,.\, b$ ℔, hvor 61,5 er Vægten i ℔ af 1 Kubikfod Vand.

Naar Stenen brister, saa maa den halve Centrifugalkraft være lig P altsaa $\frac{1}{2} \frac{Q}{g} \,.\, w^2 \,.\, r_2 = P$,

hvor $r_2 = \frac{4}{3\pi} \left(\frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2}\right) = 2{,}1$ Fod er Afstanden fra Centret til Tyngdepunktet af hver af Stenens Halvdele.

Man har altsaa:

$$\frac{1}{2} \,.\, \frac{806 \,.\, b}{g} \,.\, w^2 \,.\, 2{,}1 = 360000 \,.\, b$$

b falder altsaa bort og behøver ei at kjendes.

Altsaa:

$$w = \sqrt{\frac{360000 \,.\, 31{,}25 \,.\, 2}{806 \,.\, 2{,}1}} = \sqrt{\frac{22500000}{1692{,}6}} = 117{,}2.$$

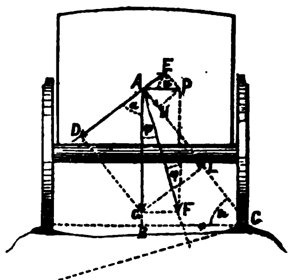
Betegner n Omdreiningernes Antal pr. Minut, saa er:

$$w = \frac{2\pi \,.\, n}{60};\ n = \frac{30\,w}{\pi} = \frac{30 \,.\, 117{,}2}{3{,}14} = 1119 \text{ Omdreininger.}$$

2. En Jernbanevogn ruller med en Hastighed $v = 50$ Fod pr. Sekund henad en Bane, hvis Krumningsradius

$r = 200$ Fod. Sporets Bredde $b = 4$ Fod. Tyngdepunktet ligger midt i Vognen i A og i en Høide over Skinnerne $h = 3$ Fod. Vil Centrifugalkraften vælte Vognen, naar begge Skinner ligge lige høit?

Fig. 215.



Naar Vognen vælter, vil den dreies om den ydre Skinne C. Centrifugalkraftens Tryk paa Tyngdepunktet er P. Tyngdens Tryk $G =$ Vognens Vægt. Man søger Centrifugalkraftens Component AE lodret paa AC og Tyngdens Component AD lodret paa AC. Man har nu:

$$AB = BC \,.\, \text{Tang.}\, \alpha; \text{Tang.}\, \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}$$

hvoraf følger: $\alpha = 56^0\, 20'$.

$$\text{Nu er: } AE = P \,.\, \text{Sin.}\, \alpha = P \,.\, 0{,}83 = G \,.\, \frac{2 \,.\, \frac{v_2}{2g}}{r} \,.\, 0{,}83 =$$

$$= G \,.\, \frac{80}{200} \,.\, 0{,}83 = G \,.\, 0{,}33, \text{ og } AD = G \,.\, \text{Cos.}\, \alpha = G \,.\, 0{,}55.$$

Altsaa er Centrifigalkraftens Moment $G \,.\, 0{,}33 \,.\, AC$, mindre end Tyngdens Moment $G \,.\, 0{,}55 \,.\, AC$; Vognen vælter ikke. Skulde Vognen vælte, saa maatte

$$P \,.\, \text{Sin.}\, \alpha_1 = G \,.\, \text{Cos.}\, \alpha_1$$

$$\text{Tang.}\, \alpha_1 = \frac{G}{P} = \frac{G.}{G\frac{80}{200}} = \frac{200}{80} = 2{,}5$$

følgelig: $\alpha_1 = 68^0\, 20'$,

men $\alpha = 56^0\, 20'$

Forskjellen $= 12^0$

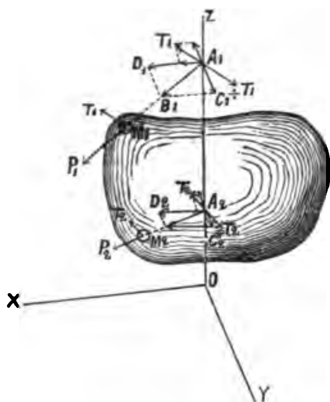
Vognen kunde altsaa hælde 12^0 udover, før den væltede. For at Vognen skulde være ligesaa lidet udsat for at vælte under Bevægelsen, som nu, naar den staar stille, maa Resultanten AF af P og G være lodret paa Banen, som altsaa maa hælde indover en Vinkel φ. Man har nu:

$P = G \,.\, \text{Tang.}\, \varphi$, altsaa $\text{Tang.}\, \varphi = \frac{P}{G} = \frac{80}{200} = 0{,}4$, hvoraf $\varphi = 22^0\, 50'$.

Tryk paa Omdreiningsaxen. § 82.

Et Legeme dreier sig om Axen CZ, Fig. 216 n. S. Betegner M_1 et Masseelement, hvis Coordinater ere x_1, y_1, z_1, saa

Fig. 216.



er dets Centrifugalkraft $P = w^2 M_1 r_1$ naar w er Vinkelhastigheden og $r_1 = A_1 M_1$ er Afstanden fra Z Axen. Dens Tryk paa Axen er da $A_1 B_1$ og dens Componenter: $A_1 D_1 = P_1 \frac{x_1}{r_1} = w^2 M_1 x_1$ i XZ Planet; $A_1 C_1 = P_1 \frac{y_1}{r_1} = w^2 M_1 y_1$ i YZ Planet.

Ligeledes faaes for et andet Masseelement M_2 Componenterne:

$$P_2 . \frac{x_2}{r_2} = w^2 . M_2 x_2$$

$$P_2 . \frac{y_2}{r_2} = w^2 . M_2 . y_2 .$$

Er Vinkelhastigheden foranderlig, og Vinkelaccelerationen $= k$, saa vil Masseelementernes Træghed hindre Forandringer i Hastigheden og derved udøve Tryk paa Axen. Er T_1 Tangentialkraften $= k M_1 r_1$, saa opløses den i et Kræftepar T_1 og $- T_1$ og en Kraft T_1 virkende i A_1. Dens Componenter ere: $A_1 F_1 = \frac{T_1 x_1}{r_1} = k . M_1 x_1$ og $A_1 E_1 = \frac{T_1 y_1}{r_1} = k M y_1$. Ligeledes for et andet Masseelement M_2 Componenterne $\frac{T_2 y_2}{r_2} = k M_2 y_2$ og $\frac{T_2 x_2}{r_2} = k M_2 x_2$ o. s. v.

Summen af Componenterne i XZ Planet bliver

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots = w^2 (M_1 x_1 + M_2 x_2 + \ldots) + k (M_1 y_1 + M_2 y_2 + \ldots)$$
$$= w M x + k M y$$

og Summen af Componenterne i YZ Planet:

$$R = R_1 + R_2 + \ldots = w^2 (M_1 y_1 + M_2 y_2 + \ldots) - k (M_1 x_1 + (M_2 x_2 + \ldots)$$
$$= w^2 M y - k M x,$$

hvor x og y ere Tyngdepunktets Coordinater og M Legemets hele Masse.

R og Q ville ikke i Almindelighed træffe Axen i samme Punkt, og bevirke derfor en Dreining af den.

er u Høiden over O af Q's Angrebspunkt,
v Høiden over O af R's Angrebspunkt, saa er:

$$u = \frac{Q_1 z_1 + Q_2 z_2 + \ldots}{Q_1 + Q_2 + \ldots} =$$

$$= \frac{w^2 (M_1 x_1 z_1 + M_2 x_2 z_2 + \ldots) + k (M_1 y_1 z_1 + M_2 y_2 z_2 + \ldots)}{w^2 (M_1 x_1 + M_2 x_2 + \ldots) + k (M_1 y_1 + M_2 y_2 + \ldots)}$$

$$v = \frac{R_1 z_1 + R_2 z_2 + \ldots}{R_1 + R_2 + \ldots} =$$

$$= \frac{w^2 (M_1 y_1 z_1 + M_2 y_2 z_2 + \ldots) - k (M_1 x_1 z_1 + M_2 x_2 z_2 + \ldots)}{w^2 (M_1 y_1 + M_2 y_2 + \ldots) - k (M_1 x_1 + M_2 x_2 + \ldots)}.$$

Fastholdes Axen i to Punkter L_1 og L_2 (Tappeleierne), hvis Afstand fra O er l_1 og l_2, saa er Trykket paa Tapperne:

$$S_1 = \frac{\sqrt{[(l_2 - u).\, Q]^2 + [(l_2 - v)\, R]^2}}{l_2 - l_1} \text{ og}$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{[(u - l_1)\, Q]^2 + [(v - l_1)\, R]^2}}{l_2 - l_1}.$$

Er Omdreiningsaxen saaledes beliggende, at Centrifugalkræfterne hverken udøve noget Tryk paa den eller stræbe at forandre dens Retning, da kaldes den fri Axe.

For at Centrifugalkræfterne intet Tryk skal udøve paa Axen, maa:

1. $M_1 x_1 + M_2 x_2 + M_3 x_3 + \ldots . = Mx$ være $=$ Nul, og
2. $M_1 y_1 + M_2 y_2 + M_3 y_3 + \ldots . = My$ være $=$ Nul,

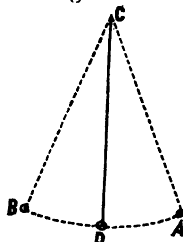
hvilket viser, at den maa gaa gjennem Tyngdepunktet.

For at Centrifugalkræfterne ikke skal stræbe at dreie Axen, maa:

3. $M_1 x_1 z_1 + M_2 x_2 z_2 + M_3 x_3 z_3 + \ldots . =$ Nul, og
4. $M_1 y_1 z_1 + M_2 y_2 z_2 + M_3 y_3 z_3 + \ldots . =$ Nul.

Ethvert Legeme har mindst 3 frie Axer, der skjære hinanden under rette Vinkler i Legemets Tyngdepunkt. — Fri Axe er: i en Kugle enhver Diameter; i et Rotationslegeme Rotationsaxen og enhver derpaa lodret gjennem Tyngdepunktet gaaende Axe; i et retvinklet Parallelepiped de tre Linier, der gaa gjennem Tyngdepunktet parallelt med Kanterne; i et Rhomboeder Diagonalerne.

Fig. 217.



Pendelbevægelse. Den enkelte (mathematiske) Pendels Ophængningspunkt være C, Fig. 217, dens Længde $CD = l$, Svingebuen ADB, h er D's Dybde under AB. § 83.

Svingetiden $t = \pi . \sqrt{\frac{l}{g}} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 . \; \frac{h}{2l} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 . \; \left(\frac{h}{2l}\right)^2 + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^3 . \; \left(\frac{h}{2l}\right)^3 + \ldots . \right].$

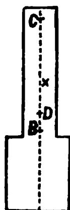
Er Svingebuen saa liden, at h i Sammenligning med $2l$ kan ansees forsvindende, saa er:

$$\text{Svingetiden} \quad t = \pi . \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Sekundpendelens Længde $l = \frac{g}{\pi^2} =$ 38 norske Tommer = 0,9938 Meter.

Den sammensatte (physiske) Pendels Ophængningspunkt være C, Fig. 218, Tyngdepunktets Afstand fra C $= CB = x$, Legemets Træghedsmoment med Hensyn paa C være T, dets Masse M.

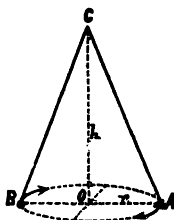
Fig. 218.



Da er: Svingningstiden $t = \pi . \sqrt{\frac{T}{g.Mx}}$

altsaa samme Svingetid som for en enkelt Pendel, hvis Længde $l = \frac{T}{Mx} = \frac{\text{Træghedsmomentet}}{\text{det statiske Moment}}$. Det Punkt D, hvis Afstand fra C er $= l$, kaldes Pendelens Svingningscentrum. Svingningstiden bliver ligestor, enten Pendelen ophænges i C eller i Svingningscentret.

Fig. 219.



Den coniske Pendel CA, Fig. 219, svinger i en Kegleflade, hvorved A beskriver en horizontal Cirkel med Radius $= r$. Er Keglens Høide $CO = h$, saa er:

$$\text{Svingningstiden} \quad t = 2\pi . \sqrt{\frac{h}{g}} \quad \text{og}$$

$$A\text{'s Hastighed} \quad v = r \sqrt{\frac{g}{h}}.$$

§ 84. Legemers Stød mod hinanden.

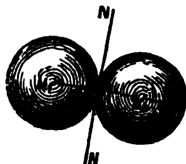
Stødretningen eller Stødlinien regnes lodret paa det Plan, der berører begge Legemer i det Punkt, hvor de støde mod hinanden.

Stødet er centralt, naar Stødlinien gaar gjennem begge Legemers Tyngdepunkter, ellers excentrisk. Stødet er ret, naar Bevægelsen foregaar i Stødretningen, ellers skjævt.

Ret Stød. Centralstød. De to Legemer, Fig. 220, bevæge sig frit. Deres Masser ere: M_1 med Hastigheden c_1

og M_2 med Hastigheden c_2. — Er det ene Legeme i Hvile, saa sættes dets Hastighed = Nul. — Er det ubevægeligt, saa sættes dets Masse uendelig stor. Hastighederne efter Stødet ere v_1 og v_2. — Bevæger Legemerne sig i modsatte Retninger, saa sættes det ene Legemes Hastighed negativ.

Fig. 220.



Ved Stødet sammentrykkes begge Legemer. Sammentrykningerne ere omvendt proportionale med Haardhederne H_1 og H_2. Er E_1 og E_2 Legemernes Elasticitetsmoduler; l_1 og l_2 deres Længde i Stødretningen; F_1 og F_2 deres Tversnit lodret derpaa, saa er:

$$\text{Haardheden } H_1 = \frac{F_1 E_1}{l_1} \text{ og } H_2 = \frac{F_2 E_2}{l_2}.$$

De færreste Legemer kunne ansees for fuldkommen elastiske eller fuldkommen uelastiske.

Ved ufuldkommen elastiske Legemers Sammenstød er det ene Legemes Hastighedstab:

$$= c_1 - v_1 = (c_1 - c_2)\frac{M_2}{M_1 + M_2}\left(1 + \sqrt{\frac{\mu_2 H_1 + \mu_1 H_2}{H_1 + H_2}}\right)$$

og det andet Legemes Hastighedstilvæxt

$$= v_2 - c_2 = (c_1 - c_2)\frac{M_1}{M_1 + M_2}\left(1 + \sqrt{\frac{\mu_2 H_1 + \mu_1 H_2}{H_1 + H_2}}\right).$$

Ved fuldkommen elastiske Legemer, f. Ex. Støbejern, sættes $\mu = 1$; ved fuldkommen uelastiske, f. Ex. Leer, sættes $\mu = 0$. For andre Legemer kan man sætte:

Elfenbeen	$\mu = 0{,}790$
Glas	$\mu = 0{,}879$
Kork, Staal, Uld	$\mu = 0{,}309$

Da der til Sammentrykningen forbruges Arbeide, saa er, naar G_1 og G_2 betegner Legemernes Vægter,

Tabet i Arbeide = $^1/_2$ Tabet i levende Kraft =

$$A = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g}\frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}\cdot\frac{H_1 . H_2}{H_1 + H_2}\left(\frac{1-\mu_1}{H_1} + \frac{1-\mu_2}{H_2}\right).$$

Ved fuldkommen uelastiske Legemer er:

$$\text{den fælles Hastighed efter Stødet} = v = \frac{M_1 c_1 + M_2 c_2}{M_1 + M_2} + \frac{G_1 c_1 + G_2 c_2}{G_1 + G_2}.$$

Tabet i levende Kraft $K = M_1(c_1^2 - v^2) + M_2(c_2^2 - v^2)$
$= M_1(c_1 - v)^2 + M_2(c_2 - v)^2$
$= \frac{(c_1 - c_2)^2}{g} \cdot \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}$.

Tabet i Arbeide $A = {}^1/_2\, K = \frac{(c_1 - c_2)^2}{2g} \cdot \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$.

Udtrykket $\frac{(c_1 - c_2)^2}{2g}$ er den Faldhøide, som svarer til Legemernes Hastighedsforskjel før Stødet.

Ved fuldkommen elastiske Legemer:
det ene Legemes Hastighed efter Stødet

$$v_1 = c_1 - 2 . \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

det andet Legemes Hastighed efter Stødet

$$v_2 = c_2 + 2 . \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

det ene Legemes Hastighedstab

$$c_1 - v_1 = 2 . \frac{M_2 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}$$

det andet Legemes Hastighedstilvæxt

$$v_2 - c_2 = 2 . \frac{M_1 (c_1 - c_2)}{M_1 + M_2}.$$

Det ene Legeme vinder i levende Kraft netop saameget, som det andet taber, der gaar altsaa ikke Arbeide tilspilde.

Betegnes Sammentrykningens Størrelse med τ_1 og τ_2, Stødkraften med P, saa er:

$$\tau_1 + \tau_2 = c_1 - c_2 \sqrt{\frac{H_1 + H_2}{H_1 . H_2} \cdot \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}};$$

$$P = \frac{H_1 . H_2}{H_1 + H_2} . (\tau_1 + \tau_2); \quad \tau_1 = \frac{P}{H_1}; \quad \tau_2 = \frac{P}{H_2}.$$

Exempler. 1. En Hammer af Jern, hvis Basis er 4 Kvadrattommer, og hvis Høide er 6 Tommer, slaar med en Hastighed af 50 Fod pr. Sek. paa en Blyplade af 2 Kvadrattommers Fladeindhold og 1 Tommes Tykkelse. Hammerens Vægt $G_1 = 7$ ℔. Jernets Elasticitetsmodul $E_1 = 29000000$ og Blyets $E_2 = 700000$.

Blypladens Hastighed $c_2 =$ Nul. Da Blypladen er ubevægelig, saa sættes $M_2 = \infty$. Man har da: $M = \frac{G}{g}$ $= 7 . 0{,}032 = 0{,}224$ ℔.

Jernets Haardhed $H_1 = \frac{F_1 . E_1}{l_1} = \frac{4 . 29000000}{6} = 19333333$.

Blyets Haardhed $H_2 = \frac{F_2 E_2}{l_2} = \frac{2 . 700000}{1} = 1400000$.

$$\tau_1 + \tau_2 = c_1 \sqrt{\frac{H_1 + H_2}{H \cdot H_2} \cdot M_1} = 50 \cdot \sqrt{\frac{20733333 \cdot 7 \cdot 0{,}032}{19333333 \cdot 1400000}}$$
$$= 0{,}0207 \text{ Tommer.}$$

Stødkraften $P = \frac{H_1 \cdot H_2}{H_1 + H_2} \cdot (\tau_1 + \tau_2) = 27037$ ℔.

Hammerens Sammentrykning $\tau_1 = \frac{P}{H_1} = 0{,}0014$ Tommer.

Blypladens — $\tau_2 = \frac{P}{H_2} = 0{,}0193$ —

Antages Hammeren fuldkommen elastisk, Blypladen fuldkommen uelastisk, saa er:

Hammerens Hastighedstab $= c_1 - v_1 = c_1 \left(1 + \sqrt{\frac{H_2}{H_1 + H_2}}\right)$
$= 63$ Fod

og dens Hastighed efter Stødet $v_1 = c_1 - 63 = \div 13$.

Den springer altsaa opad med 13 Fods Hastighed.

2. Med hvor stor Hastighed c maa et Legeme af 8 Punds Vægt støde mod et hvilende Legeme af 25 ℔'s Vægt for at give dette en Hastighed $v = 2$ Fod?

Ere begge Legemer uelastiske, saa er:

$$v = \frac{M_1 \cdot c}{M_1 + M_2}; \quad 2 = \frac{8 \cdot c}{8 + 25}; \quad c = \frac{2 \cdot (8 + 25)}{8} = 8^1/_4 \text{ Fod.}$$

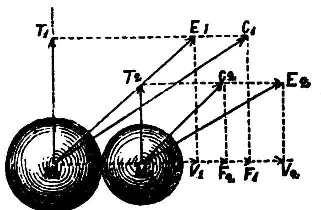
Tabet i Arbeide $A = \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2} = \frac{8^1/_4{}^2}{31{,}50} \cdot \frac{200}{33} = 13{,}1$ Pundfod.

Ere begge Legemer elastiske, saa er:

$$v = 2 \cdot \frac{M_1 \cdot c}{M_1 + M_2}; \quad 2 = 2 \cdot \frac{8 \cdot c}{8 + 25}; \quad c = 4^1/_8 \text{ Fod.}$$

Skjævt Stød. Støder Massen M_1 med Hastigheden c_1 mod Massen M_2, der har Hastigheden c_2, saa kan c_1 opløses i T_1 lodret paa Linien gjennem Tyngdepunkterne og F_1 langsmed denne. Ligeledes c_2 i T_2 og F_2. F_1 og F_2 virke nu som ved ret Stød og forandres derved til V_1 og V_2. T_1 og T_2 bliver i det Væsentlige uforandrede. Man sammensætter tilsidst V_1 med T_1; V_2 med T_2 og finder de endelige Hastigheder E_1 og E_2.

Fig. 221.

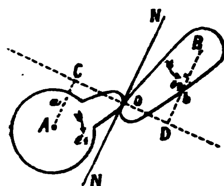


Frictionen mellem Legemerne vil dog frembringe en Forandring i T_1 og T_2. Er Frictionscoefficienten $= \varphi$,

saa er den ved Frictionen frembragte Hastighedsforandring af T_1 og T_2 φ Gange saa stor som den ved Stødet frembragte Forandring af F_1 og F_2.

Stød mellem Legemer, der dreie sig om en Axe A og B, Fig. 222. Legemernes Træghedsmomenter T_1 og T_2 med med Hensyn til A og B reduceres til Afstandene $AC = a$ og $BD = b$, hvor Stødlinien $CD \perp NN$ og NN er Planet, der berøre Legemerne i O. Disse Værdier $\frac{T_1}{a^2}$ og $\frac{T_2}{b^2}$ indsættes i Stedet for Masserne M_1 og M_2 i Formlerne for Centralstød. — Er Vinkelhastighederne før Stødet e_1 og e_2 og efter Stødet w_1 og w_2, saa er:

Fig. 222.



A's Hastighedstab

$$e_1 - w_1 = a\,(ae_1 - be_2)\,.\,\frac{T_2}{T_1 b^2 + T_2 a^2}(1 + \sqrt{\mu})$$

B's Hastighedstilvæxt

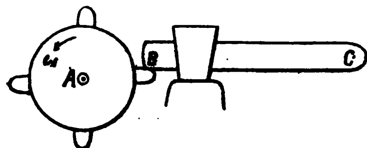
$$w_2 - e_2 = b\,(ae_1 - be_2)\,.\,\frac{T_1}{T_1 b^2 + T_2 a^2}.\,(1 + \sqrt{\mu})$$

Tabet i levende Kraft

$$K = (ae_1 - be_2)^2 . \frac{T_1 . T_2}{T_1 b^2 + T_2 a^2}\,(1 - \mu).$$

Exempel. Valsen A løfter Hammeren BC. Valsens Træghedsmoment med Hensyn til Axen er $T_1 = \frac{40000}{g}$ og Hammerens med Hensyn paa C er $T_2 = \frac{150000}{g}$. Valsens Arm $AB = a = 2$ Fod, Hammerens Arm $CB = b = 6$ Fod. Valsens Vinkelhastighed i det Øieblik, den løfter Hammeren er $e_1 = 1{,}05$ Fod. Begge Legemer antages uelastiske. Man har, da e_2 = Nul:

Fig. 223.



Valsens Hastighed efter Stødet:

$$w_1 = 1{,}05 - \frac{2\,.\,2\,.\,1{,}05\,.\,150000}{40000\,.\,6^2 + 150000\,.\,2^2} = 0{,}741 \text{ Fod.}$$

Hammerens Hastighed efter Stødet:

$$w_2 = w_1\,.\,\frac{AB}{NB} = 0{,}741\,.\,{}^2/_6 = 0{,}247 \text{ Fod.}$$

Tabet i Arbeide ved ethvert Stød er:

$$A = \frac{1}{2} K = \frac{(2 . 1{,}05)^2 . 40000 . 150000}{40000 . 6^2 + 150000 . 2^2} . \frac{1}{g} = 207{,}5 \text{ Pundfod.}$$

Stød mod et svingende Legeme L, der svinger om K og har et Træghedsmoment $= T$, en Vinkelhastighed $= e$. Det stødende Legemes Masse $= M$, dets Hastighed c. $KA = a$.

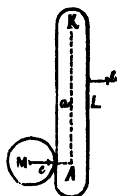


Fig. 224.

M's Hastighed efter Stødet

$$v = c \div (c - ae)\,(1 + \sqrt{\mu})\,\frac{T}{Ma^2 + T} . .$$

L's Vinkelhastighed efter Stødet

$$w = e + a(c - ae)\,(1 + \sqrt{\mu})\,\frac{M}{Ma^2 + T} .$$

Størst Hastighed antager L, naar

$$KA = a = \sqrt{\frac{T}{M}} .$$

Hastigheden bliver da efter Stødet:

naar L er i Hvile:

$$w = (1 + \sqrt{\mu}) . \frac{c}{2a} .$$

naar M er i Hvile:

$$v = (1 + \sqrt{\mu})\,\frac{ea}{2} .$$

Dette Punkt A kaldes Legemets Stødpunkt. Skal Stødet intet Tryk udøve paa Axen, saa maa $KA = a = \frac{T}{Mx}$. A er da Legemets Svingningscentrum og kaldes ogsaa Stødcentrum. (Se Pag. 278).

Anvendelse af Stødkraften.

Naar en blød Masse sammenstampes ved Fald af et Legeme, hvis Vægt er G, hvis Endeflade $= F$, og hvis Hastighed $= v$, og Dybden, hvortil det for hvert Slag synker ned, s, saa er dens Bæreevne pr. Kvadrateenhed:

$$B = \frac{v^2}{2g} . \frac{G}{s} = h . \frac{G}{s} ,$$

hvor h er den Høide, hvorfra Legemet falder.

Ved Nedrammen af Pæle faar Jordbunden en større Bæreevne end ved blot Sammenstampning. Rambukkens Vægt $= G$; dens Faldhøide $h = \frac{c^2}{2g}$, det Stykke, som Pælen i Gjennemsnit synker ved de sidste Slag, s. Rambukkens og Pælens Haardhed H og H_1. Kaldes Bæreevnen B, saa er:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{H} + \frac{1}{H_1}\right) B^2 + Bs = Gh$$

hvoraf:

$$\text{I.} \quad B = \sqrt{2 \cdot \frac{H.H_1}{H+N_1} \cdot Gh + \left(\frac{HH_1}{H+H_1}\right)^2 . s^2} - \frac{HH_1}{H+H_1} \cdot s.$$

Er Rambukkens Haardhed H meget stor i Sammenligning med Pælens H_1 saa er:

$$\text{II.} \quad B = \sqrt{2H_1 . Gh + H_1^2 s^2} - H_1 s.$$

Er s saa stor, at Sammentrykningen kan sættes ude af Betragtning og man med G_1 betegner Pælens Vægt, saa er:

$$\text{III.} \quad B = \frac{G^2 h}{(G + G_1)\, s} + (G + G_1).$$

Ved Forsøg har man fundet, at man i Almindelighed tilnærmelsesviis kan sætte:

$$\text{IV.} \quad B = \frac{Gh}{3s}.$$

Exempel. En Pæl af 1 Kvadratfods = 144 Kvadrattommers Tversnit (F_1), 25 Fods = 300 Tommers Længde (l) 1200 ℔'s Vægt, nedrammes af en Rambuk, vægtig 2000 ℔, der falder fra en Høide = 6 Fod = 72 Tommer. Ved de sidste 10 Slag synker den 2 Tommer. Find Bæreevnen B pr. Kvadratfod. Rambukkens Haardhed sættes overmaade stor i Sammenligning med Pælens. Man har altsaa:

$$B = \sqrt{2H_1 Gh + H_1^2 s} - Hs.$$

Her er $H_1 = \frac{F_1.E_1}{l} = \frac{144.1500000}{300} = 720000$ Pundtommer,

og $s = \frac{2}{10}$. $Gh = 2000.72$ Pundtommer.

Man finder da $B = \sqrt{228096000000} - 144000 = 333590$ ℔.
Efter Formel III. er: $B = 443200$ ℔.

Efter Formel IV: $B = \frac{Gh}{3s} = 290000$ ℔.

Capitel III.

Hydraulik.

Vædskers og Luftarters Ligevægt og Bevægelse.

Vædskers Tryk. En i en Beholder indesluttet Vædske § 85.
trykker paa Grund af sin Vægt og Flydenhed ikke alene paa Bunden, men ogsaa paa Væggene af Beholderen.

Vædskers Tryk i hvilkensomhelst Retning paa en Flade af hvilkensomhelst Form er:

$$P = (G_1.h_1 + G_2.h_2 + G_3.h_3 + \ldots\ldots) \, d$$

hvor G_1, G_2 o. s. v. ere Kvadratindholdet af Projectionerne af Fladeelementerne paa et Plan lodret paa Trykkets Retning; h_1, h_2 o. s. v. Dybden under Vædskens Overflade af disse Elementers Tyngdepunkter; d Vædskens Tæthed.

Trykket i hvilkensomhelst Retning paa en plan Flade bliver:

$$P = F \, . \, h \, . \, d,$$

hvor F er Kvadratindholdet af Fladens Projection paa et Plan lodret paa Trykkets Retning; h Dybden af denne Projections Tyngdepunkt. Søges Trykket lodret paa Fladen, saa sættes F = Fladens Kvadratindhold.

Dersom Fladen ikke er horizontal, ligger Trykkets Angrebspunkt dybere end Fladens Tyngdepunkt. Dets Dybde er:

$$z = \frac{\text{Fladens Træghedsmoment}}{\text{Fladens statiske Moment}} \, .$$

Horizontaltrykket bliver for enhver Flade:

$$P_h = G_v \, . \, h \, . \, d,$$

og Verticaltrykket:

$$P_v = G_h \, . \, h \, . \, d,$$

hvor G_v er Kvadratindholdet af Fladens verticale og G_h Kvadratindholdet af dens horizontale Projection. h er Dybden af Projectionens Tyngdepunkt. d Vædskens Tæthed.

Den Tykkelse, som en kugleformet Del af et Kars Væg maa have for ikke at sprænges, er:

$$e = \frac{p \cdot r}{2T},$$

hvor r er Krumningsradien og $p = h \cdot d$ det midlere Tryk pr. Kvadrattomme, samt T Karsubstantsens absolute Fasthed.

For et ret Rør eller cylindrisk Kar er:

$$e = \frac{p \cdot r}{T}$$

og for en Væg af dobbelt Krumning:

$$e = \frac{p \cdot r \cdot r_1}{T \cdot (r + r_1)},$$

hvor r og r_1 betegner den største og den mindste Krumningsradius.

Betegner a Rørets indre Diameter udtrykt i Tommer og p Trykket i Atmosphærer, hver svarende til Vægten af en Vandsøile, der er 33 Fod høi, saa findes den Tykkelse e udtrykt i Tommer, som Rørvæggen bør have for forskjellige Sudstantser, ved følgende Tabel:

Jernblik	$e = 0{,}00086\ pa + 0{,}12$	Tommer.
Støbejern	$e = 0{,}00288\ pa + 0{,}33$	—
Kobber	$e = 0{,}00148\ pa + 0{,}16$	—
Bly	$e = 0{,}00242\ pa + 0{,}20$	—
Zink	$e = 0{,}00507\ pa + 0{,}16$	—
Træ	$e = 0{,}0323\ pa + 1{,}04$	—
naturlig Steen . .	$e = 0{,}0369\ pa + 1{,}15$	—
kunstig Steen . .	$e = 0{,}0538\ pa + 1{,}53$	—

Virker Vandet paa Rørvæggen ikke blot ved Tryk, men ogsaa ved Stød, f. Ex. naar det strømmer med Hastigheden v og da pludselig bliver afspærret, saa er:

$$e = \frac{a \cdot d}{2T}\left[\sqrt{h^2 + \left(\frac{E}{2T}\,\frac{v^2}{2g}\right)^2} + \frac{E}{2T} \cdot \frac{v^2}{2g}\right],$$

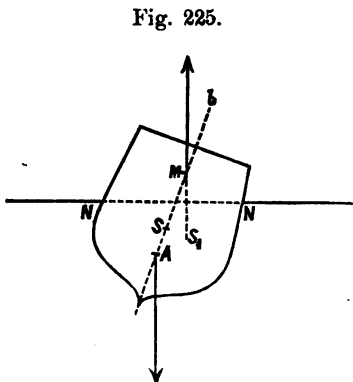
hvor a er Rørets indre Vidde, d Vædskens Tæthed, T Rørmaterialets Styrke mod Strækning, E dets Elasticitetscoefficient, h Trykhøiden.

§ 86. **Svømmende Legemers Ligevægt.** Nedsænkes et Legeme i en Vædske, saa taber det i Vægt saameget, som den fortrængte Vædskemængde veier. Dette Tab kal-

des **Opdriften.** Dens Størrelse er: $G = V.d$, hvor V betegner Legemets Kubikindhold og d Vædskens Tæthed.

Naar et svømmende Legeme, f. Ex. et Skib, Fig. 225, hvis Tyngdepunkt er A, bringes lidt ud af sin Ligevægtstilstand, saa at den ellers lodrette Linie Ab antager en Hældning og S_1 er den fortrængte Vandmasses Tyngdepunkt, da kaldes Punktet M, hvori en lodret Linie gjennem S_1 skjærer Ab, Legemets **Metacentrum.** Skal Legemet svømme med **stabil** Ligevægt, da maa Metacentrum ligge **over** Tyngdepunktet. Afstanden $AM = c$ betinger især Legemets Stabilitet. Er S den fortrængte Vandmasses Tyngdepunkt, naar Legemet er i Ligevægt, og $AS = e$, saa er

Fig. 225.



$$c = \frac{b^3}{12F} + e,$$

hvor b er Skibets Bredde NN i Vandlinien og F Kvadratindholdet af den nedsænkede Deels Tværsnit.

For en Hældningsvinkel φ er Skibets

$$\textbf{Stabilitet: } s = \left(\frac{b^3}{12F} + e\right) G\varphi = c\,.\,G\,.\,\varphi,$$

hvor G er Skibets Vægt.

Et Legemes **specifike Vægt** eller **Egenvægt** er det Antal Gange Legemet er tungere end en Vandmasse af Legemets Kubikindhold. Altsaa er:

$$\text{den specifike Vægt} = \frac{\text{Legemets Vægt}}{\text{Vægttabet ved Nedsænkning i Vand}}.$$

Tabel over forskjellige Stoffers Egenvægter findes Pag. 210.

Høiderne af Vædskesøiler af forskjellige Vædsker i communicerende Rør, regnede fra Vædskernes frie Overflade til deres Berøringsflade, ere omvendt proportionale med Vædskernes specifike Vægt.

§ 87. **Vædskers Bevægelse.** Af et med Vand fyldt Kar, der har et Hul i Bunden, vil Vandet efter Theorien strømme ud med en Hastighed:

$$v = \sqrt{2gh},$$

hvor h er Vandoverfladens Høide over Hullet og g Tyngdens Acceleration. Den pr. Sekund udstrømmende Vandmasse vil være:

$$Q = v . F = F . \sqrt{2gh}.$$

I Praxis maa man dog, fordi Vandstraalen contraheres (er smalere et Stykke udenfor Mundingen end i denne), hvilket formindsker Udstrømningsmængden, ved Beregningen foretage en Correction, idet man multiplicerer med en bestemt Coefficient.

Disse Coefficienter ere:

Contraktionscoefficienten, c, eller Forholdet mellem Kvadratindholdet F_1 af Straalens Gjennemsnit paa det Smaleste og Hullets Kvadratindhold F. Altsaa:

$$c = \frac{F_1}{F}.$$

Hastighedscoefficienten, t, eller Forholdet mellem den virkelige Udløbshastighed v_1 og den theoretiske v. Altsaa:

$$t = \frac{v_1}{v} = \frac{v_1}{\sqrt{2gh}}.$$

Udløbscoefficienten, u, eller Forholdet mellem den virkelige Udløbsmængde Q_1 og den theoretiske Q. Altsaa:

$$u = \frac{F_1 . v_1}{F . v} = ct.$$

Modstandscoefficienten, m, eller Forholdet mellem den tabte Hastighedshøide $\left(\frac{v^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}\right)$ og den virkelige $\frac{v_1^2}{2g}$. Altsaa:

$$m = \frac{v^2 - v_1^2}{v_1^2} = \frac{1}{t^2} - 1.$$

For en rektangulær Sideaabning, Fig. 226, hvis Høide er a og hvis Midtpunkts Dybde er h, bliver tilnærmelsesvis den virkelige Udløbsmængde

$$Q_1 = uQ = u.F.v = u.F\left(1 - \frac{1}{96}\frac{a^2}{h^2}\right). \sqrt{2gh}.$$

For en rund Sideaabning, hvis Centrums Dybde er h, og hvis Radius er r, bliver:

$$Q = u.F. \left(1 - \frac{1}{32}\left(\frac{r}{h}\right) - \frac{5}{1024}\left(\frac{r}{h}\right)^4 - \ldots\right) \sqrt{2gh}.$$

For en rektangulær Nedskjæring, Fig. 227, (aaben oventil), hvis Breddde er b, og hvis underste Kants Dybde er h, bliver:

$$Q_1 = u.F.\frac{2}{3}\sqrt{2gh} = \frac{2}{3}u.b.h.\sqrt{2gh}.$$

Fig. 226.

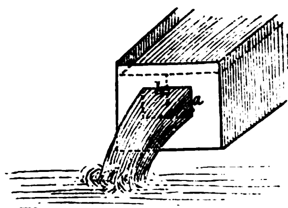
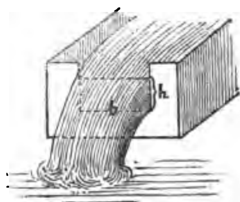


Fig. 227.



Vandstraalens Contraction bliver størst, naar Aabningen befinder sig i en tynd plan Væg eller Bund. Man kan da i Gjennemsnit for smaa Hastigheder sætte:

$$c = 0{,}64; \quad t = 0{,}97.$$
$$u = 0{,}621; \quad m = 0{,}063.$$

Følgende Tabeller give Udløbscoefficienterne u for forskjellige rektangulære Aabninger og Nedskjæringer i en tynd, plan, vertical Væg. — I Tab. I er ikke anført Udløbscoefficienterne u, men $u_1 = u.\left(1 - \frac{1}{96}\cdot\frac{a^2}{h^2}\right)$, og man anvender derfor i Tab. I blot Formelen: $Q = u_1.a.b.\sqrt{2gh}$, hvor a er Aabningens Høide, b dens Bredde og h Midtpunktets Dybde.

I Tab. II bruges Formelen $Q = \frac{2}{3}u.b.h.\sqrt{2gh}$. Her er h den underste Kants Dybde. Udløbshastigheden findes ved Formelen: $v = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{ab}$.

Ved Brugen af disse Tabeller forudsættes:

1. At Væggen, hvori Aabningen befinder sig, mindst er 10 Gange saa stor som Aabningen, saaat Vandet ved Væggen befinder sig i Ro.

2. At Trykhøiden h ikke maales tæt ved Væggen, hvor Vandoverfladen staar lidt lavere, men nogle Fod indenfor den.

Tabel I. Udløbscoefficienterne u_1 for rectangulære Mundinger i tynd Væg.

Formel: $Q = u_1 . a . b . \sqrt{2gh}.$

Vandstand over Mundingens øvre Kant.	Aabningens Høide *a* i Tomme					
	8 Tom.	4 T.	2 T.	1½ T.	1 T.	½ T.
½ Tomme	0,567	0,592	0,605	0,620	0,643	0,690
¾ —	0,570	0,595	0,612	0,625	0,644	0,684
1 —	0,573	0,598	0,616	0,627	0,646	0,679
1½ —	0,580	0,602	0,620	0,632	0,647	0,673
2 —	0,583	0,605	0,624	0,633	0,647	0,671
3 —	0,587	0,608	0,628	0,634	0,645	0,664
4 —	0,590	0,610	0,629	0,633	0,643	0,661
5 —	0,592	0,612	0,629	0,633	0,643	0,659
6 —	0,594	0,613	0,630	0,632	0,640	0,655
8 —	0,596	0,614	0,630	0,631	0,639	0,653
10 —	0,597	0,615	0,630	0,631	0,638	0,651
1 Fod	0,598	0,615	0,629	0,631	0,637	0,648
¼ —	0,600	0,616	0,628	0,630	0,635	0,645
1½ —	0,601	0,616	0,628	0,629	0,635	0,641
1¾ —	0,602	0,616	0,628	0,629	0,634	0,641
2 —	0,603	0,617	0,627	0,628	0,633	0,640
2½ —	0,604	0,616	0,627	0,628	0,632	0,637
3 —	0,604	0,615	0,626	0,627	0,631	0,634
4 —	0,603	0,614	0,623	0,625	0,626	0,625
5 —	0,602	0,612	0,619	0,520	0,619	0,616
6 —	0,601	0,608	0,614	0,614	0,613	0,611
8 —	0,601	0,605	0,608	0,610	0,610	0,611
10 —	0,601	0,603	0,605	0,606	0,607	0,609

Tabel II. Udløbscoefficienterne, u, for rectangulære Nedskjæringer i tynd Væg.

Formel: $Q = \frac{2}{3} u.b.h. \sqrt{2gh.} = \frac{2}{3} u \sqrt{2g.}\, b \sqrt{h^3.}$

Aabningens Bredde = 8 Tom.	Trykhøiden, eller den undre Kants Dybde i Tommer $h =$	½″	1″	1½″	2″	3″	4″	6″	8″
	Udløbscoeff. $= u =$	0,633	0,621	0,610	0,606	0,596	0,592	0,590	0,585
	$\frac{2}{3} u \sqrt{2g} =$	3,338	3,275	3,219	3,196	3,140	3,124	3,109	3,085
Aabningens Bredde = 2 Fod.	Trykhøiden, eller den undre Kants Dybde i Tommer $h =$	2½″	4″	6″	8″	12″	16″	24″	
	Udløbscoeff. $= u =$	0,618	0,609	0,600	0,592	0,586	0,586	0,585	
	$\frac{2}{3} u \sqrt{2g} =$	3,259	3,211	3,164	3,124	3,093	3,093	3,085	

Hvis der paa Vandets Overflade udøves et Tryk foruden Atmosphærens, f. Ex. af et Stempel, hvis Tryk er P, og altsaa Tryk pr. Kvadrattomme $p = \frac{P}{G}$, hvor G er Vandets Overflade i Kvadrattommer, saa har man at beregne Høiden $h_1 = \frac{P}{Gd}$ Tommer $= \frac{P}{12\,Gd}$ i Fod af den Vandsøile, hvis Vægt er liig det givne Tryk, og addere denne Høide til den i Formlerne indførte Høide h. d er Vandets Tæthed.

Flyder Vandet ud i Vand, saa har man for Trykhøiden h at sætte Differentsen mellem Vandfladernes Høider. Er der forskjelligt Tryk paa Vanfladerne, saa maa man, saafremt det Kar, hvorfra Vandet flyder, har størst Tryk, til h addere Differentsen mellem disses Tryk, udtrykte ved Høiden af den tilsvarende Vandsøile. I modsat Fald trækkes Differentsen fra h.

Exempler. 1. Hvor stor er Udløbsmængden pr. Sekund gjennem en rectangulær Aabning, hvis Bredde $b = 10$ Tommer og hvis Høide $a = 3$ Tommer, naar Vandstanden er 3,5 Fod over Mundingens øvre Kant?

Man har: $F = a \,.\, b = 30$ Kvadrattommer $= 0{,}208$ Kvadratfod og $h = 3{,}5$ Fod.

Efter Tab. I har man:

for Vandstand $h = 3$ Fod: $u_1 = \frac{0{,}615 + 0{,}626}{2} = 0{,}6205$,

for Vandstand $h = 4$ Fod: $u_1 = \frac{0{,}614 + 0{,}623}{2} = 0{,}6185$,

altsaa for den givne Vandstand $= 3{,}5$ Fod:

$$u_1 = \frac{0{,}6205 + 0{,}6185}{2} = 0{,}620. \text{ Følgelig:}$$

Udløbsmængden $= Q = u_1.a.b.\sqrt{2gh} = 0{,}620 . 0{,}208 . 7{,}906 . \sqrt{h}$
$= 1{,}9$ Kubikfod pr. Secund.

2. Hvor stor er Udløbsmængden pr. Sekund gjennem en rectangulær Nedskjæring af 10 Tommers Bredde, naar Vandstanden h over den undre Kant er 7 Tommer?

Man har efter Tab. II:

for $h = 6$ Tom.: $\frac{2}{3} u \sqrt{2g} = 3{,}109$; for $h = 8$ Tom.: $\frac{2}{3} u \sqrt{2g}$ $= 3{,}085$, altsaa for $h = 7$ Tom.: $\frac{2}{3} u \sqrt{2g} = 3{,}097$.

Følgelig Udløbsmængden $= Q = \frac{2}{3} u. \sqrt{2g}.b \sqrt{h^3} =$ $3{,}097 . \frac{10}{12} . \sqrt{\left(\frac{7}{12}\right)^3} = 1{,}16$ Kubikfod pr. Sekund.

Ufuldstændig Contraction. Kan Vandet, som i Fig. 226, frit strømme til Aabningen fra alle Kanter, saa bliver der Contraction paa alle Sider af Straalen. Ophæves derimod Contractionen paa een eller flere Sider af Straalen, ved at omfatte Aabningen deelviis med Vægge parallele med Straalens Retning, saa kaldes den ufuldstændig. Udstrømningsmængden forøges, og Straalen faar en skjæv Retning derved. Er n Forholdstallet mellem hele Aabningens Omkreds og den indfattede Deel deraf, og er u_o Udløbscoefficienten for fuldkommen Contraction, saa bliver Udløbscoefficienten for ufuldstændig Contraction:

$$u_n = u_o\,(1 + 0{,}143\,.\,n).$$

Ufuldkommen Contraction. Udgjør Aabningen mere end $\frac{1}{10}$ af Væggen, hvori den befinder sig, saa bliver Vandet ved Væggen ikke i Ro. Der bliver rigtignok Contraction paa alle Sider af Straalen, men den er formindsket og kaldes ufuldkommen. Udgjør Aabningen $\frac{1}{n}$ af Væggen, saa findes ved de følgende Tabeller Coefficienten u_n for ufuldkommen Contraction, naar man multiplicerer Coefficienten u_o for fuldkommen Contraction med Udtrykket $\frac{u_n}{u_o}$.

Anm. I A og B er Trykhøiden maalt et Stykke indenfor Væggen paa et Sted, hvor Vandet er i Ro. I C og D er Trykhøiden maalt tæt ved Væggen, hvor Vandet er i Bevægelse og staar lavere. I E gaar Nedskjæringen over hele Væggen, saaat Straalen støtter sig til Sidevæggen, hvorved Contractionen paa Siderne ophæves. I C ere Værdierne beregnede efter Udtrykket $\frac{u_n}{u_o} = 1 + 0{,}641\,.\,n^2$; i D efter: $\frac{u_n}{u_o} = 1 + 1{,}718\,n^4$; i E efter: $\frac{u_n}{u_o} = 1{,}041 + 0{,}369\,n^2$.

Tabel III. Correctioner for Udløbscoefficienter ved ufuldkommen Contraction.

	$\frac{1}{n}$ =	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
A. Runde Mundinger	$\frac{u_n}{u_o}$ =	1,014	1,034	1,059	1,092	1,134	1,189	1,260	1,351	1,471	
B. Rectangulære Mundinger	$\frac{u_n}{u_o}$ =	1,019	1,042	1,071	1,107	1,152	1,208	1,278	1,365	1,473	
	$\frac{1}{n}$ =	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,45	0,50
C. Rectangulære Mundinger ved bevæget Vand	$\frac{u_n}{u_o}$ =	1,000	1,002	1,006	1,014	1,026	1,040	1,058	1,103	1,131	1,160
D. Rectangulære Nedskjæringer ved bevæget Vand	$\frac{u_n}{u_o}$ =	1,000	1,000	1,000	1,001	1,003	1,007	1,014	1,044	1,070	1,107
E. Rectangulær Nedskjæring over den hele Væg, uden Sidecontraktion	$\frac{u_n}{u_o}$ =	1,041	1,042	1,045	1,049	1,056	1,064	1,074	1,100	1,117	1,133

Exempler. 1. Hvor stor er Udløbsmængden i Exempel 1 Pag. 291; naar Væggen er 20 Tommer lang og 8 Tommer høi til Vandfladen?

Her er $\frac{1}{n} = \frac{3.10}{8.20} = 0{,}188$. Altsaa efter Tab. III, *B*:

$\frac{u_n}{u_o} = 1{,}031$ ved Interpolation mellem 1,019 og 1,042.

Følgelig Udløbsmængden $Q = 1{,}9 \,.\, 1{,}031 = 1{,}959$ Kubikfod pr. Sekund.

2. Hvor stor er Udløbsmængden i Exempel 2, Pag. 291, naar Væggen er 30 Tommer lang og 9 Tommer høi, samt Trykhøiden maales tæt ved Væggen?

Her er $\frac{1}{n} = \frac{7.10}{9.30} = 0{,}26$. Altsaa efter Tab. III, *D*:

$\frac{u_n}{u_o} = 1{,}0084$ ved Interpolation mellem 1,007 og 1,014.

Altsaa $Q = 1{,}16 \,.\, 1{,}0084 = 1{,}170$ Kubikfod pr. Sekund.

§ 88. **Ansatsrør.** Anbringer man foran Udløbsaabningen i en tynd Væg et kort, cylindrisk Ansatsrør, der er 2—3 Gange saa langt som bredt, saa ophører Contractionen udenfor Røret, og man har Contractionscoefficienten $c = 1$. Udløbscoefficienten u = Hastighedscoefficienten t. I Gjennemsnit kan man sætte:

$$u = 0{,}815 \text{ og } m = 0{,}505.$$

Er Ansatsrøret anbragt paaskraa mod Væggen under en Vinkel δ med Normalen paa Væggen, altsaa, naar Væggen er lodret, med Horizontallinien, saa kan man sætte:

$$m = 0{,}505 + 0{,}303 \,.\, \text{Sin.}\, \delta + 0{,}226 \,.\, \text{Sin.}^2 \delta.$$

Værdierne af u og m ere angivne for hver 10de Grad i følgende Tabel.

Tabel IV. Modstands- og Udløbscoefficienter ved korte Ansatsrør.

Vinkelen δ =	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°
Modstandscoefficient m =	0,505	0,565	0,635	0,713	0,794	0,870	0,937
Udløbscoefficient u =	0,815	0,799	0,782	0,764	0,747	0,731	0,719

Udgjør Ansatsrørets Gjennemsnit mere end $\frac{1}{10}$ (f. Ex. $\frac{1}{n}$) af Væggens Fladeindhold, saa bliver Straalen ved Indtrædelsen i Røret ufuldkommen contraheret. Udløbsmængden bliver derved større og Udløbscoefficienten u fra forrige Tabel maa da multipliceres med Correctionen $\frac{u_n}{u_o}$ i Tab. V for at erholde den virkelige Udløbscoefficient u_n.

Man har: $\frac{u_n}{u_o} = 1 + 0{,}102 . n + 0{,}067 . n^2 + 0{,}046 . n^3$, som findes beregnet i følgende Tabel.

Tabel V. Correctioner for Udløbscoefficienter ved korte Ansatsrør.

$\frac{1}{n} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$\frac{u_n}{u_o} =$	1,013	1,027	1,043	1,060	1,080	1,102	1,127	1,152	1,181

Ved **coniske Rør** (smalere udad) er u større end ved cylindriske og størst = 0,95 ved 13° Convergents. Størst bliver u, naar Ansatsrøret er meget kort og indentil vel afrundet eller formet efter den contraherede Straale.

Exempel. Hvilken Vandmængde pr. Sekund giver et kort cylindrisk Ansatsrør af 3 Tommers Diameter, naar Trykhøiden er 7 Fod, og Røret danner 35° med Horizontallinien?

Man har efter Tab. I, Pag. 290:

$$u = \frac{0{,}764 + 0{,}747}{2} = 0{,}756.$$

Hullets Fladeindhold $F = \frac{\pi}{4} . d^2 = \frac{\pi}{4} . \left(\frac{3}{12}\right)^2 = 0{,}049$ Kvadr.fod

Udløbsmængden: $Q = u.F. \sqrt{2gh} = 0{,}756 . 0{,}049 . 7{,}906 . \sqrt{7}$
$= 0{,}775$ Kubikfod pr. Sekund.

§ 89. **Lange Rør, Rørledninger.** Strømmer Vandet ud gjennem et langt Rør, saa tabes Hastighed paa Grund af Frictionen i Røret. Den til Udstrømningshastigheden svarende Hastighedshøide $\frac{v^2}{2g}$ er altsaa mindre, end den virkelige Trykhøide h. Er Rørets Diameter d og dets Længde l, saa bliver:

Trykhøiden $h = \left(1 + m_o + m\frac{l}{d}\right)\frac{v^2}{2g}$

Udløbshastigheden $v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + m_o + m\frac{l}{d}}}$

Udløbsmængden $Q = F.v = \frac{\pi.d^2}{4}.v,$

hvor m_o betegner Modstandscoefficienten for Rørets Munding ind til Karret, og m Modstandscoefficienten for hele det øvrige Rør. Som for korte Rør kan man sætte $m_o = 0{,}505$, men $= 0{,}08$, naar Aabningen indad er vel afrundet.

Ved disse Formler kan man ved Anvendelse af nedenstaaende Tab. VI beregne h, v og Q.

Bekvemmere beregnes de ved Tab. VII, Pag. 298 og 299, der angiver de til en bestemt Hastighed svarende Udløbsmængder pr. Minut og Trykhøiden for Rørledninger paa 1000 Fods Længde og 1—12 Tommers Vidde.

I denne Trykhøide er ikke medregnet $h_1 = \left(1 + m_o\right)\frac{v^2}{2g}$, som maa adderes til den fundne Trykhøide. Dens Værdi $h_1 = 0{,}024 . v^2$, naar Rørets Munding ind i Karret ikke er ved afrundet, og $h_1 = 0{,}017 . v^2$, naar denne Munding er vel afrundet, findes i Tab. VIII Pag. 300.

Tabel VI. Modstandscoefficienten m i lange Rør.

$v =$ i Fod pr. Sekund.	0,1	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	1,0
$m =$	0,0679	0,0522	0,0453	0,0383	0,0362	0,0333	0,0313

Følgende 3 Hovedopgaver kunne forekomme til Løsning:

I. **Bekjendt:** Rørets Længde, Vidde og den pr. Minut udstrømmende Vandmasse.

Søgt: Faldhøiden.

Man søger ved Interpolation i Tabellen en tilnærmet Faldhøide h paa 1000 Fods Længde samt en tilnærmet Hastighed v. Man reducerer dernæst den fundne Faldhøide til den givne Længde og anvender Formelen $h = m \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + (1 + m_o)\frac{v^2}{2g}$ til at corrigere h, idet man ved den fundne v beregner sidste Led $(1 + m_o)\frac{v}{2g} = 0{,}024 \cdot v_2$ og adderer dette til den fundne Faldhøide.

Exempel. 1. En Rørledning paa 540 Fods Længde og 8 Tommers Vidde skal pr. Minut give en Udløbsmængde 60 $Q = 30$ Kubikfod. Hvor stor Faldhøide, h, maa den gives?

Naar 60 $Q = 31{,}42$ saa er $h = 1{,}27$ og $v = 1{,}50$
naar 60 $Q = 26{,}18$ saa er $h = 1{,}11$ og $v = 1{,}25$
Diff. 5,24 Diff. 0,16 Diff. 0,25

Altsaa:

Naar 60 $Q = 30$, saa bliver $h = 1{,}11 + \frac{3{,}82 \cdot 0{,}16}{5{,}24} = 1{,}23$ og

$$v = 1{,}25 + \frac{3{,}82 \cdot 0{,}25}{5{,}24} = 1{,}43.$$

For 540 Fods Længde bliver denne tilnærmede Faldhøide $= 1{,}23 \cdot 0{,}540 = 0{,}66$.

Den corrigeres ved Addition af $(1 + m_o)\frac{v_2}{2g} = 0{,}024 \cdot (1{,}43)^2 = 0{,}05$. Altsaa bliver

den søgte Faldhøide = 0,71 Fod.

Tabel VI. Modstandscoefficienten m i lange Rør.

$v =$ i Fod pr. Sekund.	1,5	2,0	3,0	5,0	8,0	12,0	20,0
$m =$	0,0282	0,0263	0,0242	0,0220	0,0204	0,0192	0,0182

Tabel VII. Udløbsmængde og Trykhøide (Fald paa 1000 Fod) for Rørledninger af 1000 Fods Længde.

Vandets Hastighed i Fod.	Indre Rørvidde *d* i Tommer.					
	1 Tomme.		2 Tommer.		3 Tommer.	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	0,033	0,13	0,131	0,07	0,295	0,04
0,2	0,065	0,40	0,262	0,20	0,589	0,13
0,3	0,098	0,78	0,393	0,39	0,884	0,26
0,4	0,131	1,26	0,524	0,63	1,178	0,42
0,6	0,196	2,50	0,785	1,25	1,767	0,83
0,8	0,262	4,09	1,047	2,05	2,356	1,36
1,0	0,327	6,00	1,309	3,00	2,945	2,00
1,25	0,409	8,85	1,636	4,43	3,682	2,95
1,5	0,491	10,13	1,964	5,07	4,418	3,38
1,75	0,573	15,93	2,291	7,97	5,154	5,31
2,0	0,655	20,20	2,618	10,10	5,891	6,73
2,5	0,818	30,05	3,273	15,03	7,363	10,02
3,0	0,982	41,66	3,927	20,83	8,836	13,89
4,0	1,309	70,05	5,236	35,03	11,73	23,35
5,0	1,636	105,2	6,545	52,59	14,73	35,06
6,0	1,964	146,9	7,854	73,47	17,67	48,98
8,0	2,618	249,8	10,47	124,9	23,56	83,27
10,0	3,273	378,4	13,09	189,2	29,45	126,15
12,0	3,93	529,8	15,12	264,9	35,34	176,6

Vandets Hastighed i Fod.	Indre Rørvidde *d* i Tommer.					
	7 Tommer.		8 Tommer.		9 Tommer.	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	1,604	0,02	2,094	0,02	2,651	0,01
0,2	3,207	0,06	4,189	0,05	5,301	0,04
0,3	4,811	0,11	6,283	0,10	7,952	0,09
0,4	6,414	0,18	8,378	0,16	10,60	0,14
0,6	9,621	0,36	12,57	0,31	15,90	0,28
0,8	12,83	0,59	16,76	0,51	21,21	0,45
1,0	16,04	0,86	20,94	0,75	26,51	0,67
1,25	20,04	1,26	26,18	1,11	33,13	0,98
1,5	24,05	1,45	31,42	1,27	39,76	1,13
1,75	28,06	2,28	36,65	1,99	46,39	1,77
2,0	32,07	2,89	41,89	2,53	53,01	2,24
2,5	40,09	4,29	52,36	3,76	66,27	3,34
3,0	48,11	5,95	62,83	5,21	79,52	4,63
4,0	64,14	10,01	83,78	8,76	106,0	7,77
5,0	80,18	15,03	104,7	13,15	132,5	11,69
6,0	96,21	20,99	125,7	18,37	159,0	15,22
8,0	128,3	35,69	167,6	31,23	212,1	27,76
10,0	160,4	54,05	209,4	47,30	265,1	42,04
12,0	192,4	75,67	251,3	66,23	318,1	58,87

Tabel VII. Udløbsmængde og Trykhøide (Fald paa 1000 Fod) for Rørledninger af 1000 Fods Længde.

Vandets Hastighed i Fod.	Indre Rørvidde *d* i Tommer.					
	4 Tommer.		5 Tommer.		6 Tommer.	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	0,524	0,03	0,818	0,03	1,178	0,02
0,2	1,047	0,10	1,636	0,08	2,356	0,07
0,3	1,571	0,20	2,454	0,16	3,534	0,13
0,4	2,094	0,32	3,273	0,25	4,712	0,21
0,6	3,142	0,63	4,909	0,50	7,069	0,42
0,8	4,189	1,02	6,545	0,82	9,425	0,68
1,0	5,236	1,50	8,181	1,20	11,78	1,00
1,25	6,545	2,21	10,23	1,77	14,73	1,48
1,5	7,854	2,53	12,27	2,03	17,67	1,69
1,75	9,163	3,98	14,32	3,19	20,62	2,66
2,0	10,47	5,05	16,36	4,04	23,56	3,37
2,5	13,09	7,51	20,45	6,01	29,45	5,01
3,0	15,71	10,42	24,54	8,33	35,34	6,94
4,0	20,94	17,51	32,73	14,01	47,12	11,68
5,0	26,18	26,29	40,91	21,04	58,91	17,53
6,0	31,42	36,73	49,09	29,39	70,69	24,49
8,0	41,89	62,45	65,45	49,96	94,25	41,64
10,0	52,36	94,59	81,81	75,67	117,8	63,06
12,0	62,83	132,45	98,18	105,96	141,4	88,29

Vandets Hastighed i Fod.	Indre Rørvidde *d* i Tommer					
	10 Tommer.		11 Tommer.		12 Tommer.	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	3,273	0,01	3,95	0,01	4,712	0,01
0,2	6,545	0,04	7,92	0,04	9,425	0,03
0,3	9,818	0,08	11,88	0,07	14,14	0,07
0,4	13,09	0,13	15,84	0,11	18,85	0,11
0,6	19,64	0,25	23,76	0,23	28,27	0,21
0,8	26,18	0,41	31,68	0,37	37,70	0,34
1,0	32,72	0,60	39,60	0,55	47,12	0,50
1,25	40,91	0,89	49,50	0,81	58,91	0,74
1,5	49,09	1,01	59,40	0,92	70,69	0,84
1,75	57,27	1,59	69,30	1,45	82,47	1,33
2,0	65,45	2,02	79,20	1,84	94,25	1,69
2,5	81,18	3,01	98,99	2,73	117,8	2,51
3,0	98,18	4,17	118,8	3,79	141,4	3,47
4,0	130,9	7,01	158,4	6,37	188,5	5,84
5,0	163,6	10,52	198,0	9,56	235,6	8,77
6,0	196,4	14,69	237,6	13,36	282,7	12,25
8,0	261,8	24,98	316,8	22,71	377,0	20,82
10,0	327,3	37,84	396,0	34,39	471,2	31,52
12,0	392,7	52,98	475,2	48,16	565,5	44,15

Tab. VIII. Værdier af $h_1 = (1 + m_o) \cdot \frac{v^2}{2g}$, som adderes til Trykhøiderne i Tab. VII.

$v =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,50
$h_1 = 0{,}024 \cdot v^2 =$	0,0002	0,0010	0,002	0,004	0,009	0,015	0,024	0,038	0,054
$h_1 = 0{,}017 \cdot v^2 =$	0,0002	0,0007	0,002	0,003	0,006	0,011	0,017	0,027	0,038

II. **Bekjendt:** Rørets Længde, Vidde og Faldhøide.

Søgt: Udløbsmængden pr. Minut og Hastigheden.

Den givne Faldhøide reduceres til 1000 Fods Længde. Man søger ved Interpolation i Tabellen en tilnærmet Hastighed, og anvender Formelen

$$h = m\frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + (1 + m_o)\frac{v^2}{2g}$$

til at corrigere Faldhøiden h paa 1000 Fod, idet man med den tilnærmede Hastighed ved Tab. VIII. beregner sidste Led $(1 + m_o)\frac{v^2}{2g} = 0{,}024 \cdot v^2$ og trækker dette fra h. Ved den derved fundne h søges ved Interpolation i Tab. VII. den nøiagtigere Hastighed og Udløbsmængden.

Exempel 2. En Rørledning paa 800 Fods Længde og 6 Tommers Vidde har et Fald, h, af 4 Fod. Hvor stor bliver Udløbshastigheden v, og Udløbsmængden pr. Minut, 60 Q?

4 Fods Faldhøide paa 800 Fod giver 5 Fod paa 1000, Tabellen giver for en Rørlængde paa 1000 Fod med 6 Tommers Vidde:

Naar $h = 5{,}01$, saa er $v = 2{,}5$ og $60\ Q = 29{,}45$
naar $h = 3{,}37$, saa er $v = 2{,}0$ og $60\ Q = 23{,}56$
Diff. 1,64 Diff. 0,5 Diff. 5,89

Altsaa:
Naar $h = 5{,}0$, saa bliver med Tilnærmelse

$$v = 2{,}5 - \frac{0{,}02}{1{,}64} \cdot 0{,}5 = 2{,}49.$$

Man finder nu af Tab. VIII $(1 + m_o)\frac{v^2}{2g} = 0{,}15$, som subtraheres fra h. Man faar da en corrigeret Trykhøide $= 5{,}0 \div 0{,}15 = 4{,}85$.

Tab. VIII. Værdier af $h_1 = \left(1 + m_o\right) \cdot \frac{v^2}{2g}$, som adderes til Trykhøiderne i Tab. VII.

$v =$	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0	12,0
$h_1 = 0{,}024 \cdot v^2 =$	0,096	0,150	0,216	0,384	0,600	0,864	1,536	2,40	3,456
$h_1 = 0{,}017 \cdot v^2 =$	0,068	0,106	0,153	0,272	0,425	0,612	1,088	1,70	2,448

Deraf findes ved Interpolation i Tab. VII.

den søgte Hastighed $= 2{,}5 \div \frac{0{,}17}{1{,}64} \cdot 0{,}5 = \underline{2{,}45}$

og Udløbsmængden $= 29{,}45 \div \frac{0{,}17}{1{,}64} \cdot 5{,}89 = \underline{28{,}92}.$

III. **Bekjendt:** Rørets Længde, Faldhøide og Udløbsmængde pr. Minut.

Søgt: Rørets Vidde og Hastigheden.

Faldet reduceres til 1000 Fod. Vidden findes ved gjentagen Interpolation.

Exempel 3. En Rørledning paa 700 Fods Længde skal med et Fald, h, paa 1 Fod give 9 Kubikfod Vand pr. Minut (60 Q). Hvor stor Vidde, d, maa den gives:

1 Fods Faldhøide paa 700 giver 1,43 paa 1000. Udløbsmængden skal være 9 Kubikfod. Man seer derfor snart af Tabellen, at Vidden maa være mellem 4 og 5 Tommer.

For Viden = 5 Tommer giver Tabellen:

Naar $h = 1{,}20$; saa er $60\ Q = 8{,}18$
naar $h = 1{,}77$; saa er $60\ Q = 10{,}23$
Diff. 0,57 Diff. 2,05

Altsaa:

Naar $h = 1{,}43$, saa bliver:

$$60\ Q = 8{,}18 + \frac{2{,}05}{0{,}57} \cdot 1{,}23 = 12{,}56 \text{ for } d = 5 \text{ Tom.}$$

ligeledes: $60\ Q =$ 4,28 for $d = 4$ Tom.
Diff, 8,28 Diff. 1 Tom.

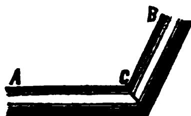
og heraf ved ny Interpolation:

naar $60\ Q = 9{,}0$ saa bliver
den søgte Vidde $= 4 + 0{,}5 = 4{,}5$ Tomme.

§ 90. Knæbøiede og krumme Rør.

Ved disse tabes Hastighed. Dette Hastighedstab kan udtrykkes som Tab i Trykhøide. Kaldes det for knæbøiede Rør h_1, og betegner δ den halve Afbøiningsvinkel $= \frac{1}{2}\ ACB$, Fig. 228, saa har man $h_1 = m \cdot \frac{v^2}{2g}$ $= (0{,}9457 \cdot \text{Sin.}^2\delta + 2{,}047 \cdot \text{Sin.}^4\delta)\ \frac{v^2}{2g}$, som bliver at fradrage Trykhøiden.

Fig. 228.



m og $\frac{m}{2g}$ findes lettest af følgende Tabel:

Tab. I. Modstandscoefficienter for Knærør.

$\delta^0 =$	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°
$m =$	0,046	0,139	0,364	0,740	0,984	1,260	1,861	2,431
$\frac{m}{2g} =$	0,0007	0,0022	0,0058	0,0118	0,0157	0,0216	0,0298	0,0389

For krummede Rør bliver Tabet i Trykhøide $h_2 = m_2 \cdot \frac{v^2}{2g}$, hvor m_2 er afhængig af Forholdet $\frac{a}{r}$ mellem Rørets halve Vidde a, og Røraxens Krumningsradius r.

Modstandscoefficienten m_2 findes af følgende Tabel:

Tab. II. Modstandscoefficienter for krumme Rør.

	$\frac{a}{r} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Cylindriske Rør.	$m_2 =$	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978
	$\frac{m_2}{2g} =$	0,0021	0,0022	0,0025	0,0033	0,0047	0,0070	0,0106	0,0156	0,0225	0,0317
Parallelepipediske Rør.	$m_2 =$	0,12	0,14	0,18	0,25	0,40	0,64	1,02	1,55	2,27	3,23
	$\frac{m_2}{2g} =$	0,001	0,002	0,003	0,004	0,006	0,010	0,016	0,025	0,036	0,051

Modstand ved Indsnævringer. Bevæger Vandet sig fra en rummeligere til en trangere Deel af Røret, og der paa Overgangsstedet findes en trangere Aabning af Fladeindholdet F_1, medens den trange Deel af Røret har Gjennemsnittet F, saa udtrykkes Tabet i Trykhøiden ved Formelen: § 91.

Fig. 229.



$$h = m \cdot \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{F}{cF_1} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$$

hvor c betegner Contractionscoefficienten for fuldkommen Contraction. Er den rummeligere Deel af Røret ikke meget stor i Forhold til den trangere, saa bliver Contractionen ufuldkommen. Betegne c_1 Coefficienten for ufuldkommen Contraction, saa har man

$$h = m_1 \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{F}{c_1 F_1} - 1\right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Følgende Tabel indeholder de forskjellige Værdier af m, der gjælde, naar Røret er rummeligst foran Indsnævringen, og af m_1 for det Tilfælde, at Røret foran og efter Indsnævringen er lige rummeligt.

$\frac{F_1}{F} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$m = \left(\frac{F}{F_1 c} \div 1\right)^2$	231,7	50,99	19,78	9,612	5,256	3,077	1,876	1,169	0,734	0,480
$m_1 = \left(\frac{F}{F_1 c_1} \div 1\right)^2$	225,9	47,77	30,83	7,801	3,753	1,796	0,797	0,290	0,060	0,100

Exempel. En Rørledning, hvis Længde er 500 Fod, Vidde 6 Tommer, Faldhøide 6 Fod, har et retvinklet Knæ og et krumbøiet Knæ med Krumningsradius 7,5 Tomme. $\frac{a}{r}$ er altsaa $= \frac{3}{7,5} = 0,4$. Hvilken Vandmængde, $60\,Q$, giver Ledningen pr. Minut?

Tabet i Trykhøide paa Grund af det første Knæ bliver ved Anvendelse af Tab. I, Pag. 302,

$$h_1 = \frac{m_1}{2g} \cdot v^2 = 0,0157 \cdot v^2.$$

Tabet i Trykhøide paa Grund af det krumme Knæ bliver ved Anvendelse af Tab. II:

$$h_2 = m_2 \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot v^2 = 0,0033 \cdot v^2.$$

Nu søges ved Tab. VII, Pag. 298, en tilnærmet Værdi af v. Man søger Faldhøiden (Trykhøiden) paa 1000 Fod, denne bliver 12 Fod. I Colonnen under 6 Tommers Vidde findes de nærmeste Værdier af Faldhøide at være 11,68 og 17,53. Hastigheden ligger da mellem 4 og 5. Man har nu:

17,53 ÷ 11,68 = 5,85 og 12,0 ÷ 11,68 = 0,32.
Altsaa faar Hastigheden 4 + x af Proportionen:

$$\frac{5{,}85 : 1 = 0{,}32 : x}{x = 0{,}055} \quad \text{og følgelig:}$$

$$v = 4{,}055;\quad v^2 = 16{,}44. \quad \text{Altsaa}$$
$$h_1 = 0{,}0157 \,.\, 16{,}44 = 0{,}258$$
$$h_2 = 0{,}0033 \,.\, 16{,}44 = 0{,}054$$

Altsaa hele Tabet i Trykhøide:

$$h_1 + h_2 = 0{,}312,$$

følgelig den corrigerede Trykhøide:

$$h = 5{,}688.$$

Altsaa Faldhøide paa 1000 Fod = 11,376. Derved søges en nøiagtigere Hastighed.

Man finder af Tab. VII, at den ligger mellem 3 og 4, dog nærmest 4. Man finder da Hastigheden 4 ÷ x af Proportionen:

$$\frac{4{,}74 : 1 = 0{,}30 : x}{x = 0{,}063} \quad \text{og følgelig:}$$

en nøiagtigere Værdi af Udløbshastigheden

$$v = 3{,}937;\quad v^2 = 15{,}50,$$

deraf en nøiagtigere Værdi af Tabet i Trykhøide:

$$h_1 + h_2 = 0{,}243$$

og altsaa en nøiagtigere Trykhøide:

$$h = 5{,}757.$$

Ved en ny lignende Correction vilde man finde Trykhøiden liggende mellem 5,706 og 5,688. Da Forskjellen her er liden, saa begaar man ingen mærkelig Feil ved at sætte Trykhøiden

$$h = 5{,}697.$$

Dette giver paa 1000 Fods Rørlængde: 11,394. Man udtager nu ved Interpolation den dertil svarende Udløbsmængde ved Proportionen:

$$(11{,}68 \div 6{,}94) : (47{,}12 \div 35{,}34) = (11{,}68 - 11{,}394) : x$$

$$\text{altsaa } x = \frac{11{,}78 \,.\, 0{,}286}{4{,}74} = 0{,}795$$

og altsaa Udløbsmængden pr. Minut:

$$60\,Q = 47{,}12 - 0{,}71 = 46{,}41 \text{ Kubikfod.}$$

§ 92. Vandets Bevægelse i Kanaler.

ABCD, Fig. 230, betegner Tverprofilet (Tversnittet) af en Kanal. Vandets Hastighed er størst ved Overfladen midt i Kanalen ved *E*. Den Linie, hvor Hastigheden er størst, kaldes Strømstrøget. (Er Kanalen bøiet, saa ligger

Strømstrøget noget nærmere den cancave Side, end den convexe). Ved Bredderne er Hastigheden mindre, end i Strømstrøget paa Grund af Frictionen.

Fig. 230.

Betegner Q den Vandmængde pr. Sekund, som strømmer gjennem Tversnittet $ABCD$, hvis Kvadratindhold $= F$, saa er Vandets midlere Hastighed:

$$c = \frac{Q}{F}.$$

Kaldes Hastigheden paa et bestemt Sted af Overfladen c_o, saa er den midlere Hastighed i en lodret Linie under dette Punkt:

$$c_m = 0{,}915 \cdot c_o.$$

Man kan ogsaa antage den midlere Hastighed i Overfladen $c_o = 0{,}915 \cdot c_s$, hvor c_s er Hastigheden i Strømstrøget. Man faar da Vandets midlere Hastighed:

$$c = 0{,}915 \cdot 0{,}915 \cdot c_s = 0{,}837 \cdot c_s.$$

Tverprofilet har den fordelagtigste Form, naar dets Omkreds ved et bestemt Fladeindhold er den mindst mulige.

Betegner φ Heldningsvinkelen af Siderne AC og BD, saa har man for det fordeelagtigste Profil:

$$\text{Dybden } a = \sqrt{\frac{F \text{ Sin. } \varphi}{2 - \text{Cos. } \varphi}}$$

hvoraf:

$$\text{Bredden i Bunden } b = \frac{F}{a} - a \cdot \text{Cotg. } \varphi,$$

$$\text{Bredden i Overfladen } b_1 = \frac{F}{a} \cdot + a \cdot \text{Cotg. } \varphi.$$

Kalder man $\frac{AH}{HC} = n$, saa er $AH = n \cdot a = a \cdot \text{Cotg. } \varphi$.

Følgende Tabel giver Dimensionerne af forskjellige Tverprofiler.

Hældnings-vinkel φ.	$\frac{AH}{HC} = n$	Dybde a.	Bredde i Bunden b.	$AH = na$.	Bredde i Overflade $b_1 = b + 2na$.	Omkreds p.
90°	0	0,707	1,414	0	1,414	2,828
60°	0,577	0,760	0,877	0,439	1,755	2,632
45°	1,000	0,740	0,613	0,740	2,092	2,704
40°	1,192	0,722	0,525	0,860	2,246	2,771
36° 52′	1,333	0,707	0,471	0,943	2,357	2,828
35°	1,402	0,697	0,439	0,995	2,430	2,870
30°	1,732	0,664	0,356	1,150	2,656	3,012
26° 34′	2,000	0,636	0,300	1,272	2,844	3,144
Halvcirkel	—	0,798	—	—	1,596	2,507

Er den midlere Hastighed $= c$, og betegner m Modstandscoefficienten, der findes af nedenstaaende Tab. I, saa er paa en Længde $= l$:

$$\text{Faldet} \quad h = m \cdot \frac{lp}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}, \text{ og altsaa}$$

$$\text{den midlere Hastighed } c = \sqrt{\frac{F}{m \cdot l \cdot p} \cdot 2gh}.$$

Er Kanalens midlere Bredde $= b$, dens midlere Dybde $= a$, og man sætter Forholdet $\frac{b}{a} = r$, altsaa $b = ra$, saa er

Kanalens Omkreds p tilnærmelsesvis $= b + 2a$.

Tverprofilets Kvadratindhold $F = ab = ra^2$.

Udløbsmængden pr. Sekund $Q = F \cdot c = ra^2c$, hvor c er den midlere Hastighed.

Faldhøiden paa en Længde l $h = m \cdot \frac{r+2}{r} \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{c^2}{2g}$.

Tab. II, (Pag. 308) giver Udløbsmængden i Kubikfod pr. Minut $= 60\ Q$ og Faldhøiden i Fod paa 1000 Fods Længde for Værdier af $r = \frac{b}{a}$ fra 1 til 12, samt Hastigheder fra 0,1 til 12 Fod pr. Sekund. Tabellen bruges ganske paa samme Maade som Tab. VII, Pag. 298.

Exempler. 1. En Kanal, hvis Bredde i Vandfladen er 60 Fod, og hvis Bredde i Bunden er 20 Fod, har en midlere Dybde $a = 8$ Fod. Faldet er 3 Fod paa 2500 Fods Længde. Hvor stor er Vandets midlere Hastighed? Hvor stor er Udløbsmængden pr. Sekund?

Som en midlere Værdi af Modstandscoefficienten m kan man sætte 0,008.

$$\text{Tillige er } b = \frac{20 + 60}{2} = 40 \text{ og } r = \frac{b}{a} = \frac{40}{8} = 5.$$

Tab. I. Modstandscoefficienter i Kanaler.

Hastighed i Fod $c =$	0,3	0,04	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
Modstands-coefficient $m =$	0,0120	0,0109	0,0102	0,0097	0,0094	0,0091	0,0089

Indsættes Værdierne i Formelen:

$$h = m \cdot \frac{r+2}{r} \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{c^2}{2g}, \text{ saa er}$$

$$3 = 0{,}008 \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{2500}{8} \cdot \frac{c^2}{62{,}6}, \text{ hvoraf:}$$

$$c = \sqrt{\frac{5 \cdot 8 \cdot 62{,}6 \cdot 3}{0{,}008 \cdot 7 \cdot 2500}} = \sqrt{\frac{187{,}8}{3{,}5}} = \sqrt{57{,}70} = 7{,}3 \text{ Fod pr. Sekund.}$$

Denne Værdi corrigeres ved af Tab. I at udtage den til Hastighed = 7 svarende $m = 0{,}0076$. Man faar $c = 7{,}5$. Udløbsmængden pr. Minut $60\,Q = 60 \cdot r \cdot a \cdot c = 60 \cdot 5 \cdot 64 \cdot 7{,}4 = 144000$ Kubikfod.

Bekvemmere anvendes Tabellen, idet man interpolerer.

Paa 1000 Fod bliver Faldet 1,2 Fod.

Da det i Tabellen opførte Fald skal divideres med $a = 8$, saa søges under $r = 5$ Hastighed og Udløbsmængde for et Fald $h = 1{,}2 \cdot 8 = 9{,}6$. Fod.

Tabellen giver:

For	$h = 6{,}15$	$c = 6$	og $60\,Q = 1800$
„	$h = 10{,}85$	$c = 8$	$60\,Q = 2400$
	Diff. 4,70	Diff. 2	Diff. = 600

Den Størrelse x, der skal adderes til Hastigheden $c = 6$, findes af Proportionen:

$$4{,}7 : 2 = (9{,}6 - 6{,}15) : x$$

$$x = \frac{2 \cdot (9{,}6 - 6{,}15)}{4.7} = \frac{2 \cdot 3{,}4}{4{,}7} = 1{,}45$$

Hastigheden $c = 6 + 1{,}45 = 7{,}45$ Fod pr. Sekund.

Ligeledes: $4{,}7 : 600 = (9{,}6 - 6{,}15) : y$

$$y = \frac{600\,(9{,}6 - 6{,}15)}{4{,}7} = \frac{600 \cdot 3{,}4}{4{,}7} = 434.$$

Udløbsmængden pr. Minut

$60\,Q = (1800 + 434) \cdot 8^2 = 143000$ Kubikfod omtrent.

Tab. I. Modstandscoefficienter i Kanaler.

Hastighed i Fod $c =$	1	1,5	2	3	5	7	10	12
Modstands-coefficient $m =$	0,0088	0,0083	0,0081	0,0079	0,0077	0,0076	0,0076	0,0075

Tab. II. Udløbsmængde i Kubikfod pr. Minut og Fald paa 1000 Fod for forskjellige Værdier af $\frac{\text{Bredden}}{\text{Dybden}} = \frac{b}{a} = r$. Udløbsmængden maa multipliceres med a^2, Faldet divideres med a.

Vandets Hastighed i Fod.	$\frac{b}{a} = r = 1$		$\frac{b}{a} = r = 2$		$\frac{b}{a} = r = 3$	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	6	0,01	12	0,01	18	0,01
0,2	12	0,03	24	0,02	36	0,02
0,3	18	0,05	36	0,03	54	0,03
0,4	24	0,08	48	0,06	72	0,05
0,6	36	0,17	72	0,11	108	0,09
0,8	48	0,28	96	0,19	144	0,16
1,0	60	0,42	120	0,28	180	0,23
1,25	75	0,64	150	0,43	225	0,35
1,5	90	0,90	180	0,60	270	0,50
1,75	105	1,20	210	0,80	315	0,67
2,	120	1,55	240	1,03	360	0,86
2,5	150	2,38	300	1,59	450	1,32
3,	180	3,39	360	2,26	540	1,88
4,	240	5,95	480	3,96	720	3,30
5,	300	9,20	600	6,14	900	5,11
6,	360	12,92	720	8,78	1080	7,32
8,	480	23,24	960	15,49	1440	12,91
10,	600	36,15	1200	24,10	1800	20,08
12,	720	51,90	1400	34,60	2160	28,83

Vandets Hastighed i Fod.	$\frac{b}{a} = r = 7$		$\frac{b}{a} = r = 8$		$\frac{b}{a} = r = 9$	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	42	0,00	48	0,00	54	0,00
0,2	84	0,01	96	0,01	108	0,01
0,3	126	0,02	144	0,02	162	0,02
0,4	168	0,04	192	0,03	216	0,03
0,6	252	0,07	288	0,07	324	0,07
0,8	336	0,12	384	0,12	432	0,11
1,0	420	0,18	480	0,18	540	0,17
1,25	525	0,27	600	0,27	675	0,26
1,5	630	0,39	720	0,37	810	0,37
1,75	735	0,52	840	0,50	945	0,49
2,	840	0,67	960	0,65	1080	0,63
2,5	1050	1,02	1200	0,99	1350	0,97
3,	1260	1,45	1440	1,41	1620	1,38
4,	1680	2,55	1920	2,48	2160	2,42
5,	2100	3,94	2400	3,83	2700	3,75
6,	2520	5,64	2880	5,49	3240	5,37
8,	3360	9,96	3840	9,71	4320	9,47
10,	4200	15,50	4800	15,06	5400	14,73
12,	5040	22,25	5760	21,63	6480	21,15

Tab. II. Udløbsmængde i Kubikfod pr. Minut og Fald paa 1000 Fod for forskjellige Værdier af $\frac{\text{Bredden}}{\text{Dybden}} = \frac{b}{a} = r$. Udløbsmængden maa multipliceres med a^2, Faldet divideres med a.

Vandets Hastighed i Fod.	$\frac{b}{a} = r = 4$		$\frac{b}{a} = r = 5$		$\frac{b}{a} = r = 6$	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	24	0,01	30	0,01	36	0,00
0,2	48	0,01	60	0,01	72	0,01
0,3	72	0,03	90	0,02	108	0,02
0,4	96	0.04	120	0,04	144	0,04
0,6	144	0,08	180	0,08	216	0,07
0,8	192	0,14	240	0,13	288	0,12
1,0	240	0,21	300	0,20	360	0,19
1,75	300	0.32	375	0,30	450	0,28
1,	360	0,45	450	0,42	540	0,40
1,5	420	0.60	525	0,56	630	0,54
2,	480	0,78	600	0,72	720	0,69
2,	600	1,19	750	1,11	900	1,06
3,	720	1,70	900	1,58	1080	1,51
4,	960	2,97	1200	2,77	1440	2,64
5,	1200	4,60	1500	4,29	1800	4,09
6,	1440	6,59	1800	6,15	2160	5,86
8,	1920	11,62	2400	10,85	2880	10,33
10,	2400	18,07	3000	16,87	3600	16,07
12,	2880	25,95	3600	24,22	4320	23,07

Vandets Hastighed i Fod.	$\frac{b}{a} = r = 10$		$\frac{b}{a} = r = 11$		$\frac{b}{a} = r = 12$	
	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.	Udløbsmængde pr. Minut.	Fald paa 1000 Fod.
0,1	60	0,00	66	0,00	72	0,00
0,2	120	0,01	132	0,01	144	0,01
0,3	180	0,02	198	0,02	216	0,02
0,4	240	0,03	264	0,03	288	0,03
0,6	360	0,07	396	0,07	432	0,07
0,8	480	0,11	528	0,11	576	0,11
1,0	600	0,17	660	0,17	720	0,16
1,25	750	0,26	825	0,25	900	0,25
1,5	900	0,36	990	0,35	1080	0,35
1,75	1050	0,48	1155	0,47	1260	0,47
2,5	1200	0,62	1320	0,61	1440	0,60
2,	1500	0,95	1650	0,94	1800	0,93
3,	1800	1,36	1980	1,34	2160	1,32
4,	2400	2,38	2640	2,34	2880	2,31
5,	3000	3,68	3300	3,63	3600	3,58
6,	3600	5,27	3960	5,19	4320	5,12
8,	4800	9,30	5280	9,16	5760	9,04
10,	6000	14,46	6600	14,24	7200	14,06
12,	7200	20,76	7920	20,45	8640	20,18

§ 93. Hydrometri.

Udløbsmængden maales:
1. ved at lade Vandet løbe ud i Kar,
2. ved Udstrømning gjennem bekjendte Aabninger,
3. ved Hydrometer, der angiver Vandets Hastighed.

Mindre Vandmængder maales bekvemmest ved Udstrømning gjennem Vandtommer, smaa runde Huller af 1 Tommes Diameter, udskaarne i en tynd Blikplade, der anbringes, saa den danner en Dæmning for Vandet. Man aabner saa mange af Hullerne, at Vandstanden indenfor bliver constant. Lader man den være 1 Linie over Hullets Overkant, saa giver en Vandtomme daglig 520 Kubikfod. Bedre er det at lade Vandstanden blive høiere, f. Ex. 1/2 Tomme over Hullets Overkant. 1 Vandtomme giver da daglig 642,8 Kubikfod.

Tabel over Vandtommer.

Vandstanden er 1/2 Tomme over Hullets Overkant.

Hullets Diameter.	Udløbsmængden i Kubikfod			
	pr. Minut.	pr. Time.	pr. Dag.	pr. Uge.
1 Tomme	0,4464	26,79	642,8	4500
1/2 —	1,1223	7,34	176,1	1233
1/4 —	0,0317	1,904	45,7	320
1/8 —	0,0088	0,524	12,65	89

Større Udløbsmængder maales ved Udstrømning gjennem rektangulære Mundinger af bekjendt Størrelse. Se Pag. 288 og 289.

Udløbsmængden af en Rende maales bekvemt naar man ved Hjælp af et Bræt, der stilles tvers over Renden opstuver Vandet og lader det løbe over Brættets Overkant. Man faar da Overfald. (Se Pag. 289). Lader man Vandet løbe under Brættet og betegner h den Høide hvortil Vandet stuves op indenfor Brættet, a Aabningens Høide, b dens Bredde, saa er:

Udløbsmængden pr. Sekund $= 0,6 \, . \, ab \, . \, \sqrt{2gh}$ $= 4,75 \, . \, ab \, . \, \sqrt{h}$. Er Brættets indre Kant afrundet, saa gaar Coefficienten 0,6 over til 0,9.

Sættes Brættet nær Enden af Renden, hvorved Vandet flyder ganske frit af, saa maales h fra Vandets Overflade til Midten af Udløbsaabningen.

Hydrometeret angiver Vandets Hastighed. Man undersøger Tverprofilets Kvadratindhold, og finder Udløbsmængden pr. Sekund, pr. Minut ved at multiplicere dette med Hastigheden pr. Sekund, pr. Minut.

Et svømmende Legeme giver Hastigheden i Overfladen; for at finde den midlere Hastighed i en lodret Linie benytter man f. Ex. 2 Kugler, hvoraf den øvre flyder, den anden hænger et Stykke under den nede i Vandet, eller en Svømmestav, der svømmer i lodret Stilling.

Den hydrometriske Propel angiver ved Antallet af Omdreininger Vandets Hastighed $c = A + B \, . \, u$. Constanterne findes ved at foretage en Række Iagttagelser for bekjendte Hastigheder.

Ved smaa Hastigheder bør man vælge en Propel med stor, ved store Hastigheder en med liden Stigningsvinkel.

Det Pitotske Rør er et i begge Ender aabent Glasrør, der er bøiet i en ret Vinkel. Den ene Gren stikkes horizontalt ned i Vandet med Aabningen mod Strømmen, den anden holdes lodret. Vandet vil da staa et Stykke høiere indeni Røret, end udenfor. Er h denne Høide, saa er Hastigheden $c = A \, . \, \sqrt{h}$, hvor Coefficienten A findes ved Forsøg.

Vandets Modstand mod et Legeme, der bevæger sig deri med en Hastighed c, og det Stød Vandet udøver paa et stillestaaende Legeme, naar det strømmer med Hastigheden c, findes at være: § 94.

$$P = m \frac{c^2}{2g} \, . \, F.d = m_1 \, . \, \frac{c^2}{2g} \, . \, F.d + m_2 \, . \, \frac{c^2}{2g} \, . \, F.d_1$$

$m_1 \, . \, \frac{c^2}{2g} \, . \, F \, . \, d$ er Trykket mod den forreste Flade;

$m_2 \, . \, \frac{c^2}{2g} \, . \, F \, . \, d$ er den Sugning, som Vandet under Bevægelsen udøver paa den bagerste Flade. F er Endefladernes Kvadratindhold, d Vandets Tæthed.

For et Prisme, der bevæger sig efter sin Længderetning, varierer m_2 med Forholdet mellem Længden l og F, medens m_1 er uforanderlig.

Man har fundet, naar Legemet er ganske nedsænket i Vandet:

for Stød: naar $\frac{l}{\sqrt{F}} = 0; \quad 1; \quad 2; \quad 3$

$m_1 + m_2 = m = \quad 1,86; \; 1,47; \; 1,35; \; 1,33$

m_1 er uforanderlig $= 1,186$.

for Modstand: naar $\frac{l}{\sqrt{F}} = 0; \quad 1; \quad 2; \quad 3$

$m_1 + m_2 = m = \quad 1,25; \; 1,28; \; 1,31; \; 1,33$

m_1 er uforanderlig $= 1$.

Svømmer Legemet, saa forandres Modstandscoefficienterne. Er Legemet 5—6 Gange saa langt som bredt, saa kan man sætte: $m = m_1 + m_2 = 1{,}1$. Er den forreste Ende af Legemet tilskjærpet ved to lodrette Flader, der danne Vinkelen β, saa er:

$\beta =$	180°	156°	132°	108°	84°	60°	36°	12°
$m =$	1,10	1,06	0,93	0,84	0,59	0,48	0,45	0,44

Er den bagerste Ende alene tilskjærpet, saa er:

$\beta =$	180°	138°	96°	48°	24°
$m =$	1,10	1,03	0,98	0,95	0,92

Ere begge Ender tilskjærpede, saa bliver m mindre. For Floddampskibe har man: $m = 0{,}12$ til 0,20 og for store Sødampskibe $m = 0{,}05$ til 0,50.

§ 95. Luftarters Ligevægt og Bevægelse.

Luftens Tryk. En Atmosphæres Tryk er ligt Trykket af en Kviksølvsøile, hvis Høide $h = 29$ n. Tommer = 28 par. T. = 75,8 Centimeter ved 0° Temperatur. En Atmosphæres Tryk pr. Kvadrattomme er paa det Nærmeste = 14 ℔.

Tabel I.

Størrelsen af en Atmosphære i forskjellige Landes Maal og Vægt.

1. En Atmosphære udtrykt ved Høiden af en Kviksølvsøile.

Norske og preussiske Tommer.	Meter.	Svenske Tommer.	Danske Tommer.	Engelske Tommer.	Østerrigske Tommer.
28,98	0,758	22,19	28,98	29,84	28,77

2. En Atmosphære udtrykt ved Høiden af en Vandsøile.

Norske og preussiske Fod.	Meter.	Svenske Fod.	Danske Fod.	Engelske Fod.	Østerrigske Fod.
32,84	10,308	34,70	32,84	33,82	32,61

3. En Atmosphæres Tryk pr. Kvadrattomme.

Norske ℔ pr. n. □ Tom.	Kilogram pr. par. □ T.	Kilogram pr. □ Centimeter.	Svenske ℔ pr. sv. □ T.	Nye Danske ℔ pr. d. □ T.	Engelske ℔ pr. eng. □ T.	Preussiske ℔ pr. pr. □ T.	Østerrigske ℔ pr. w. □ T.
14,15	7,55	1,03	21,38	14,10	14,66	14,10	12,77

4. En Atmosphæres Tryk pr. Kvadratfod.

Norske ℔ pr. n. □ Fod.	Kilogram pr. par. □ F.	Kilogram pr. □ Meter.	Svenske ℔ pr. sv. □ F.	Nye Danske ℔ pr. d. □ F.	Engelske ℔ pr. eng. □ F.	Preussiske ℔ pr. pr. □ F.	Østerrigske ℔ pr. w. □ F.
2037,6	1087,7	10308	2138	2030,8	2111,2	2030,8	1839,3

Luftarters Tæthed. Efter Mariottes Lov er Luftarters Tryk p omvendt proportionalt med det Volumen V, som de indtage, og ligefrem proportionalt med Tæthederne d.

$$\text{Altsaa: } \frac{p}{p_1} = \frac{V_1}{V} = \frac{d}{d_1}.$$

Luftens Udvidelsescoefficient $\alpha = 0{,}00367$. For t^0 Celsius er Udvidelsen $= \alpha t$. Man har for forskjellige Volumener V og V_1 ved forskjellige Temperaturer t og t_1:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{d}{d_1} = \frac{1 + 0{,}00367 \,.\, t_1}{1 + 0{,}00367 \,.\, t}.$$

Luftarters Udstrømningshastighed er

$$v = 396 \,.\, \sqrt{(1 + \alpha t) \,.\, \frac{h}{b + h}} \text{ Meter}$$

$$= 1261 \,.\, \sqrt{(1 + \alpha t) \frac{h}{b + h}} \text{ Fod,}$$

hvor a paa Grund af Luftens Fugtighed bør sættes $= 0{,}004$, t Temperaturen, b den ydre Barometerstand, h Manometerstanden.

Udløbsmængden pr. Sekund, maalt efter det indre Tryk:

$$Q_1 = F \,.\, v = 396 \,.\, F \,.\, \sqrt{(1 + at) \,.\, \frac{h}{b + h}} \text{ Kub.Meter}$$

$$= 1261 \,.\, F \,.\, \sqrt{(1 + at) \,.\, \frac{h}{b + h}} \text{ Kub.fod,}$$

og maalt efter det ydre Tryk:

$$Q = 393 \,.\, F \,.\, \sqrt{(1 + at) \,.\, \frac{h}{b}} \text{ Kub.Meter}$$

$$= 1261 \,.\, F \,.\, \sqrt{(1 + at) \,.\, \frac{h}{b}} \text{ Kub.fod.}$$

naar man kan antage $\frac{h}{b} < \frac{1}{2}$.

Denne theoretiske Udløbsmængde formindskes dog ved Contraction (se Pag. 288) og maa multipliceres med en Udstrømningscoefficient m. For Udstrømning gjennem et Hul i en tynd Væg kan m sættes $= 0{,}56$ til $0{,}60$; gjennem et kort indentil afrundet konisk Mundstykke $m = 0{,}92$ til $0{,}93$; gjennem et kort cylindrisk Ansatsrør $m = 0{,}73$ til $0{,}75$.

Ved Luftarters Bevægelse i lange Rør formindskes Udløbsmængden paa Grund af Frictionen. Er Manometertrykket i Røret tæt ved Gasbeholderen h og ved Rørets Munding h_1, saa er:

Formindskelsen i Tryk $= h - h_1 = z \,.\, \frac{l}{a} \,.\, \frac{v^2}{2g} = 0{,}025 \,.\, \frac{l}{a} \,.\, \frac{v^2}{2g}$,
hvor l er Rørets Længde, a dets indre Vidde. — Betegner a_1 Mundstykkets Vidde, v_1 Udstrømningshastigheden, saa er:

$$\frac{v}{v_1} = \left(\frac{a_1}{a}\right)^2$$

Betegner $z_1 = \frac{1}{m_1{}^2} - 1$ Modstandscoefficienten for Mundstykket, hvor m_1 er Udstrømningscoefficienten, saa er Udstrømningsmængden pr. Sekund, hvor b er det ydre Tryk

$$Q = 1261 \,.\, F \sqrt{\frac{(1 + 0{,}04 \,.\, t)\, \frac{h_1}{b}}{1 + z_1 - \left(\frac{a_1}{a}\right)^4 \left(\frac{b}{b + h_1}\right)^{10/7}}} \text{ Kubikfod.}$$

For $t = 10^0$ C. og naar F er angivet i Kvadrattommer:

$$Q = 8{,}73\, F \,.\, \sqrt{\frac{\frac{h_1}{b}}{1{,}18 - \left(\frac{a_1}{a}\right)^4}} \text{ Kubikfod.}$$

Maales Manometerstanden h ved Begyndelsen af Ledningsrøret, og $t = 10^0\ C$, Fladeindholdet F i Kvadrattommer, saa er:

$$Q = 8,73 \,.\, F \,.\, \sqrt{\frac{\frac{h}{b}}{1,18 + \left(0,025 \,.\, \frac{l}{a} - 1\right)\left(\frac{a_1}{a}\right)^4}}$$

og hvis man maaler Monometerstanden h_0 i Gasbeholderen:

$$Q = 8,73 \,.\, F \,.\, \sqrt{\frac{\frac{h}{b}}{1,18 + 0,025\ \frac{l}{a}\left(\frac{a_1}{a}\right)^4}} \text{ Kubikfod,}$$

naar Rørets Aabning i Beholderen er godt afrundet, saa at Modstandscoefficienten z_0 kan sættes $=$ Nul.

Bygningskunst.

Capitel I.

Kubik- og Pristabeller m. m.

Masseberegning § 96.

sker i Regelen ved Hjælp af Længde- og Tverprofiler optagne lodret paa hverandre. Tversnit af det Legeme, der skal beregnes, indtegnes paa Tverprofilerne, og Kubikindholdet af et mellem to Tversnit (f. Ex. 1 og 2, Fig. 231 f. S.) liggende Stykke faaes med en i de fleste Tilfælde tilstrækkelig Nøiagtighed ved at beregne Fladeindholdet af begge Tversnit, tage Middeltallet af disse og multiplicere med Afstanden mellem samme.

Lad (Fig. 231) Tversnittet 1 indeholde t □ Fod og Tversnittet 2 t' □ Fod og Afstanden mellem samme være $= l$; saa er Knbikindholdet af Stykket 1—2 $= \frac{t + t'}{2} \cdot l$ Kubikfod. Til Lettelse for Indtegning og Beregning bruges ofte „Rudepapir", hvor hver Rude hensigtsmæssigst betegner en □ Fod for Tverprofilerne; for Længdeprofilerne tages Ruden efter Omstændighederne i Almindelighed 5—10 Fod lang.

Man kan herved tælle sig til saavel Antallet af Kvadratfod paa hvert Tverprofil som Afstanden mellem samme i Fod.

Da ved større Masseberegninger Kubikfavnen i Regelen danner Enheden, maa det erholdte Antal Kubikfod forvandles til Kubikfavne.

For at lette denne Forvandling følger nedenfor en Tabel, hvoraf Antallet af Kubikfavne à 200 Kubikfod (i Stedet for 216) kan aflæses umiddelbart af to paa hinanden følgende Tversnits midlere Fladeindhold i □ Fod samt Afstanden mellem samme i Fod.

Exempel: Tversnittet 1 indeholde 50 □' og
Tversnittet 2 — 60 □'

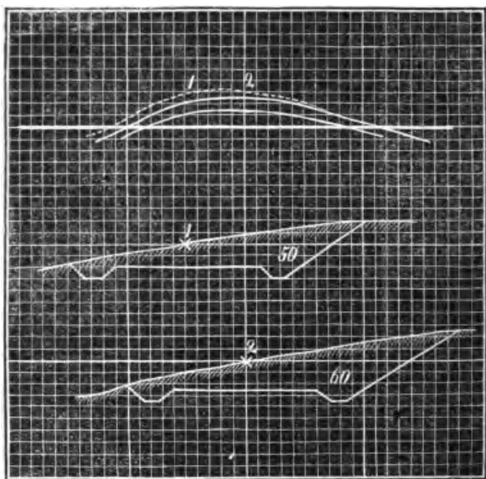
altsaa midlere Tversnit:

$$\frac{50 + 60}{2} = 55 \ \square \ \text{Fod}$$

tages Ruden 5' lang saa er Afstanden mellem Tversnittene 25',

altsaa søges i første Vertikalcolumne Tab I. 55 □' og i dennes Horizontalcolumne under den med 25 betegnede

Fig. 231.



Rubrik aflæses 6,9, som altsaa er Antatlet af Kubikfavne af den mellem begge Tversnit liggende Kubikmasse.

Denne Fremgangsmaade forudsætter, at Tverprofilerne i ujævnt Terrain tages efter Omstændighederne med kort Mellemrum.

Bidders Kubiktabeller (Tab. II) med tilhørende Formler og Brugsanvisning er vedhæftet bag i Bogen.

Tverprofil i □ Fod.	Kubikfavne for en Længde af								
	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′	45′	50′
1	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3
2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5
3	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8
4	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
5	0,1	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,3
6	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	1,1	1,2	1,4	1,5
7	0,2	0,4	0,5	0,7	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
8	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
9	0,2	0,5	0,7	0,9	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,3
10	0,3	0,5	0.8	1,0	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5
11	0,3	0,6	0,8	1,1	1.4	1,7	1,9	2,2	2,5	2,8
12	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0
13	0,3	0,7	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	2,6	2,9	3,3
14	0,4	0,7	1,0	1,4	1,7	2,1	2,4	2,8	3,1	3,5
15	0,4	0.8	1,1	1,5	1,9	2,3	2,6	3,0	3,4	3,8
16	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
17	0,4	0,9	1,3	1,7	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8	4,3
18	0,5	0,9	1,4	1,8	2,3	2,7	3,2	3,6	4,0	4,5
19	0,5	1,0	1,4	1,9	2,4	2,9	3,3	3,8	4,3	4,8
20	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
21	0,5	1,1	1,6	2,1	2,7	3,2	3,7	4,2	4,7	5,3
22	0,5	1,1	1,7	2,2	2,8	3,3	3,9	4,4	4,9	5,5
23	0,6	1,2	1,7	2,3	2,9	3,5	4,0	4,6	5,2	5,8
24	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0
25	0,6	1,3	1,9	2,5	3,2	3,8	4,4	5,0	5,6	6,3
26	0,7	1,3	2,0	2,6	3,3	3,9	4,6	5,2	5.9	6,5
27	0,7	1,4	2,0	2,7	3,4	4,0	4,7	5,4	6,1	6,8
28	0,7	1,4	2,1	2,8	3,5	4,2	4,9	5,6	6,3	7,0
29	0,7	1,5	2,2	2,9	3,7	4,4	5,1	5,8	6,5	7,3
30	0,8	1,5	2,3	3,0	3,8	4,5	5,3	6,0	6,8	7,5
31	0,8	1,6	2,3	3,1	3,9	4,7	5,4	6,2	7,0	7,8
32	0,8	1,6	2,4	3,2	4,0	4.8	5.6	6,4	7,2	8,0
33	0,8	1,7	2,5	3,3	4,2	5,0	5,8	6,6	7,4	8,3
34	0,9	1,7	2,6	3,4	4,3	5,1	6,0	6,8	7,7	8,5
35	0,9	1,8	2,6	3,5	4,4	5,3	6,1	7,0	7,9	8,8
36	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0
37	0,9	1,9	2,8	3,7	4,7	5,6	6,5	7,4	8,3	9,3
38	1,0	1,9	2,9	3,8	4,8	5,7	6,7	7,6	8,6	9,5
39	1,0	2,0	2.9	3,9	4,9	5,9	6,8	7,8	8,8	9,8
40	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
41	1,0	2,1	3,1	4,1	5,2	6,2	7,2	8,2	9,2	10,3
42	1,0	2,1	,2	4,2	5,3	6,3	7,4	8,4	9,5	10,5
43	1,1	2,2	3,2	4,3	5,4	6,5	7,5	8,6	9,7	10,8
44	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	8,8	9,9	11,0
45	1,1	2,3	3,4	4,5	5,7	6,8	7,9	9,0	10,1	11,3
46	1,2	2,3	3,5	4,6	5,8	6,9	8,1	9,2	10,4	11,5
47	1,2	2,4	3,5	4,7	5,9	7,0	8,2	9,4	10.6	11,8
48	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0	7,2	8,4	9,6	10,8	12,0
49	1,2	2,5	3,7	4,9	6,2	7,4	8,6	9,8	11,0	12,3
50	1,3	2,5	3,8	5,0	6,3	7,5	8,8	10,0	11,2	12,5

Tverprofil i □ Fod.	Kubikfavne for en Længde af									
	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′	45′	50′
51	1,3	2,6	3,8	5,1	6,4	7,7	8,9	10,2	11,5	12,8
52	1,3	2,6	3,9	5,2	6,5	7,8	9,1	10,4	11,7	13,0
53	1,3	2,7	4,0	5,3	6,6	8,0	9,3	10,6	11,9	13,3
54	1,4	2,7	4,0	5,4	6,7	8,1	9,4	10,8	12,1	13,5
55	1,4	2,8	4,1	5,5	6,9	8,3	9,6	11,0	12,4	13,8
56	1,4	2,8	4,2	5,6	7,0	8,4	9,8	11,2	12,6	14,0
57	1,4	2,9	4,3	5,7	7,2	8,6	10,0	11,4	12,8	14,3
58	1,5	2,9	4,4	5,8	7,3	8,7	10,2	11,6	13,0	14,5
59	1,5	3,0	4,4	5,9	7,4	8,9	10,3	11,8	13,3	14,8
60	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0
61	1,5	3,1	4,6	6,1	7,7	9,2	10,7	12,2	13,7	15,3
62	1,5	3,1	4,7	6,2	7,8	9,3	10,9	12,4	13,9	15,5
63	1,6	3,2	4,7	6,3	7,9	9,5	11,0	12,6	14,2	15,8
64	1,6	3,2	4,8	6,4	8,0	9,6	11,2	12,8	14,4	16,0
65	1,6	3,3	4,9	6,5	8,2	9,8	11,4	13,0	14,6	16,3
66	1,7	3,3	5,0	6,6	8,3	9,9	11,6	13,2	14,9	16,5
67	1,7	3,4	5,0	6,7	8,4	10,0	11,7	13,4	15,1	16,8
68	1,7	3,4	5,1	6,8	8,5	10,2	11,9	13,6	15,3	17,0
69	1,7	3,5	5,2	6,9	8,7	10,4	12,1	13,8	15,5	17,3
70	1,8	3,5	5,3	7,0	8,8	10,5	12,3	14,0	15,8	17,5
71	1,8	3,6	5,3	7,1	8,9	10,7	12,4	14,2	16,0	17,8
72	1,8	3,6	5,4	7,2	9,0	10,8	12,6	14,4	16,2	18,0
73	1,8	3,7	5,5	7,3	9,2	11,0	12,8	14 6	16,4	18,3
74	1,9	3,7	5,6	7,4	9,3	11,1	13,0	14,8	16,7	18,5
75	1,9	3,8	5,6	7,5	9,4	11,3	13,1	15,0	16,9	18,8
76	1,9	3,8	5,7	7,6	9,5	11,4	13,3	15,2	17,1	19,0
77	1,9	3,9	5,8	7,7	9,7	11,6	13,5	15,4	17,3	19,3
78	2,0	3,9	5,9	7,8	9,8	11,7	13,7	15,6	17,6	19,5
79	2,0	4,0	5,9	7,9	9 9	11,9	13,8	15,8	17,8	19,8
80	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0
81	2,0	4,1	6,1	8,1	10,2	12,2	14,2	16,2	18,2	20,3
82	2,0	4,1	6,2	8,2	10,3	12,3	14,4	16,4	18,5	20,5
83	2,1	4,2	6,2	8,3	10,4	12,5	14,5	16,6	18,7	20,8
84	2,1	4,2	6,3	8,4	10,5	12,6	14,7	16,8	18,9	21,0
85	2,1	4,3	6,4	8,5	10,7	12,8	14,9	17,0	19,1	21,3
86	2,2	4,3	6,5	8,6	10,8	12,9	15,1	17,2	19,4	21,5
87	2,2	4,4	6,5	8,7	10,9	13,0	15,2	17,4	19,6	21,8
88	2,2	4,4	6,6	8,8	11,0	13,2	15,4	17,6	19,8	22,0
89	2,2	4,5	6,7	8,9	11,2	13,4	15,6	17,8	20,0	22,3
90	2,3	4,5	6,8	9,0	11,3	13,5	15,8	18,0	20,2	22,5
91	2,3	4,6	6,8	9,1	11,4	13,7	15,9	18,2	20,5	22,8
92	2,3	4,6	6,9	9,2	11,5	13,8	16,1	18,4	20,7	23,0
93	2,3	4,7	7,0	9,3	11,6	14,0	16,3	18,6	20,9	23,3
94	2,4	4,7	7,0	9,4	11,7	14,1	16,4	18,8	21,1	23,5
95	2,4	4,8	7,1	9,5	11,9	14,3	16,6	19,0	21,4	23,8
96	2,4	4,8	7,2	9,6	12,0	14,4	16,8	19,2	21,6	24,0
97	2,4	4,9	7,3	9,7	12,2	14,6	17,0	19,4	21,8	24,3
98	2,5	4,9	7,4	9,8	12,3	14,7	17,2	19,6	22,0	24,5
99	2,5	5,0	7,4	9,9	12,4	14,9	17,3	19,8	22,3	24,8
100	2,5	5,0	7,5	10,0	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0

Tverprofil i □ Fod.	Kubikfavne for en Længde af									
	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′	45′	50′
101	2,5	5,1	7,6	10,1	12,7	15,2	17,7	20,2	22,7	25,3
2	2,5	5,1	7,7	10,2	12,8	15,3	17,9	20,4	22,9	25,5
3	2,6	5,2	7,7	10,3	12,9	15,5	18,0	20,6	23,2	25,8
4	2,6	5,2	7,8	10,4	13,0	15,6	18,2	20,8	23,4	26,0
5	2,6	5,3	7,9	10,5	13,2	15,8	18,4	21,0	23,6	26,3
6	2,7	5,3	8,0	10,6	13,3	15,9	18,6	21,2	23,9	26,5
7	2,7	5,4	8,0	10,7	13,4	16,0	18,7	21,4	24,1	26,8
8	2,7	5,4	8,1	10,8	13,5	16,2	18,9	21,6	24,3	27,0
9	2,7	5,5	8,2	10,9	13,7	16,4	19,1	21,8	24,5	27,3
110	2,8	5,5	8,3	11,0	13,8	16,5	19,3	22,0	24,8	27,5
1	2,8	5,6	8,3	11,1	13,9	16,7	19,4	22,2	25,0	27,8
2	2,8	5,6	8,4	11,2	14,0	16,8	19,6	22,4	25,2	28,0
3	2,8	5,7	8,5	11,3	14,2	17,0	19,8	22,6	25,4	28,3
4	2,9	5,7	8,6	11,4	14,3	17,1	20,0	22,8	25,7	28,5
5	2,9	5,8	8,6	11,5	14,4	17,3	20,1	23,0	25,9	28,8
6	2,9	5,8	8,7	11,6	14,5	17,4	20,3	23,2	26,1	29,0
7	2,9	5,9	8,7	11,7	14,7	17,6	20,5	23,4	26,3	29,3
8	3,0	5,9	8,9	11,8	14,8	17,7	20,7	23,6	26,6	29,5
9	3,0	6,0	8,9	11,9	14,9	17,9	20,8	23,8	26,8	29,8
120	3,0	6,0	9,0	12,0	15,0	18,0	21,0	24,0	27,0	30,0
1	3,0	6,1	9,1	12,1	15,2	18,2	21,2	24,2	27,2	30,3
2	3,0	6,1	9,2	12,2	15,3	18,3	21,4	24,4	27,5	30,5
3	3,1	6,2	9,2	12,3	15,4	18,5	21,5	24,6	27,7	30,8
4	3,1	6,2	9.3	12,4	15,5	18,6	21,7	34,8	27,9	31,0
5	3,1	6,3	9,4	12,5	15,7	18,8	21,9	25,0	28,1	31,3
6	3,2	6,3	9,5	12,6	15,8	18,9	22,1	25,2	28,4	31,5
7	3,2	6,4	9,5	12,7	15,9	19,0	22,2	25,4	28,6	31,8
8	3,2	6,4	9,6	12,8	16,0	19,2	22,4	25,6	28,8	32,0
9	3,2	6,5	9,7	12,9	16,2	19,4	22,6	25,8	29,0	32,3
130	3,3	6,5	9,8	13,0	16,3	19,5	22,8	26,0	29,2	32,5
1	3,3	6,6	9,8	13 1	16,4	19,7	22,9	26,2	29,5	32,8
2	3,3	6,6	9,9	13,2	16,5	19,8	23,1	26,4	29,7	33,0
3	3,3	6,7	10,0	13,3	16,6	20,0	23,3	26,6	29,9	33,3
4	3,4	6,7	10,0	13,4	16,7	20,1	23,4	26,8	30,1	33,5
5	3,4	6,8	10,1	13,5	16,9	20,3	23.6	27,0	30,4	33,8
6	3,4	6,8	10,2	13,6	17,0	20,4	23,8	27,2	30,6	34,0
7	3,4	6,9	10,3	13,7	17,2	20,6	24,0	27,4	30,8	34,3
8	3,5	6,9	10,4	13,8	17.3	20,7	24,2	27,6	31,0	34,5
9	3,5	7,0	10,4	13,9	17,4	20,9	24,3	27,8	31,3	34,8
140	3,5	7,0	10,5	14,0	17,5	21,0	24,5	28,0	31,5	35,0
1	3,5	7,1	10,6	14,1	17,7	21,2	24,7	28,2	31,7	35,3
2	3,5	7,1	10,7	14,2	17,8	21,3	24,9	28,4	31,9	35,5
3	3,6	7,2	10,7	14,3	17,9	21,5	25,0	28,6	32,2	35,8
4	3,6	7,2	10,8	14,4	18,0	21,6	25,2	28,8	32,4	36,0
5	3,6	7,3	10,9	14,5	18,2	21,8	25,4	29,0	32,6	36,3
6	3,7	7,3	11,0	14,6	18,3	21,9	25,6	29,2	32,9	36,5
7	3,7	7,4	11,0	14,7	18,4	22,0	25,7	29,4	33,1	36,8
8	3,7	7,4	11,1	14,8	18,5	22,2	25,9	29,6	33,3	37,0
9	3,7	7,5	11,2	14,9	18,7	22,4	26,1	29,8	33,5	37,3
150	3,8	7,5	11,3	15,0	18,8	22,5	26,3	30,0	33,8	37,5

Tverprofil i □ Fod.	Kubikfavne for en Længde af								
	5′	10′	15′	20′	25′	30′	35′	40′	45′	50′
151	3,8	7,6	11,3	15,1	18,9	22,7	26,4	30,2	34,0	37,8
2	3,8	7,6	11,4	15,2	19,0	22,8	26,6	30,4	34,2	38,0
3	3,8	7,7	11,5	15.3	19,2	23,0	26,8	30,6	34,4	38,3
4	3,9	7,7	11,6	15,4	19,3	23,1	27,0	30,8	34,7	38,5
5	3,9	7,8	11,6	15,5	19,4	23,3	27,1	31,0	34,9	38,8
6	3,9	7,8	11,7	15,6	19,5	23,4	27,3	31,2	35,1	39,0
7	3,9	7,9	11,8	15,7	19,7	23,6	27,5	31,4	35,3	39,3
8	4,0	7,9	11,9	15,8	19,8	23,7	27,7	31,6	35,6	39,5
9	4,0	8,0	11,9	15,9	19,9	23,9	27,8	31,8	35,8	39,8
160	4,0	8,0	12,0	16,0	20,0	24,0	28,0	32,0	36,0	40,0
1	4,0	8.1	12,1	6,1	20,2	24,2	28,2	32,2	36,2	40,3
2	4,0	8,1	12,2	16,2	20,3	24,3	28,4	32,4	36,5	40,5
3	4,1	8,2	12,2	16,3	20,4	24,5	28,5	32,6	36,7	40,8
4	4,1	8,2	12,3	16,4	20,5	24,6	28,7	32,8	36,9	41,0
5	4,1	8,3	12,4	16,5	20,7	24,8	28,9	33,0	37,1	41,3
6	4,2	8,3	12,5	16,6	20,8	24,9	29,1	33,2	37,4	41,5
7	4,2	8,4	12,5	16,7	20,9	25,0	29,2	33,4	37,6	41,8
8	4,2	8,4	12,6	16,8	21,0	25,2	29,4	33.6	37,8	42,0
9	4,2	8,5	12,7	16,9	21,2	25,4	29,6	33,8	38,0	42,3
170	4,3	8,5	12,8	17,0	21,3	25,5	29,8	34,0	38,2	42,5
1	4,3	8,6	12,8	17,1	21,4	25,7	29,9	34,2	38,5	42,8
2	4,3	8,6	12,9	17,2	21,5	25,8	30,1	34,4	38,7	43,0
3	4,3	8,7	13,0	17,3	21,6	26,0	30,3	34,6	38,9	43,3
4	4,4	8,7	13,0	17,4	21,7	26,1	30,4	34,8	39,1	43,5
5	4,4	8,8	13,1	17,5	21,9	26,3	30,6	35,0	39,4	43,8
6	4,4	8,8	13,2	17,6	22,0	26,4	30,8	35,2	39,6	44,0
7	4,4	8,9	13,3	17,7	22,2	26,6	31,0	35,4	39,8	44,3
8	4,5	8,9	13,4	17,8	22,3	26,7	31,2	35,6	40,0	44,5
9	4,5	9,0	13,4	17,9	22,4	26,9	31,3	35,8	40,3	44,8
180	4,5	9,0	13,5	18,0	22,5	27,0	31,5	36,0	40,5	45,0
1	4,5	9,1	13,6	18,1	22,7	27,2	31,7	36,2	40,7	45,3
2	4,5	9,1	13,7	18,2	22,8	27,3	31,9	36,4	40,9	45,5
3	4,6	9,2	13,7	18,3	22,9	27,5	32,0	36,6	41,2	45,8
4	4,6	9,2	13,8	18,4	23,0	27,6	32,2	36,8	41,4	46,0
5	4,6	9,3	13,9	18,5	23,2	27,8	32,4	37,0	41,6	46,3
6	4,7	9,3	14,0	18,6	23,3	27,9	32,6	37,2	41,9	46,5
7	4,7	9,4	14,0	18,7	23.4	28,0	32,7	37,4	42,1	46,8
8	4,7	9,4	14,1	18,8	23,5	28,2	32,9	37,6	42,3	47,0
9	4,7	9,5	14,2	18,9	23,7	28,4	33,1	37,8	42,5	47,3
190	4,8	9,5	14,3	19,0	23,8	28,5	33,3	38,0	42,8	47,5
1	4,8	9,6	14,3	19,1	23,9	28,7	33,4	38,2	43,0	47,8
2	4,8	9,6	14,4	19,2	24,0	28,8	33,6	38,4	43,2	48,0
3	4,8	9,7	14,5	19,3	24,2	29,0	33,8	38.6	43,4	48,3
4	4,9	9,7	14,6	19,4	24,3	29,1	34,0	38,8	43,7	48,5
5	4,9	9,8	14,6	19,5	24,4	29,3	34,1	39,0	43,9	48,8
6	4,9	9,8	14,7	19,6	24,5	29,4	34,3	39,2	44,1	49,0
7	4,9	0,9	14,8	19,7	24,7	29,6	34,5	39,4	44,3	49,3
8	5,0	9,9	14,9	19,8	24,8	29,7	34,7	39,6	44,6	49,5
9	5,0	10,0	14,9	19.9	24,9	29,9	34,8	39,8	44,8	49,8
200	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0

Ved Beregningen af den til en vis Masse Fyldning fornødne Udgravning (Skjæring) maa erindres, at Deblaiet indtager et større Volum i løst udkastet Tilstand, der ved at henstaa atter synker.

For Jordfyldninger (f. Ex. ved Vei- og Jernbanedammer) af indtil 10 Fods Høide regnes et Synkningsmon af $\frac{1}{5}$ til $\frac{1}{8}$ af Fyldningens Høide og for Fyldninger af 10 til 30 Fods Høide $\frac{1}{6}$ til $\frac{1}{10}$ alt efter Bankens Høide og Jordartens Beskaffenhed.

For Stenfyld af Sprengning regnes $\frac{1}{3}$ til $\frac{1}{4}$ Udvidning,
for Mur af Sprengn.: $\frac{1}{8}$ til $\frac{1}{10}$ Do.

Forholdet mellem Mur og oplagt Sten regnes som 21 til 27.

Udvinding. § 97.

a) Jordmaterial (med Læsning).

Prisen paa Udvinding af Jord, hvorved Materialet tillige tænkes løftet til en Høide af omtr. 3 à 4′ (f. Ex. læsset i en Trillebor) eller kastet paa en Afstand af indtil 8′ kan bestemmes: enten efter Forholdet mellem det til Løsningen fornødne Antal Spader *(S)* og Hakker *(H)*, saaledes:

	Pris pr. Kubikfavn.
$S:H = 10:0$ Sand og Muld	16 à 20 ß
$S:H = 10:5$ let Ler	24 „ 28 „
$S:H = 10:10$ alm. Ler	34 „ 38 „
$S:H = 10:15$ haard Do.	44 „ 48 „
$S:H = 10:20$ Aur, haard	54 „ 58 „
$S:H = 10:25$ à 30 Do., stenblandet og haard	64—70—80

eller efter direkte Erfaringer for den samlede Udvindings Kostende for hver enkelt Jordart efter nedenstaaende Tabel.

	Pris pr. Kubikfavn.
Løs Sand	16 à 20 ß
fast, vaad Do.	24 „ 26 „
lerblandet Do.	36 „ 38 „
haardere lerblandet Do.	46 „ 48 „
Muld, løs (løspløiet Madjord)	18 „ 20 „
almindelig Madjord	22 „
sandblandet Do.	20 „
noget stenblandet eller vaad	24 „

	Pris pr. Kubikfavn
græsbunden	22 á 24 ß
Myrjord	30 „ 40 „
almindelig Ler	34 „ 38 „
haard Do.	44 „ 48 „
stenblandet Do.	50 „ 60 „
blød Do.	42 „ 46 „
seig Do.	50 „ 60 „
Aur, middels	36 „ 40 „
Do., haardere	48 „ 56 „
Do., haard og stenblandet	63 „ 70—80
Grus, noget stenblandet	30 „ 36 „
Do., vandsyg	36 „ 40 „
Do., harpet	60 „ 84 „
Smaasten, Singel udskilt af Grus	72 „ 120 „

hvorved for middels Arbeidere kan opnaaes en Dagløn af . . . 40 à 50 ß
for dygtigere . . . . . „ . . . 50 „ 60 „

Til Vedligeholdelse og Slitage af Redskaber kan efter Jordartens Beskaffenhed regnes 1 à 2 pCt. af Arbeidslønnen.

For Læsning af allerede udvundet Material vil naturligvis Prisen variere efter Materialets Beskaffenhed og specifike Vægt; den udgjør for middels tungt Material, almindelig Jord og Grus:

for Trillebor omtrent	16 à 18 ß	pr. Kubikfavn,
Kjærre og Gruskasse	18 „ 24 „	Do.,
mindre Jernbanevogn	20 „ 26 „	Do.,
større Do.	30 „ 34 „	Do.,
do. Do. for Lokomotiv	32 „ 36 „	Do.,

for Puksten kan regnes . . . . . . 6 „ 8 „
og for Kult samt Sten til Stenlag og Puk. . . . . 16 à 24 „ mere end for Jord.
Læsning af større Sten til Stikrender m. m. paa Slæde eller lav Stenvogn . . . . . . 60 à 72 ß pr. Kubikfavn
for større Mursten . . . . 72 „ 96 „ Do.

b) Fjeld- og Stenmaterial.

Slagning og Pukning:

	Pris pr. Kubikalen.
af 6 Toms Sten	4 à 6 ß
3 à 4 „ Do.	8 à 10 „
2 „ Do.	12 à 14 „
1 à $1^1/_2$ „ Do.	16 à 24 „

* Brolægningssten, huggen, 6 à 7" høi, 4 à 6" i □ pr. □ Favn omtrent . . . . 2 Spd.

Udvinding af Sten:

	Pris pr. Kubikfavn.
i smaastenet Urd	1 Spd. à $1^1/_5$ Spd.
i noget storstenet Do.	$1^1/_5$ — à $1^3/_5$ —
i meget storstenet Do.	2 — à $2^2/_5$ —

i løsere Sorter Fjeld, som:

Lerskifer m. m., hvoraf meget kan udbrydes uden Minering	$1^2/_5$ — à 2 —

For at give en saa vidt mulig samlet Oversigt over Forbrug og Omkostninger ved Fjeldsprængning med Anvendelse af de almindeligst i Brug værende Spængstoffe følger en Tabel, der indeholder Resultater af flere udførte Sprængningsarbeider, og hvoraf med Lethed kan uddrages de for almindelig forekommende Tilfælde tilnærmelsesvis passende Materialforbrug og Arbeidspriser pr. Kubikfavn.

---

*) Gravning, Sætning, Stampning omtrent 40 à 42 ß pr. □ Favn.
Sand hertil (3 à 5 Tdr.) omtrent . . . 20 à 24 ß - —

Tab. III. Erfaringer om midlere Forbru…

	Antal Kubikfavne.	Medgaaet pr. Kubikfavn.								
		Dagsværk.	Antal Tommer Smaabor boret.	℔			Alen Lunte.	℔		Tdr. Kul.
				Krudt.	Dynamit.	Nitroglycerin.		Staal.	Jern.	
fra Veianlæg	1000	-	-	3	-	-	10	0,3	g) 4	0,15
Do.	125	6,3	207	a) 4,71	-	-	9,47	-	-	-
Do.	115	4,36	121	-	-	d) 1,3	5,0	-	-	-
Do. . . .	168	3,1	131	-	-	1,19	5,0	0,23	-	-
Do.	815	4,3	113	0,11	-	d) 1,43	3,7	0 2	-	-
Do.	68,47	4,02	236	a) 4,31	0,004	-	12,0	0,294	e) 0,25	0,07
Do.	103,9	2,74	148,5	0,4	b) 1,92	-	7,0	0,124	e) 0,42	0,03
Do.	28	6,1	332	a) 6,54	-	-	17,2	-	-	-
Do.	45	4,7	272		c) 2,47	-	11,5	-	-	-
andre Arbeider	1300	8	200	3,37	-	-	12,5	0,36	2,4	-
Kanalarbeide	139	-	450	4	-	-	19,0	1,0	-	1/4
Do.	f) 1060	-	345	$5^1/_4$	-	-	14	0,88	g) $5^3/_4$	1/4
Do.	128	5,5	-	2,38	0,16	0,42	8,7	-	-	·
Do.	583	-	12	7,3	-	-	24	1,4	g) $4^1/_2$	6
Do.	61	13,6	573	5,0	2,01	-	21,7	-	-	·
Jernbanearbeider . . . . / Tunnel og Hvælv tils. . .	108	17,5	-	0,33	5,67	-	30,8	g) 1,9 til	g) 1,34 Bor.	[illegible]
Tunnel. Hvælvet alene . .	218	-	-	0,7	11,9	-	81,0	4,35	0,32	·
Do. Bundsprængning . . .	167	-	-	0,84	8,58	-	20,5	-	3,0	·

Anm.: aa) 14 ß pr. ℔. b) 54 ß pr. ℔.
c) 60 ß pr. ℔. d) 88 ß pr. ℔.

Omkostninger pr. Kubikfavn Sprengning.

Omkostninger pr. Kubikfavn: Smed og Dreng.	Kul.	Til Boring alene.	Til Boring og Brydning.	Sprengmaterial med Tilbehør.	Slitage paa Redskab.	Ialt Sum.	Daglig Fortjeneste.	Anmærkninger.
ß	ß	Sp. ß	Sp. ß	Sp. ß	ß	Sp. ß	ß	
36	-	2. 60	—	—	-	—	-	for det Meste frit Udslag. Porfyr.
38,5		—	2. 46	- 80	-	3. 74	48	haardt Fjeld. (Krudt og Nitroglycerin.) (Erfaringerne foretagne med særlig Hensyn paa Sammenligning mellem)
20,9		—	1. 44	1. 15	5,0	2. 93	48	for det Meste haardt Fjeld.
28,0		—	1. 3	1. 8	7,4	2. 34	48	tildels lettere Sprængning med lidt Urd iblandt.
—		—	1. 84	1. 35	3,0	3. 2	48	for det Meste haardt Fjeld.
29		—	1. 73	- 92,5	4,0	2. 77	48	Kutting, 18' bred, skiktet og noget løs Granit. (Krudt & Dynamit)
15,5		—	1. 11,5	- 116	3,0	2. 40	48	
88,9		—	2. 50,8	- 108,7	12,0	4. 92	48	fast Fjeld mindre godt at sprænge.
67,4		—	1. 106	1. 44	9,8	4. 7,5	48	
25		1. 6	—	—	-	—	-	frit Udslag.
75		2. 98	—	—	12	—	-	Kutting, 22' bred, Gneis.
46	-	1. 87	—	—	18	3. 97	-	Fjeldet sprødhaardt men letsprængt, 30 à 40' dyb Kutting.
—		—	2. 80	- 89,8	-	3. 70	57,14	tildels Kutting, Vandtræk. Transport 135' langt, 6,4' høit.
80		—	—	—	Div. 46	6. 105	-	Kutting 15 à 25' dyb, Gneis, haard og seig at bore, meget vanskelig at sprenge og uheldig skiktet.
1 Sp. 30 ß		3. 46	5. 52	1. 62,9	-	7. 118	57	Rende 14' bred 11' dyb, haard Skifer med Gauge. Transport 150' langt 9' høit.
—		—	9. 114	3. 7	19,3	13. 65	69,6	Porfyrart, haard, slettefuld, Transport 360 Fod.
1. 38		—	11. 116	6. 85	4	20. 46	-	med Transport.
„ 29,6		—	4. 94	1. 116	10	7. 10	-	

e) blot Mineredskab.
g) til samtlige Redskaber for Minering og Brydning.
f) ikke indbefattet Afpudsning heller ikke Sprengning i Elven.

Af Tabellen fremgaar, at der ved Anvendelse af de stærkere men kostbarere Sprengstoffe, især Nitroglycerin, ligeoverfor almindeligt Krudt opnaaes en Besparelse, der især hidrører fra mindre Boring og dernæst fra mindre Smedarbeide og Redskabshold. Erfaring lærer dog, at Krudt i Regelen bliver billigst for Smaasprængning, saasom Grøftesprængning, Snabbeskud m. m. samt tildels i vegt og spaltet Fjeld, og at der saaledes ikke udelukkende bør bruges et Sprengstof alene, men et stærkere til større Tag og fastere Fjeld samt større Stene og et svagere (Krudt) for Smaasprængning.

§ 98. Transport.

P = Prisen for Transport af 1 Kubikfavn Jord.
D = Dagløn i Skilling.
T = Arbeidstiden i Timer pr. Dag.
K = Indholdet af Transportredskabet i Kubikfavne (NB. i Tabellen i Kubikfod).
L = Transportlængde i Fod.
v = Middelhastigheden pr. Time i Fod.
C = Tidstab ved Aflæsning og Vending af Transportredskabet, samt ved andre tilstødende Omstændigheder som Aftale m. m. pr. Vending; for Hestetransport indbefatter C tillige Tiden for Paalæsning og vil i dette Tilfælde variere efter Materialets Beskaffenhed og andre Omstændigheder.
s = en Coefficient, der, efter det transporterede Materials specifike Vægt kan variere fra 0,5 til 1,5 for Jord, og for Sten gaa op til 2. For Material med en specifik Vægt af 1,6 til 1,7 eller 100 à 110 ℔ pr. Kubikfod tænkes $s = 1$ (om s se nedenfor).

Man har: Tiden for en Vending $= \frac{2L}{v} + C$ og det daglige Antal Vendinger $= \frac{T}{\frac{2L}{v} + C}$, hvilket multipliceret med Transportredskabets Indhold giver den daglig transporterede Masse, og dette multipliceret med Prisen for 1 Kubikfavn giver:

$$D = \frac{T}{\frac{2L}{v} + C} \times K \times P.$$

hvoraf Prisen paa en Kubikfavn findes:

$$P = s\,\frac{D}{T\,.\,K}\left(\frac{2L}{v} + C\right) \text{ paa horizontal Vei.}$$

Ved Benyttelse af denne Formel er Tabellen paa følgende Side udarbeidet.

Værdierne af v og C ere naturligvis afhængige af Førets, Veirets og tildels Materialets Beskaffenhed og maa under særegne Forhold særskilt bestemmes.

Til Bestemmelse af s anføres:

	Vægt af en Kubikfod i ℔:
almindelig Tørv	35—50
let Plantejord	74—86
Mergel	90—100
tør Sand	85—90
Jord med Kis og Sand	114
vaad Sand	114—118
lerholdig Sand	105
Jord med smaa Stene	120
lettere Sorter Ler	100—110
sværere Sorter Do. indtil	150
Sandsten	120—160
almindelig Bygningssten	140
Porfyr	150
Bassalt	180—190
Lerskiffer, Kalksten, Granit, Syenit, Gneis	150—180—190
Murværk af Teglsten	94
Do. „ Sandsten	126
Murværk af almindelig Brudsten med Bindematerial	148

Er altsaa $s = 1$ for almindelig let Ler $= 100$ ℔
saa er $s = 1{,}5$ for tyngste Sort Ler $= 150$ „
$s = 0{,}8$ for let Pantejord o. s. v.

Tab. IV. Transportomkostninger pr.

	Trillebor paa Plankebane: 1 Mand.			Haandkjærre paa Plankebane, 2 Mand.
	Et Redskab læsses, medens et andet borttranspor			
Lassets Størrelse i Kb.fod.	2	3	4	14
Middelhastighed i Fod i Timen v	9000	8600	8000	9000
Tidspilde i Timen C	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{30}$
Formel $P =$	$D\left(\frac{L'}{400}+0{,}12\right)$	$D\left(\frac{L'}{600}+0{,}1\right)$	$D\left(\frac{L'}{750}+0{,}09\right)$	$D\left(\frac{L'}{3000}+0{,}05\right)$
naar $D = 50$ ß f. 1 Md., $D = 100$ ß f. 2 Md., $D = 90$ ß f. Hest og Mand, $P =$	$\frac{L}{8}+6$ ß	$\frac{L}{12}+5$	$\frac{L}{15}+4{,}5$	$\frac{L}{30}+5$
Tillæg for Ordning af Banen ved Ladepladsen og for Hjælp ved Aflæsningen ß	„	„	„	2
Do. + Læsning ß	16	18	18	26
Transport (alene) paa 100′ koster ß	18,5	13,3	11,2	8,3
Transport med Læsning og Aflæsning paa 100′	36,5	31,3	29,2	34,3
Do. 400′	72	56,3	49,5	44,3
Do. 800′	„	89,6	76	58
Do. 1200′	„	„	„	71
Do. 1600′	„	„	„	84
Do. 2000′	„	„	„	„
Do. 4500′	„	„	„	„
Do. 9000′	„	„	„	„
Tillæg for Løftehøide alm.	Regel: 1′	Løftehøi	de svarer	i Omkost-
Redskabernes og Baners Vedligeholdelse og Slitage i pCt. af Transportomkostningerne		8 à 10 %		12 à 16 %
Banelægning uden Material. pr. løb. Alen. ß	„	„	„	2 à 3
Transportredskabets Kostende Spd.	2	2 à $2^1/_2$	$2^1/_2$ à 3	15 à 20

Anm. Pr. Kub. Al. er for Hest og Kjærre paa 8 Kb.fod $P = 1{,}32\ \frac{L}{1000} + {}^3/_4$ ß

— — — — - 12 — $P = 0{,}0\ \frac{L}{1000} + {}^2/_3$ ß

— — — Slæde - 24 — $P = 0{,}6\ \frac{L}{1000} + {}^2/_3$ ß

— — — — - 32 — $P = 0{,}46\ \frac{L}{1000} + {}^2/_3$ ß

Kub. Favn paa horizontal Bane *(s = 1)*.

Vogn paa Skinnegang, 2 Mand. ... teres.	1 Hest og Mand paa Vei med Kjærre.	Kjærre.	Slæde.	Slæde.	1 Hest og Mand paa Skinnebane, en Vogn læsses, medens den anden borttransporteres.
	Hesten venter under Læsningen, Kjøreren deltager i Do. (3 Læssere).				
24	8	12	24	32	50
10000	13500	12000	11000	10000	10000
$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
$D\left(\frac{L'}{5555}+0{,}036\right)$	$D\left(\frac{L'}{2500}+0{,}22\right)$	$D\left(\frac{L'}{3333}+0{,}18\right)$	$D\left(\frac{L'}{6111}+0{,}18\right)$	$D\left(\frac{L'}{7143}+0{,}18\right)$	$D\left(\frac{L'}{12500}+0{,}05\right)$
$\frac{L}{56}+4$	$\frac{L}{28}+20$	$\frac{L}{37}+16$	$\frac{L}{68}+16$	$\frac{L}{80}+16$	$\frac{L}{140}+5$
2	1	1 à $1^1/_2$	2	2	6 à 8
26	25	$25^1/_2$	26	26	36
5,7	23,6	18,7	17,5	17,2	5,7
31,7	48,6	44,2	43,5	43,2	41,7
37,0	59,3	51,8	48	47	44
44	73	63	53,6	52	46,7
51,4	„	74	59,6	57	49,6
58,6	„	84,3	65,5	62	52,4
66	„	95	71	67	55.3
110	„	162,6	108	98	73
190	„	284	174	134	103
ninger til 25 à	30' Trans	port paa	horiz. Vei	(Constant	en fraregnet)
10 à 15 %	5 à 6 %	5 á 6 %	4 %	4 %	15 à 20 %
2 à $2^1/_2$	„	„	„	„	2 à 3
25 à 30	10 à 12	12 à 14	6 à 8	6 à 8	50 à 60

med 0,66 ß Tillæg for hver 500 Fod.

med 0,5 ß Do. for hver 500 —

med 0,3 ß Do. for hver 500 —

med 0,23 ß Do. for hver 500 —

For Lokomotivtransport paa smalsporet Bane kan exempelvis anføres følgende Erfaring:

Lokomotiv med 13 Tons Drivhjultryk (Ballastkjøring).

Stigning,	Antal Vogne i Sættet,	Antal Kbfv. i Farten.	Pris. pr. Kubikfv.
1 : ∞	—	—	$P = \frac{L}{1500} + 1{,}5$ ß
1 : 130	20	8,3	$P = \frac{L}{1000} + 3{,}5$ ß
1 : 70	12	5	$P = \frac{L}{750} + 5$ ß
1 : 40	7	3	$P = \frac{L}{500} + 7$ ß

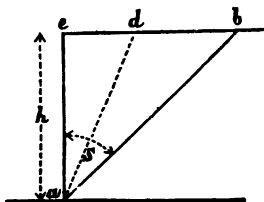
hvortil kommer Læsning og Aflæsning 34 à 36 ß, Banelægning omtr. 2 ß pr. Alen samt Materialier hertil m. m., der maa bestemmes efter de forhaandenværende Omstændigheder.

Valget af Transportmaaden for et vist Arbeide afhænger fornemmelig af det bevægende Materials Masse, den midlere Transportlængde samt af den Tid, i hvilken Arbeidet skal udføres. I Forbindelse hermed maa tages i Betragtning de større eller mindre Omkostninger ved Anskaffelsen af det for det ene eller andet Transportsystem nødvendige Materiel og dettes mulige Salg eller Benyttelse ved andre Anlæg o. s. v., hvilket ved hvert Arbeide særskilt maa bestemmes.

Under Forudsætning af, at et Arbeide er af den Størrelse, og har den Beliggenhed, at Benyttelse af Skinnebane med dertil hørende Materiel er berettiget, viser foranstaaende Tabel, at Trillebortransport i dette Tilfælde ikke bør strækkes ud over . . . . 100′,
hvorefter Skinnebane bør benyttes, og hvor saadan ikke haves, ikke over . . . . 400′,
hvorefter Hest og Kjærre bør bruges.

§ 99. Jordtryk og Mur.

Fig. 232.



ab, Fig. 232, være de naturlige Jordskraaning, den Vinkel som den naturlige Skraaning danner med Verticalen *a . e.*, saa angive det Prisma, som indesluttes af Halveringslinien af Vinkelen *S* og Verticalen, de største Jordtryk.

Betegnes f. Ex. en Støttemurs Høide *ae* med *h*, Vægten af en Kubikfod Jord med

w, saa er, naar Jorden er horizontal ved Overfladen af Muren og Cohæsionen sættes ud af Betragtning,

$$\text{Jordtrykket } Q = \frac{wh^2}{2}\left(\text{tang. } \frac{1}{2} S\right)^2 \dots 1.$$

$$\text{Høiden af Angrebspunktet for Trykket} = \frac{1}{3} h.$$

Rager den støttendes Jordmasse opover Muren, og betegnes fremdeles Murhøiden med *h* og Punktet *b*'s Høide over Murkronen med *h'*, saa er:

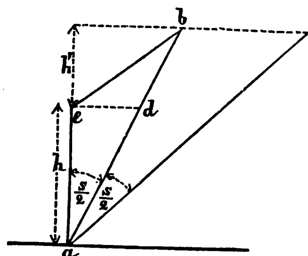


Fig. 233.

da $ed = h \,.\, \text{tang. } \frac{1}{2} S.$

$$Q = \frac{wh}{2}(h + h')\left(\text{tang. } \frac{1}{2} S\right)^2 \dots 2$$

De forskjellige Værdier for *S* ere:

for Muld og Ler skiktevis, faststampet	20—30°
- Muld, Ler og Kis i naturlig fugtig Tilstand .	45°
- løs, tør Sand og fin Kis	50—60°
- Muld og Ler, gjennemtrængt af Vand	70—75°

Vægten af de forskjellige Jordarter er:

ædvanlig tør Madjord	80 ℔	pr. Kubikfod.
n Sand, Ler	90 à 100	—
ugtig Jord	100 à 120	—
Murværk	120 à 140	—

Se forøvrigt § 98 Pag. 329.

Betegner endvidere

b Tykkelsen af en Mur,
W Vægten af en Kubikfod Mur,
f Rivningscoefficienten mellem Murfladerne, og
k en til nødvendig Sikkerhed svarende Siabilitetscoefficient,

saa findes for Udglidning:

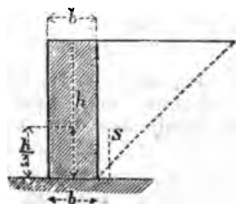


Fig. 234.

$$b = k\,\frac{wh}{2fW}\left(\text{tang. } \frac{1}{2} S\right)^2 \dots\dots 1.$$

og for Omstyrtning:

$$b = h \text{ tang. } {}^1/_2\, S \sqrt{\frac{kw}{3W}} \quad \ldots\ldots \quad 2.$$

for Mure, der ikke ere udsatte for Rystning, tages $k = 2$, for stærkt rystede $= 2{,}5$, $f = 0{,}7$. Indsættes disse Værdier i Ligningerne, saa faar man:

for $S = 30^0$ og $w = 80$ ℔	$S = 45^0$ $w = 100$ ℔	$S = 70^0$ $w = 100$ ℔
$b = 0{,}17\,h$	$b = 0{,}3\,h$	$b = 0{,}52\,h$ for Omstyrtning
$b = 0{,}16\,h$	$b = 0{,}2\,h$	$b = 0{,}6\;\; h$ for Glidning

d. e. for gunstigste Tilfælde $b = 0{,}2\,h$
„ middels $b = 0{,}3\,h$
„ ugunstigste $b = 0{,}6\,h$

Fig. 235.

Har Muren en ydre Skraanidg n paa hver Fod af Høiden, er dens Kronetykkelse b og Basis b' og er den støttendes Jordmasses Høide over Murkronen h', saa er for Glidning

$$b = \frac{k}{2}\,\frac{(h + h^1)^2\, w}{fh\, W}\left(\text{tang. } \frac{1}{2}\, S\right)^2 + {}^1/_2\, vh \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1$$

og for Omkantning

$$b = -nh + \text{tang. } \frac{1}{2}\, S \sqrt{\frac{kw}{3W}\,\frac{(h + h_1)^3}{h} + {}^1/_3\, h^2 n^2} \quad \ldots \quad 1$$

$$b^1 = b + nh. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exempel. Hvilken Styrke maa en 15′ høi Mur erholde, der med tilstrækkelig Sikkerhed skal støtte en 25′ høi Jordbakke uden at kante, under Forudsætning af at

$S = 45^0$
$w = 100$
$W = 140$
$n = {}^1/_5\, h$
og $k = 2$
her er $h = 15$ og $h + h' = 25$

$$\text{altsaa } b = -3 + \text{tang. } 22\tfrac{1}{2}^0 \sqrt{\frac{10}{21} \cdot \frac{15625}{15}} + 3$$

$$= -3 + 0{,}4142 \sqrt{499}$$

$$b = -3 + 9{,}23 = 6{,}23'$$

$$b' = 6{,}23 + 3 = 9{,}23'$$

I Praxis synes man i Almindelighed ikke at benytte en saa stor Stabilitetscoefficient, idet man i Regelen nøier sig med nedenstaaende Dimension:

Høide i Fod.	Kronebredde i Fod.	
	Tørmur.	Mørtelmur.
4 — 8′	$2\frac{1}{2}$ til $3\frac{1}{2}'$	2 til $2\frac{1}{2}'$
12	$3\frac{1}{2}$ — 4	3 — $3\frac{1}{2}$
16	4 — $4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$ — 4
20 og derover	$\frac{h}{4}$	$\frac{h}{5}$
med Skraaning af	$\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$ — $\frac{1}{8}$

For mindre eller meget uregelmæssig Sten tages den ydre Skraaning for Tørmur noget større, indtil $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{3}$.

Fritstaaende Mure og Husmure. § 100.

Betegner h Murens Høide,
— b dens Tykkelse,
saa er for fritstaaende Mure efter Rondelet:

$$b = \frac{h}{8}.$$

Ved ubedækkede Omfangsmure:

$$b = \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}} \cdot \frac{h}{8}$$

hvor l = Murens Længde. For cylindriske Mure:

$$b = \frac{d}{\sqrt{d^2 + 16\,h^2}} \cdot \frac{h}{8}$$

hvor d = Murens ydre Diameter.

For Omfangsmure i et en Etages Hus, der ikke lider noget Sidetryk af Tagspærrerne, er, naar Husets Dybde $= f$,

$$b = \frac{f}{\sqrt{f^2 + h^2}} \cdot \frac{h}{12}.$$

For Vaaningshuse med et Værelses Dybde er efter Rondelet for Frontmuren

$$b = \frac{2f + h}{48} + 1 \text{ Tomme}$$

og for saadanne med to Værelsers Dybde

$$b = \frac{f + h}{48}.$$

Ved gjentagen Anvendelse af denne Formel kan man bestemme Murtykkelsen for hver enkelt Etage. Antages en Etages Høide til 12′, saa findes Formindskelsen i Murtykkelse for hver Etage

$$= \frac{h}{48} = \frac{12}{48} = 1/_4 \text{ Fod.}$$

En Mellemmurs Tykkelse kan bestemmes efter Formelen

$$b = \frac{l' + h}{36} + n \text{ Tommer}$$

hvor l' = Længden af Mellemmuren
h = Høiden af Do.
n = Antallet af Etager.

Maa en Bygnings Frontmur udholde et vist Horizontaltryk H af Taget, saa har man til Bestemmelse af dens Tykkelse efter Ardant:

$$b = -\frac{G}{hW} + \sqrt{\left(\frac{G}{hW}\right)^2 + \frac{12H}{hW} - \frac{b_1 h_1'}{h}} \text{ Fod.}$$

hvor b som ovenfor Murens Tykkelse,
G Vægten af Taget,
h Murens Høide til Sperrefoden,
h_1 og b_1 Høiden og Tykkelsen af Overmuringen,
W Vægten af en Kubikfod Mur.

Pristabeller.

§ 101.

Tab. V. a. Priser paa Rundtømmer af Furu pr. løbende Fod.

Længde Fod.	Christiania.	Glommendalen 1870.	Laurvig 1869.	Chr.sandske Vasdrag 1870.	Bergen (Vos) 1869.	Ørkedal (1870).	Nordland Vefsen *) 1870.
	ß	ß	ß	ß	ß	ß	ß
10—15	2	1—1,1	1¾	1,2—1,4	1½—2	1,2—1,3	1,2
20	2	1,3	2¼	1,6	2½	1,4	1,3
25	2½	1,6	2¼	1,8	3	1,5	1,4
30	3	2,0	2¾	2	3½	1,6	2
35	3	2,5		2,2	4	1,8	2,6
40	3¼	3,0			4½	2,0	3,6
10—15	2½	1,2—1,4	2¼-2½	1,6—1,8	3—3½	1,5—1,6	1,5
20	2¾	1,6	2¾	2	4	1,7	1,6
25	3	1,9	3	2,2	4½	1,8	1,8
30	3¼	2,3	3¼	2,4	5	1,9	2,4
35	3¼	2,8		2,8	5½	2,1	3,4
40	3½	3,4			6¼	2,4	4,8
10—15	3	1,6—1,8	2¾-3	2,3—2,4	5—5½	2,6—2,7	1,6—1,7
20	3¼	2,0	3¼	2,5	6	2,9	1,8
25	3½	2,3	3½	3,0	6½	3,1	2
30	3½	2,7	3¾	3,2	7	3,3	3,1
35		3,2		4,0	7½	3,6	4,8
40		4,0			8	4,0	7,5
10—15	4	2,0—2,3	3¼-3¾	2,8—3,1	6½—7	3,6—3,7	2,0—2,2
20	4	2,7	4½	3,3	7½	3,9	2,2
25	4¼	3,2	5	3,6	8	4,2	2,4
30	4½	3,8	6	4,1	8½	4,5	4,0
35		4,4		5,3	9	4,9	
40		5,1			10½	5,5	
10—15	4½	3,5—3,7	4½-5	3,1—3,2	8—8½	4,6—4,7	3,4
20	5	4,0	5½	4,0	9	5,0	3,5
25	5½	4,5	6½	4,5	9½	5,3	3,8
30	5½	5,1	7½	5,3	10	5,7	
35		5,8		8,0	11	6,2	
40		6,0			12½	7,0	
10—15	5½	5,0—5,2	5½-6½	4—4,4	9½—10	6,1—6,4	4,0
20	5½	5,5	8	5	10½	6,8	4
25	6—7	6,0	9½	5,8	11	7,4	4,5
30		6,6	12	7,6	11½	8,0	
35		7,3			12½	8,8	
40		8,2			13½	9,6	
10—15	8½—9	7,0—7,3	7½-9½	5—5,5	11—12	7,6—7,9	4,3
20	9	7,8	10	6,3	13	8,3	4,5
25	10	8,4		8,4	14½	8,9	5,3
30		9,1		12,6	15½	9,6	
35		9,8			16½	10,4	
40		10,8			17½	11,4	

*) Gran.

Pris paa Planker og Bord af Furu (første Sort) pr. løb. Fod.

Dimension i Tom.	Christiania[1].		Laurvig[3].	Bergen (Voss).	Ørkedalen[4].	Nordland (Vefsen).
	ß		ß	ß	ß	ß
3 × 9″	5 1/2		5 1/2	5	3,0	3 3/8
3 × 8			5	4	2,63	3
3 × 7			4 1/2	3	2,25	2 5/8
3 × 6			4	2,5	1,87	
3 × 5			3 1/4	2	1,50	
2 1/2 × 9			4 1/2	4,1	2,46	
2 1/2 × 8			4	3,5	2,15	
2 1/2 × 7	2 1/2		4	2,5	1,84	2 3/16
2 1/2 × 6	2		3	2	1,53	2
2 1/2 × 5			2	1,7	1,23	
2 × 9			3 1/2	3,5	1,94	2,25
2 × 8			3	3	1,70	2
2 × 7			2 1/2	2	1,46	1,75
2 × 6	1 1/4		2 1/4	1,7	1,22	1,5
2 × 5	1		2	1,4	0,97	
1 1/2 × 9			3	3	1,46	
1 1/2 × 8			2 1/2	2,5	1,28	1,5
1 1/2 × 7			2 1/4	1,8	1,10	1,3
1 1/2 × 6			2	1,5	0,92	1,1
1 1/2 × 5			1 3/4	1,0	0,74	
1 1/4 × 9	2 1/2		2 1/4	2,2	1,18	
1 1/4 × 8	2—2 1/2		1 3/4	2	1,06	1,25
1 1/4 × 7	1 1/2		1 1/2	1,5	0,94	1,1
1 1/4 × 6	5/6		1 1/4	1,2	0,82	0,9[illegible]
1 1/4 × 5	5/8		1	0,8	0,67	
1 × 9			1 3/4	1,4	0,96	1,1[illegible]
1 × 8			1 1/2	1,2	0,86	1,0
1 × 7			1 3/8	1,0	0,76	0,8[illegible]
1 × 6	2/3		1 1/8	0,8	0,66	0,7[illegible]
1 × 5	1/2		5/8	0,6	0,57	
3/4 × 9				0,7	0,76	
3/4 × 8					8,70	
3/4 × 7					0,64	
3/4 × 6				.	0,58	0[illegible]
3/4 × 5				0,4	0,51	

1) 2den Sort 9/10, 3die Do. 8/10 } af Pris paa 1ste Sort.

2) 2den Sort 4/5—3/4, 3die Do. 3/5—1/2 } af Pris paa 1ste Sort.

3) 2den Sort 2/3 og 3die Sort omtrent 1/3 af Pris paa 1ste Sort.

4) I Namdalen omtrent 1/2 ß mere pr. løb. Fod.

a) Almindelige Priser paa Murmaterialier.	Pr.	Christiania. Spd.	Christiania. Sk.	Bergen. Spd.	Bergen. Sk.	Throndhjem. Spd.	Throndhjem. Sk.	Christianssand. Spd.	Christianssand. Sk.
Udmineret Graasten . .	Kub.favn	5	60	7 à 13	—	2	60	10	—
Mursten, almindelige (9″, 4¼″, 2½″)	1000	5	60	9	60	7	60	9	60
Profilmursten, alm. fasede	—	7	60		—	—	—		—
Ildfaste Mursten . . .	—	17	—	21 à 23	—	2[1]	60	18 à 22	—
Røde Tagsten, alm.*) .	—	10 à 12	—	9 à 12	60 60	12	—	10	—
Graa uglacerede Tagsten	—	14	—		—	—	—	15	—
Glacerede holl. Tagsten .	—	22—24	—	25 à 27	—	—	—	25	—
Mønnepander	Stk.	—	5½	—	6 à 8	—	3[2]	—	3[2]
Stenkalk[4] (1 Td. = 2 Td. Kulekalk)	Læst.	5 à 5	60	10[3]	—	8	—	9	60
Kulekalk	—	—	—	—	—	—	—	5	60
Melkalk	—	3	—	—	—	[5]	54	4	—
Portlands Cement, Vægt 1 Sk℔ pr. Tønde . .	Tønde.	2	24	2 à 3	96 24	2	84	3	—
Indenlandsk do. do. .	—	1	60	2	60		—	2	—
Ildfast Leer	Sk℔	2	—	1 à 1	12	2	20	—	100
Gibs	L℔	—	30	—	96	—	—	—	18
Mursand[4]	Tønde.	—	10	—	20 à 24	—	10 à 12	—	10
Granit i middels Dimensioner	Kub.fod.	—	30	[6]	—	—	24 à 30	[6]	—

[1]) Pr. 100. *) Oplægning 2 Spd. pr. 1000. [2]) Røde. [3]) Uden Fradrag af Grus og leveret ved Kalkovnen. [4]) Af Stenkalk regnes almindelig ved en Murbygning til alle Slags Opmurings- og Pudsarbeider tilsammen 1 Læst pr. 4000 Sten og af Mursand 6 Læster for hver Læst Stenkalk. [5]) Pr. Tønde. [6]) Fra Christiania.

	Pr.	Akkordarbeide i Christiania 54 à 72 ß daglig Fortjeneste. Spd.	Sk.
b) Murarbeidspriser.			
Graastensmuring, Tørmur, Arbeidsløn	Kub.alen	—	10 à 12
Do. Do. Do. med Materialier	—	—	40 à 48
Do. Kalkmur Do.	—	—	14
Do. Do. Do. med Materialier	—	—	60 [1])
Finhugning af Granit eller anden Sokkelsten . . .	□ Alen.	—	96
Murstensmuring, $^1/_2$ Stens, uden Puds, Arbeidsl. [2])	—	—	7
Do. 1 Stens do. do. .	—	—	11 [3])
Do. $1^1/_2$ do. do. .	—	—	14 à 15 [3])
Do. 2 do. do. .	—	—	17 à 19 [3])
Do. $2^1/_2$ do. do. .	—	—	20
Do. 3 do. do. .	—	—	23
Do. $3^1/_2$ do. do. .	—	—	26
Do. 4 do. do. .	—	—	28
Do. $4^1/_2$ do. do. .	—	—	32
Do. 5 do. do. .	—	—	35
Hvælvmuring, Tøndehvælv og Stikhvælv:			
$^1/_2$ Stens, uden Puds, Arbeidsl. .	—	—	12
1 „ — — .	—	—	18
$1^1/_2$ „ — — .	—	—	24
Krydshvælv:			
$^1/_2$ Stens, uden Puds, — .	—	—	20
1 „ — — .	—	—	34 [4])
$1^1/_2$ „ — — .	—	—	40

[1]) Med Cement 96 ß. [2]) For Hulmuring beregnes gjennemsnitlig pr. □ Alen Tillæg af 2 ß. [3]) Med Tillæg af Kalk og Sten mures i Christiania

1 Stens Mur for i Alt omtrent 48 ß pr. □ Alen.
$1^1/_2$ — — — 71 - —
2 — — — 93 - —

[4]) Med Materialier $^1/_2$ Stens 48 ß, 1 Stens 68 ß, $1^1/_2$ Stens 84 ß pr. □ Alen.

	Pr.	Akkordarbeide i Christiania 54 à 72 ß daglig Fortjeneste. Spd.	Sk.
Gurtbuer, hvori hugget Vederlag,			
1 Stens, uden Puds, Arbeidsl.	□ Alen	—	12 [1])
1½ „ — —	—	—	15
Pudsarbeide uden eller kun med delvis Tillæg af Materialier:			
Stenskuring, Arbeidsløn .	—	—	2 à 4
Rurapning, — .	—	—	1 à 2
Glat Væggepuds (Finpuds) Arbeidsløn .	—	—	6 à 8
Tagpuds { med Tillæg af Staaltraad, Rør og Spiger eller med } do.	—	—	16
Tagpuds { Tillæg af Spiler og Spiger paa Lægteforskaling. } do.	—	—	24
Spækning af Murstensmur med Kalk	—	—	4 à 5
Spækning af Graastensmur med Cement	—	—	3 à 4
Kvaderpuds	—	—	12 à 16
Pudsning af Hvælv . . .	—	—	8 à 10
Pudsarbeide med Tillæg af Materialier, Finpuds med Kalk, Sand og Hvidtning tilsammen	—	—	10
Finpuds med Kalk, Sand og Hvidtning, glittet tilsammen	—	—	18
Tagpuds paa Rør (enkelt Røring) med Gibs og Hvidtning tilsammen . .	—	—	22
Spækning med Cement paa Graastensmur tilsammen	—	—	9

[1]) Med Materialier 1 Stens 52 ß, 1½ Stens 72 ß pr. □ Alen.

	Pr.	Akkordarbeide i Christiania 54 a 72 ß daglig Fortjeneste.	
		Spd.	Sk.
Gesimser, Muring og Puds, Arbeidsløn:			
Udvendig Gesims større (omtr. 1° 6")	løb. Alen.	—	60 [1])
Do. mindre (- 20")	—	—	36
Indvendig Gesims større (omtr. 18")	—	—	60
Do. mindre (- 14")	—	—	40
Piber i Arbeidsløn:			
Lodpiber 6"—6" □ eller rund, fritstaaende	—	—	36
Do. 9"—9" □ do. do.	—	—	48
Skorstenspiber 18"—18" □ do.	—	—	60
Murstensgulv i Kjældere, paa høi Kant, med Materialier tilsammen . .	□ Alen.	—	30
Murstenegulv i Kjældere, paa Flask, med Materialier tilsammen	—	—	24
Asfaltgulv med Materialier 1" tykt tilsammen . . .	—	—	60
Asfaltisolerskikt med Materialier ½" tykt tilsammen	—	—	48
Brolægning med Kampesten, med Materialier tilsammen	—	—	22
Brolægning med huggen Sten, med Materialier tilsammen	—	—	45
c. *Arbeidspriser for Tømmermands- og Snedkerarbeider.*			
Lægning af Bjælker og Afbinding paa Murrammer eller i Træhuse	løb. Alen.	—	3

[1]) Uden Puds, Muring af Hovedgesims 40 ß, Gavlgesims 12 ß.

	Pr.	Akkordarbeide i Christiania 54 à 72 ß daglig Fortjeneste.	
		Spd.	Sk.
Lægning af Lafttømmer, med Tillæg for Dør- og Vinduesaabninger . . .	løb. Alen	—	2 1/2 à 3
Afbinding af Stændere og Tagværk uden Høvling .	—	—	2 1/2 à 3 1/2
Do. Do. Do. med Høvling	—	—	4 à 6
Paneling o. lign. uden Materialier.			
Paneling af Bord, pløiet og høvlet paa begge Sider	□ Alen.	—	8 à 10
Paneling af Bord, indv. eller udv., pløiet og høvlet paa en Side, med 4 à 6 Alen lange Bord	Tylvt.	—	96
Do. Do. Do. Do.	□ Alen.	—	6
Brystpaneling 2 1/2 Al. høi, alm.	løb. Alen.	—	40 à 60
— 3 — „	—	—	80
Indvendig, pløiet Rupaneling med 4 à 6 Al. Bord	Tylvt.	—	42
Do. do. Do. .	□ Alen.	—	3
Tømmermandsklædning, høvlet paa begge Sider med Bord Kant i Kant og Lægter til Overliggere 6 à 7 Al. Bord	Tylvt.	—	72
Do. Do. Do.	□ Alen.	—	6
Bordklædning, høvlet paa en Side med Over- og Underliggere	—	—	4 à 5
Gulvlægning m. V. uden Materialier.			
Plankegulv, pløiet og høvlet, (2 à 2 1/2")	løb. Al. Planke.	—	2
Do. do. do.	□ Al,Gulv	—	8
Loftsgulv med Bord Kant i Kant, uden Høvling .	—	—	2
Do. do. pløiet og høvlet	—	—	4 à 6

	Pr.	Akkordarbeide i Christiania 54 à 72 ß daglig Fortjeneste.	
		Spd.	Sk.
Stubbeloft med paalagt Fyld	□ Al. Gulv	—	3 à 4 [1])
Forskaling med Bordspiller	—	—	2 à 3
Bordtag med Over- og Underliggere med Lægtning, hundraget og med Høvling af Undersiden . .	□ Alen.	—	8
Bordtag med Over- og Underliggere, uden Høvling af Undersiden	—	—	6
Panel og Gulv m. v. med Tillæg af Materialier.			
Indvendig eller udvendig, pløiet Panel, høvlet paa en Side	—	—	14 à 16
Tømmermandsklædning med Bord, Kant i Kant og Lægter til Overliggere, høvlet paa begge Sider	—	—	17 à 18
Bordklædning, høvlet paa den ene Side, med Over- og Underliggere . . .	—	—	12 à 14
Plankegulv, alm., 2½" Gran- eller Furuplanker, uden Maling	—	—	24—30
Loftsgulv, Bord, Kant i Kant uden Høvling og Maling	—	—	9
Loftsgulv, Bord, Kant i Kant pløiet og høvlet uden Maling	—	—	14—16
Stubbeloft med Fyld [1]) etc.	—	—	9—10 [1])
Forskaling med Tillæg af alle Slags	—	—	10
Bordtag med Lægtning osv., hundraget	—	—	15

[1]) Ler til Fyld.

	Pr.	Akkordarbeide i Christiania 54 à 72 ß daglig Fortjeneste.	
		Spd.	Sk.
Trapper:			
Hovedtrappe med Gelænder malet (ordinær), tilsammen	Trin.	3 à 4	—
Loftstrappe, Kjøkkentrappe og Kjældertrappe, tilsammen	—	1	24
Døre:			
Enkelt Fyldingsdør, 7' høi med Karm, Laas og Beslag, malet tilsammen .	Stykke.	7 à 12	—
Enkelt Paneldør med do. do., tils.	—	3 à 4	—
Dobb. Fyldingsdør med do. do„ tils.	—	12 à 18	—
Vinduer:			
Krydsportvindue med Karm og Beslag, malet, tils. .	—	8 à 15	—
Lidet Loftsvindue med Karm og Beslag, malet, tilsammen	—	4	—

Priser paa Tag

i Christiania	Teglsten											
	paa Lægter						paa Bordtag & Lægter					
				underklinet.						i Kalk		
	r (røde)	g (graa)	b (blaa)	r	g	b	r	g	b	r	g	b
Lægter	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	2^1[illegible]
Bordtag Kant i Kant	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„
Do. pløiet	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„
Do. dobbelt	„	„	„	„	„	„	[illegible]$^1/_2$	$9^1/_2$	$9^1/_2$	$9^1/_2$	$9^1/_2$	9^1[illegible]
Tækningsmaterial	$7^3/_4$	$10^1/_2$	$19^3/_4$	$7^3/_4$	$10^1/_2$	$19^3/_4$	$7^3/_4$	$10^1/_2$	$19^3/_4$	$7^3/_4$	$10^1/_2$	19^3[illegible]
Hjælpematerial	„	„	„	$^1/_2$	$^1/_2$	$^1/_2$	„	„	„	1	1	1
Tækningsomkostninger	$1^3/_4$	$1^3/_4$	$1^3/_4$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$2^1/_2$	$1^3/_4$	$1^3/_4$	$1^3/_4$	$2^3/_4$	$2^3/_4$	2^3[illegible]
Sum Omkostninger	12	$14^3/_4$	24	$13^1/_4$	16	$25^1/_4$	$21^1/_2$	$24^1/_4$	$33^1/_2$	$23^1/_2$	$26^1/_4$	35^1[illegible]
Tagværkets Constructions-omkostninger	„	„	„	„	„	„	$11^7/_8$	$11^7/_8$	$11^7/_8$	„	„	
Total Sum (Tækning og Tagværk)	„	„	„	„	„	„	$33^3/_8$	$36^1/_8$	$45^3/_8$	„	„	
naar Tagets Heldning er	„	„	„	„	„	„	1 : 3	1 : 3	1 : 3	„	„	
saa er Tagfladen over 1000 ☐ Alen Grundflade =	„	„	„	„	„	„	1200	1200	1200	„	„	
Total Omkostninger i Spd.	„	„	„	„	„	„	333	361	454	„	„	
Omkostning pr. ☐ Alen Grundflade =	„	„	„	„	„	„	$40_{,0}$	$43_{,3}$	$54_{,4}$	„	„	

kning pr. □ Alen.

	Skifer									Metalplader								
	paa Lægter				paa Bordtag & Lægter.					paa Bordtag								
engelske		svenske	norske fra Valders.	norske fra Gudbrandsdalen	eugelske		svenske	norske fra Valders.	norske fra Gudbrandsdalen	Zink		Jernplader				Asphaltpap.	Spaan.	
	d (dobbelt)	e	e	e	e	d	e	e	e	falset.	lossius.	galvanicer.	fortinnede.	forblyede.	malede.			
	3 1/4	3 1/4	3 1/4	3 1/4	3 1/4	3 1/4	3 1/4	3 1/4	3 1/4	„	„	„	„	„	„	„	„	Skill.
	„	„	„	„	8 1/2	8 1/2	8 1/2	8 1/2	8 1/2	„	„	„	„	„	„	„	6	—
	„	„	„	„	„	„	„	„	„	12	12	12	12	12	12	11	„	—
	30 1/2	10 1/2	13 1/2	12	14 1/2	30 1/2	10 1/2	13 1/2	12	27	33	22 1/2	50	72	43 1/2	8	„	—
	1 1/2	1	1	1	1 1/4	1 1/2	1	1	1	12	12	8	12	12	15	2 3/4	„	—
	6	4	4	4	5	6	4	4	4							1 1/4	„	—
	41 1/4	18 3/4	21 3/4	20 1/4	32 1/2	49 3/4	27 1/4	30 1/4	28 3/4	51	57	42 1/2	74	96	70 1/2	23	„	—
	10	10 3/4	10	10	10	10 3/4	11 7/8	10 3/4	10 3/4	„	9 3/4	9 3/4	„	„	„	9 3/8	„	—
3	51 1/4	29 1/2	31 3/4	30 1/4	42 1/2	60 1/2	39 1/8	41	39 1/2	„	66 3/4	52 1/4	„	„	„	32 3/8	„	—
5	1 : 5	1 : 5	1 : 5	1 : 5	1 : 5	1 : 5	1 : 5	1 : 5	1 : 5	„	1 : 7	1 : 7	„	„	„	1 : 9	„	—
75	1075	1075	1075	1075	1075	1075	1075	1075	1075	„	1050	1050	„	„	„	1025	„	□ Al
02	460	264	284	271	380	542	350	367	358	„	570	446	„	„	„	272	„	Spd.
$_{,3}$	55	$31_{,7}$	$34_{,12}$	$32_{,8}$	$45_{,6}$	$65_{,0}$	$42_{,7}$	$44_{,0}$	$42_{,4}$	„	$68_{,4}$	$53_{,5}$	„	„	„	$32_{,3}$	„	Skill.

Priser paa Smedearbeide for Smed og Dreng.

Ny oparbeidede Redskaber.

	Smeden holder		Smeden holder		Smeden holder Intet.	
Jern à	4 ß					
Staal à	12 „		9 ß			
Kul à	72 „		72 „			
pr. Smededagsv. forbrugt Td. Stenkul			0,11 à 0,25			
	Skilling pr.					
	℔	St.	℔	St.	℔	St.
Hakker, dobbelte . .	8	„	„	36	2	„
Do. do. af gl. Jern .	„	„	3	„	„	„
Bredhakker	8	„	„	16	„	„
Hammere, Smed . .	9	„	„	18	2	„
Do. Mur af nyt Jern	9	„	„	12	„	„
Do. Sæt af nyt do.	6,5	„	„	10	2 à 3	8 à 10
Do. do. af gl. do.	„	„	„	„	„	8
Do. Puk	10	„	„	8 à 12	„	3 à 6
Do. do. af Staal .	„	„	„	16	„	3
Slægger, Sten . . .	8	„	over 12 ℔	36	„	„
			6à12 ℔	24	2,5	24
Do., smaa af gl. Feisler . .	„	„	„	„	2	18
Do., Puk	9	„	„	„	2	„
Feisler af Jern . . .	5,5	„	„	12	1	12
Bor, smaa	4,5	„	„	3	„	2
Do., mellem	„	„	„	3	„	„
Do., Staal	„	„	„	„	„	1
Bolter, Skrue med Tilbehør . . .	1" 5	„	1			
	7/8" 5,5	„	1,5			
	3/4" 6	„	2			
	1/2à3/8 8	„	4			
Do. uden Skruer .	„	„	„	„	1	
Do. Splint	„	„	„	„	„	
	pr. Smededagsv. Smed og Dreng 44 à 50 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 36 à 48 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 50 à 70 ß	

Ny oparbeidede Redskaber.

	Smeden holder		Smeden holder		Smeden holder Intet.	
Jern à	4 ß					
Staal à	12 „		9 ß			
Kul à	72 „		72 „			
..r. Smededagsv. forbrugt Td. Stenkul	. . . . . 0,11 à 0,25					
	Skilling pr.					
	℔	St.	℔	St.	℔	St.
..olter, Splint, med Hoved	7 à 8	„	„	„	„	4
Do. Spids (Drev) .	6	„	„	5	1	„
..piger, store	7	„	3	„	2	„
Do., Dogs pr. 100 .	„	25	4	„	3	„
..ernkiler for Jord . .	5	„	1	„	1/2	„
Do. for Berg . .	5,5	(staalet).	„	6	„	„
Do. for do. af gl. Feisler . .	„	„	4	„	„	4
Do. Spreng med Fjære . . .	8	„	„	„	„	2
..ænger, Smede . . .	8	„	„	24	2	„
Do., Knibe . . .	12	(staalet).	„	24	„	„
..ugøxer	10	do.	„	„	„	„
..pedt						
..rækstænger . .	4,5					
..adestok	„	„	„	„	kobbersat	12
..oldhager	6	„	2	„	„	„
..eslag til Trillebor .	„	„	„	60 à 84	nyt gl.	54 16 á 32
Do. til Trilleborhjul	„	„	„	„	„	24
Do. til Stenbukke .	„	„	„	36 à 48	„	30
Do. til Vogn med Hjul	„	„	„	3,5 Sp	„	„
Do. til Slæde . .	6	„	„	36	1 Stænger	
	pr. Smededagsv. Smed og Dreng 44 à 50 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 36 à 48 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 50 à 70 ß	

Ny oparbeidede Redskaber.

	Smeden holder		Smeden holder		Smeden holder Intet.	
Jern à	4 ß					
Staal à	12 „		9 ß			
Kul à	72 „		72 „			
pr. Smededagsv. forbrugt Td. Stenkul	. . . . .		0,11 à 0,25			
			Skilling pr.			
	℔	St.	℔	St.	℔	St.
Beslag til Jernbanevogn (Jord) . .	„	„	„	3,5 Sp.	„	3 Sp.
Do. til Kjærre med Hjul	„	„	„	3,5 Sp.	„	„
Do. Gruskasse . . .	„	„	„	„	1 à 2	24
Do. Redskabskasse .	„	„	„	„	„	16
Do. til Drag . . .	„	„	med Lænke.	40	2	„
Beslagjern, alm. . .	6 à 7	„	2½ à 3	„	„	„
Bjelkeankere, Kramper m. v.	5 à 6	„	„	„	1 à 2	„
Beslag og Laas til enkelt Dør	„	2²/₅ Spd.	„	„	„	„
Do. do. til dobbelt Do.	„	3³/₅ Spd.	„	„	„	„
	pr. Smededagsv. Smed og Dreng 44 à 50 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 36 à 48 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 50 à 70 ß	

Vedligeholdelse af Redskaber.

	Smeden holder		Smeden holder		Smeden holder Intet.	
Jern à	4 ß					
Staal à	12 „		9 ß			
Kul à	72 „		72 „			
r. Smededagsv. forbrugt Td. Stenkul	. . . . . . 0,11 à 0,25					
	Skilling pr.					
	℔	St.	℔	St.	℔	St.
akker, dobbelte, paalagte	„	„	„	12	„	6 à 8
o. staalet i begge Ender	2,5	„	„	6	„	4
o. sveisede i Øiet .	„	10	„	10	„	8
o. hvæssede i begge Ender	„	2	„	1,5	„	1,5
edhakker, paalagt .	2,5	„	„	8	„	„
ammere, Smede, staalet	„	„	„	„	„	4
o., Mur, staalet i beg. Ender	3	„	„	8	„	„
o., do. do. i en do.	1,5	„	„	4	„	3
o., do. hvæssede . .	„	2	„	2	„	1
o., Sæt staalede . .	„	3 à 4	„	3	„	2
o., do. hvæssede . .	„	0,5	„	0,5	„	0,5 à 1
o., Puk, Staal i beg. Ender	„	4	„	3	„	1,5
o., do. hvæssede . .	„	1	„	1	„	1
o., do. sveisede . .	„	„	„	„	„	1,5
ægger Sten, staalet i begge Ender . .	2à2¼	„	over 12 ℔	= 24	„	8—12
			fra 6—12	= 16	„	6—8
Do., do. i en do. . .	1 à 1¼	„	„	„	„	„
Do., do. hvæsset . .	„	„	„	4 à 6	„	3 à 4
Do, do. sveiset. . .	„	„	„	„	„	6
	pr. Smededagsv. Smed og Dreng 44 à 50 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 36 à 48 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 50 à 70 ß	

Vedligeholdelse ef Redskaber.

	Smeden holder		Smeden holder		Smeden holder Intet.	
Jern à	4 ß					
Staal à	12 „		9 ß			
Kul à	72 „		72 „			
pr. Smededagsv. forbrugt Td. Stenkul	. . . . .		0,11 à 0,25			
	Skilling pr.					
	℔	St.	℔	St.	℔	St.
Slægger, Puk, staalet i begge Ender . .	2,5	„	„	8 à 12	„	4 à 6
Do., do hvesset . .	„	2	„	3 à 4	„	2
Feisler, opstukne . .	„	8	„	8	„	6 à 8
Do., 2 til 1 . . .	6	„	„	18	„	12
Do., paalagt . . .	„	„	„	„	1	„
Do., af Staal, sveiset	„	8	„	„	„	„
Pr. Borlag mellem, (staalet og hvæsset)	„	15	„	„	„	12
smaa	„	12	„	8	„	8 à 10
Bor, mellem, staalet .	„	$2^1/_2$ à 3	„	$2^1/_2$	„	„
Do., do. hvæsset.	„	„	„	1	„	$^3/_4$
Do., smaa, staalet pr. Ende	„	1,5	„	1,5	„	1 à 1,5
Do., do. hvæsset .	„	„	„	$^3/_4$	„	0,5
Do., Staal, hvæsset .	„	„	„	$^1/_3$	„	$^1/_1$
Do., skjødt	„	„	„	„	„	1
Spedt, hvæsset . . .	„	0,5 à 1	„	0,5	„	0,5
Do., staalet . . .	„	„	„	2	„	1,5
Do., skjødt og sveiset	„	3	„	1,5	„	2
Jernkiler, Jord og Berg hvæsset	„	1	„	0,5	staalet	2
Do., to til en . . .	„	„	„	6 à 8	„	[illegible]
Skaftekiler pr. 12 St. .	„	„	„	„	„	[illegible]
Øxer, paalagte . . .	6	„	„	„	„	1[illegible]
Do., staalet	2,5	„	„	„	„	6[illegible]
	pr. Smededagsv. Smed og Dreng 44 à 50 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 36 à 48 ß		pr. Smededagsv. Smed og Dreng 50 à 70 ß	

Capitel II.

Veie.

Veibredden er § 102.

for stærkt befærdede Veie	8 à 10 Alen	med Indskrænkninger i kostbart Terrain	til 6 à 7 Alen
for almindelige Færdselsveie	6 à 7 —	med Do.	til 4 —
for Veie med let og mindre Færdsel	6 —	med Do.	til 3 à 4 —
for Rideveie	3 —	med Do.	til $2^1/_2$ —

Veies Tverprofil. § 103.

a) Skraaningernes Anlæg kan efter Jordens Beskaffenhed i Regelen bestemmes efter nedenstaaende Tabel.

	Anlæg		Grøftens	
	udskaarne Skraaninger.	Skraaninger af paafyldt Material.	Dybde.	Bredde i Bunden.
meget tør og fast Jord	1 : 1	$1^1/_4$: 1	1′	1′
almindelig Jord	$1^1/_4$ à $1^1/_2$: 1	$1^1/_2$: 1	1′	1′
fugtig, bevægelig Jord	2 : 1	2 : 1	$1^1/_2$ à 2	1 à $1^1/_2$
meget bevægelig Do.	$2^1/_2$ à 3 : 1	$2^1/_2$ à 3 : 1	2	$1^1/_2$ à 2
Myr (se Fig. 237)	$1^1/_2$: 1	2 : 1	2—4	$1^1/_2$ à 2
middels stor Sten	1 : 1	1 : 1	1	$^1/_2$—1
Røsmur	. . . .	1 : 2 à 3	1	Do.
Fjeld	1 : 6 à 10	Mur 1 : 5	$^1/_2$—1	Do.

For ydre eller indre Forstøtningsmur se forøvrigt Reglerne for disse Pag. 333 til 335.

Fig. 236.

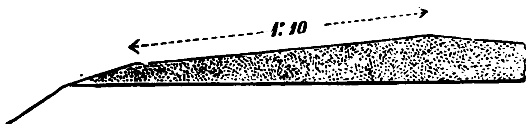


Fig. 237.



b) Veidækket paa almindelige Grusveie bestaar af et 6 à 8 Tommer tykt Lag af ren god Grus (Fig. 238).

Fig. 238.



Hvor Færdselen kræver stærkere Veidæk, dannes dette enten ved Underlag af Sten, eller alene af Stenmaterial.

Exempelvis anføres nedenstaaende Profiler (Fig. 239 til 244), hvor

a) betegner Underlag af større Sten (Kult) paa 3″ á 4″ Diameter.
b) „ — af Mellem- og Finpuk paa respective 2″ og 1″ Diameter.
c) „ Grus.

Fig. 243, Stenunderlag i Sporform.
„ 244, schausseret Gade med Fortoug.
„ 245, brolagt Do. med Do.
„ 246. do. Do. med Overkjørsel over Fortouget.

Fig. 239.

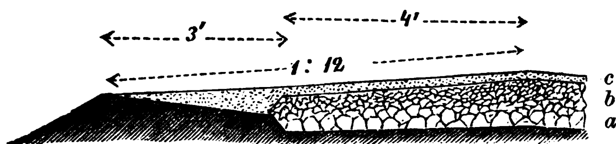


Fig. 240.

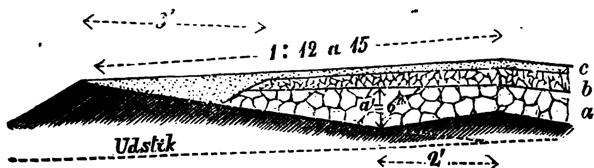


Fig. 241.

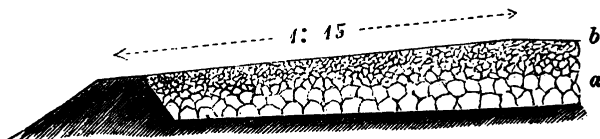


Fig. 242.

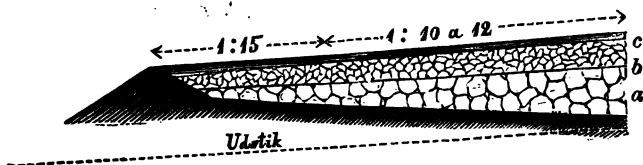


Fig. 243.

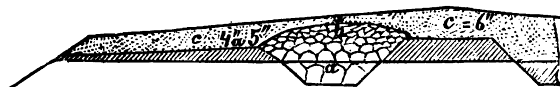


Fig. 244.

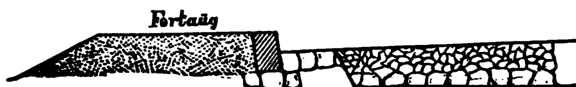


Fig. 245.

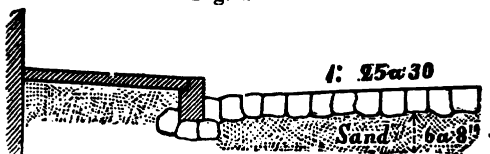


Fig. 246.



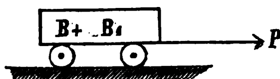
Transport paa Veie.

§ 104. Om Modstandscoefficienten.

Paa horizontal Vei er den til en Vogns eller Slædes Bevægelse fornødne Kraft afhængig af den Modstand mod samme, der udtrykkes ved Forholdet mellem Trækkraften P og Vognen og Læssets Vægt $B + B_1$ altsaa

$$m = \frac{B + B_1}{P}.$$

Fig. 247.



Den Modstand, som et godt sammenkjørt Veidække udøver paa Vognens Bevægelse er proportional med Lasten, omvendt proportional med Høiden af Hjulene og næsten uafhængig af Hjulbredden.

Paa slet og sammentrykbart Veidæk aftager derimod Modstanden med voxende Hjulbredde.

Tabel

over Modstandscoefficienten (*m*) for Kjøreredskab paa Veie. Hjulbredde 3″—4″, Axerivning = 0,065, midlere Hastighed = 4′ i Sec.

Veiens Beskaffenhed.	Fragtvogn.		Kjærre.		Lettere Kjøretøi.
	Midlere Hjulhøide i Fod.		Hjulhøide i Fod.		Hjulhøide i Fod.
	4	$4^1/_2$	5	$6^2/_5$	$3^2/_3$
1. Chausse:					
a) i god Tilstand og tør	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{58}$	$\frac{1}{66}$	$\frac{1}{83}$	Skridt $\frac{1}{48}$ Trav $\frac{1}{40}$
b) fugtig med Støv og enkelte fritliggende Puksten	$\frac{1}{35}$	$\frac{1}{41}$	$\frac{1}{47}$	$\frac{1}{59}$	Skridt $\frac{1}{34}$ Trav $\frac{1}{27}$—$\frac{1}{24}$
c) meget haard med grov Puk og vaad	$\frac{1}{43}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{57}$	$\frac{1}{71}$	Skridt $\frac{1}{42}$ Trav $\frac{1}{27}$—$\frac{1}{23}$
d) haard med smaa Spor og noget sølet	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{45}$	Skridt $\frac{1}{26}$ Trav $\frac{1}{22}$—$\frac{1}{20}$
e) haard med Spor og Søle	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{26}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{37}$	Skridt $\frac{1}{21}$ Trav $\frac{1}{18}$—$\frac{1}{17}$
f) meget opkjørt og tyk Søle	$\frac{1}{19}$—$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{22}$—$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{25}$—$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{20}$—$\frac{1}{24}$	Skridt $\frac{1}{18}$—$\frac{1}{14}$ Trav $\frac{1}{15}$—$\frac{1}{12}$
g) meget slet, tykt Søle, ujevn Grund 3″—4″ dybe Hjulspor	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{21}$	Skridt $\frac{1}{12}$ Trav $\frac{1}{10}$

Veiens Beskaffenhed.	Fragtvogn.		Kjærre.		Lettere Kjøretøi.
	Midlelere Hjulhøide i Fod.		Hjulhøide i Fod.		Hjulhøide i Fod.
	4	$4^1/_2$	5	$6^2/_5$	$3^2/_3$
II. god ny Grusvei	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{32}$	„	„	Skridt $\frac{1}{25}$—$\frac{1}{2[illegible]}$ Trav $\frac{1}{20}$—$\frac{1}{15}$
alm. gammel Do.	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{24}$	„	„	Skridt $\frac{1}{16}$—$\frac{1}{14}$
Jordbane med 2" à $3^1/_2$" tykt Kisdække	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{15}$	— $\frac{1}{8,6}$
III. Brolægning meget god	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{86}$	$\frac{1}{103}$	Skridt $\frac{1}{62}$ Trav $\frac{1}{42}$—$\frac{1}{3[illegible]}$
Do. almindelig og tør	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{80}$	$\frac{1}{100}$	Skridt $\frac{1}{57}$ Trav $\frac{1}{40}$—$\frac{1}{3[illegible]}$
Do. almindelig, men vaad og sølet	$\frac{1}{46}$	$\frac{1}{54}$	$\frac{1}{61}$	$\frac{1}{76}$	Skridt $\frac{1}{44}$ Trav $\frac{1}{33}$—$\frac{1}{2[illegible]}$
IV. Sneføre, banet .	$\frac{1}{20}$				
Do., iset og glat .	$\frac{1}{40}$ — $\frac{1}{60}$		Jernbane $\frac{1}{200}$ — $\frac{1}{25[illegible]}$		
glat Is	$\frac{1}{60}$ — $\frac{1}{100}$				

Stigninger. § 105.

De største Stigninger, der i Regelen ikke bør overskrides, ere:

for stærkt og tungt befærdede Veie . . $^1/_{30}$—$^1/_{20}$
almindelige Færdselsveie . . . . $^1/_{20}$—$^1/_{15}$
Veie for lettere Færdsel . . . . $^1/_{15}$—$^1/_{12}$

forøvrigt bør man saavidt muligt søge at fjerne sig saa langt fra den antagne Maximumsstigning, som Omkostningerne, sammenholdt med Gevinsten af den fladere Vei, tillader.

Beregning af Veies Transportevne.

En Veilinies Værd med Hensyn til Transportevne udtrykkes i Regelen ved det Antal Hestedagsværk, som fornødiges til Transport af en vis Vægt paa en given Længde.

Er L Længden af den Vei Hesten kan gaa i et Dagsværk.

c = Hastigheden = 4′ = 2 Al. i Sec.
t = Arbeidstiden = 8 Timer om Dagen.
K = Hestens nødvendige Trækkekraft i de forskjellige Stigninger.
k = Hestens midlere Kraft = 125 ℔ almindelig antaget $^1/_5$ af dens Vægt,

saa er:

$$L = ct\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2 . 3600'' =$$

$$= 57600\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2 \text{ Alen;}$$

til et Veistykke af Længden l fordres en vis Del d af Dagsværket.

$$L : 1 = l : d,$$

altsaa:

$$d = \frac{l}{L} = \frac{l}{57600} \cdot \frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2}$$

Antallet af Dagsværk d' til Transport af f. Ex. 180 Sk℔ = 57600 ℔ paa Længden l

findes: da $B : d = 57600 : d'$

$$\text{altsaa } d' = \frac{d \,.\, 57600}{B} = l \,.\, \left(\frac{\frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2}}{B}\right) \ldots I$$

hvor B er Læssets og Vognens Vægt. B findes i Regelen ved at antage, at Hesten kan anvende det Dobbelte af sin

midlere Kraft = 2 k = 250 ℔ ved at trække Læsset opad en Bakke eller holde igjen nedad*) af Formelen:

$$B = \frac{2k - xP}{x + m} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots II$$

P = Hestens Vægt = 5 k = 625 ℔
x = Stigningen af Veien
m = Modstandscoefficienten saavel for Axefriktionen som for Veidækkets Modstand.

Hestens anvendte Trækkekraft findes af Formelen:

$$K = mB \pm x(B + P) \ldots\ldots\ldots\ldots III$$

For en Grusvei med f. Ex. $^1/_{10}$ Maximumsstigning samt Modstandscoefficient 0,05 (se Tabel II) findes altsaa:

$$B = \frac{250 - 62{,}5}{0{,}1 + 0{,}05} = \frac{187{,}50}{0{,}15} = 1250 \text{ ℔}$$

hvilket altsaa er det Læs Hesten ved at anvende sin dobbelte Trækkraft 2 k kan trække op en $^1/_{10}$ Stigning, se Tabellen nnder Rubrikken „Læs og Vogn B“.

Indsættes denne Værdi i Formelen for K, saa findes:

$$K = 0{,}05 \times 1250 \pm {}^1/_{10}\,(1250 + 625)$$

$$= 62{,}50 \pm 187{,}75 = \begin{cases} +\ 250 \text{ op en Bakke} \\ -\ 125 \text{ ned en Do.} \end{cases}$$

se Tabel under K i ℔ for $^1/_{10}$ Maximumsstigning og $^1/_{10}$ Stigning. Indsættes nu i Formelen for d' Værdierne af B og K, saa findes Dagsværket til Transport af 180 Sk℔ paa Længden l.

$$d' = l\,\frac{\left(\frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2}\right)}{B} = l\,\frac{\left(\frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{250}{125}}\right)^2}\right)}{1250}.$$

$$\frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{250}{125}}\right)^2} = \frac{1}{(2 - \sqrt{2})^2} = \frac{1}{0{,}340} = 2{,}914$$

for K = 250. Er K derimod = 125

$$\text{saa er } \frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{125}{125}}\right)^2} = 1$$

Er Bakkens Længde (l) = 2000 Alen, saa bliver altsaa opover Bakke:

a) $d' = 2000\left(\frac{2{,}914}{1250}\right) = 4{,}6$ Dagsværk

og nedover Bakken

b) $d' = 2000\left(\frac{1{,}000}{1250}\right) = 1{,}6$ Dagsværk.

*) I Virkeligheden har Hesten mindre Modstandskraft til at holde igjen ned, end at trække opad en Bakke, hvorfor paa Nedstigninger bør bruges Bremse.

Hesten behøver altsaa 4,6 Dagsværk for at transportere 180 Sk℔ opad og 1,6 Dagsværk for at transportere samme Kvantum nedad en Bakke med $^1/_{10}$ Stigning og 2000 Alens Længde.

For frem- og tilbagegaaende Færdsel indføres nu i Formelen for d' den midlere Værdi af Coefficienterne $\dfrac{1}{\left(2 - \frac{K}{k}\right)^2}$ altsaa efter ovenstaaende:

$$\frac{2{,}914 + 1}{2} = 1{,}957$$

(se Tabellen under midlere Coefficient under førnævnte Rubrik for $x = {}^1/_{10}$, $B = 1250$).

hvorefter:

$$d' = l\left(\frac{1{,}957}{1250}\right) = 2000\left(\frac{1{,}957}{1250}\right) = 3{,}1 \text{ Dgsvrk.}$$

Exempel. Forekommer paa en Vei med en $^1/_{10}$ Maximumsstigning, hvor altsaa $B = 1250$, en Bakke med $^1/_{20}$ Stigning, hvor stor er da K for denne Stigning?

$$K = 0{,}05 \,.\, 1250 \pm {}^1/_{20}\,(1250 + 625)$$
$$= + \,156{,}3 \text{ eller } \div\, 31{,}3$$

den midlere Coefficient = 0,863.

Se Tab. II under $x = {}^1/_{10}$, og $^1/_{20}$ Stigning i Horizontalcolumnen.

Det Antal Dagsværk, der behøves til Transport af 180 Sk℔ paa en hel Veistrækning med forskjellige Stigninger, findes nu ved at udtage de til de forskjellige Stigninger svarende Længder og midlere Coefficienter (af Tabellerne) og danne Produktet $l \,.\, \left(\dfrac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2}\right)$ samt endelig saaledes som i Exemplet (Pag. 364) er vist opsummere samtlige Længder og Produkter og derpaa finde d' af

$$\text{Formelen } d' = \frac{l \,.\, \left(\dfrac{1}{\left(2 - \frac{K}{k}\right)^2}\right)}{B.}$$

(eller for Kortheds Skyld i Exemplet Pag. 364. $\dfrac{l \,.\, c}{B.}$)

Rentabilitet af nye Veianlæg. § 106.

Sættes L = Længden af den nye Vei.
h = Antallet af de paa Veien daglig færdendes Heste.

Sættes g = Gevinst i Transportevne ved Omlægningen (Forhold mellem den gamle og nye Veis Transportevne).

a = Anlægsomkostninger i Species pr. løbende Alen.

$^3/_5$ Spd. = Betaling for et Hestedagsværk.

57600 Alen = Længden af et Hestedagsværk (2 Alen × 3600 Sec. × 8 Tim.), saa findes:

Det ved Omlægningen daglig besparede Antal Hestedagsværk $= \dfrac{\left(h - \dfrac{h}{g}\right) L}{57600} = \dfrac{h\,(g-1)\,L}{57600\,g}$

Den ved Omlægningen aarlig besparede Fragtkapital

$$F = \frac{3 \,.\, 365 \,.\, h\,(g-1)\,L}{5 \,.\, 57600\,g} = \frac{h\,(g-1)\,L.}{263 \,.\, g.}$$

Da hele Anlægskapitalen er La, saa findes:

1. Renten r af Anlægget

ved Proportionen $La : \dfrac{h\,(g-1)\,L}{263 \,.\, g} = 100 : r$, hvoraf

$$r = \frac{h\,(g-1)}{2{,}63\,g \,.\, a} \text{ Procent.}$$

2. Antal Heste h' for at Anlægget skal give 4 pCt. ved i den nys fundne Ligning at sætte $r = 4$, hvoraf

$$h' = \frac{10{,}52\,ga}{g-1}.$$

Veies relative Berettigelse til Omlægning.

Da Berettigelsen til Omlægning b maa forholde sig direkte som Hestenes Antal h og Gevinsten g, men omvendt som Anlægsomkostningen a, saa kan den udtrykkes ved

$$b = \frac{hg}{a}.$$

Kapitalværdi af Veies Forkortelse.

Omkostningerne ved Transporten paa og Vedligeholdelsen af en Vei staar i direkte Forhold til dens Længde, og kan bestemmes saaledes:

1. Med Hensyn til Transportomkostningerne. Et Hestedagsværk regnes til en Værdi af 72 ß og 57600 Alens Længde. Transporten paa 1 Alens Længde koster altsaa $\dfrac{72}{57600}$ ß, som for 1 Aar giver $\dfrac{72 \,.\, 365}{57600}$ ß, der forrenter en Kapital af $\dfrac{72 \,.\, 365 \,.\, 25}{57600} = 11{,}4$ Skilling.

2. Med Hensyn til Vedligeholdelsen. De aarlige Omkostninger for Vedligeholdelsen af en Pukstensvei vilde paa en norsk Mils Længde omtrent være:

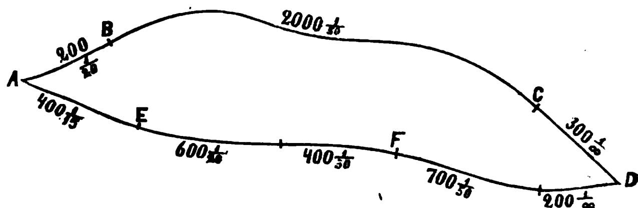
	Antal Heste daglig.	Aarlig Vedligeholdelse pr. norsk Mil.	Kapitaludgift pr. Hest og pr. Alen.
Efter Lemasson for	303	1305 Spd.	0,718 ß
„ Boivillet „	303	1392 —	0,766 „
„ Do. „	208	885 —	0,709 „
„ B. Decreu „	100	540 —	0,900 „
		Middeltal	0,773 ß

Den hele Kapitalværdi, svarende til 1 Alens Forkortelse, kan altsaa mindst regnes til 12 ß for 1 Hest, 1 Spd. for 10 Heste, 10 Spd. for 100 Heste o. s. v.

Valg mellem to Alternativer. § 107.

Exempel. Har Linien *ABCD* (Fig. 248) en Maximumsstigning $x = \frac{1}{20}$ og antages $m = 0{,}05$ (Grusvei Tab. II), saa er her: $B = 2187$.

Fig. 248.



Er for Linien *AEFD* $x = \frac{1}{15}$, *m* som ovenfor, saa er her $B = 1785$ (Tab. II) og Beregningen opstilles saaledes som i Tabellen paa næste Side.

	Alternativ *ABCD*			Alternativ *AEFD*		
	$x = \frac{1}{20}$ $m = 0{,}05$ $B = 2187$ ℔			$x = \frac{1}{15}$ $m = 0{,}05$ $B = 1785$		
Stigning af 1 paa	Længde Alen.	Midlere Coeffic. *c*.	Product $l.c$	Længde Alen.	Midlere Coeffic. *c*.	Product $l.c$
15	„	„	„	400	1,779	711,6
20	200	1,681	336,2	600	1,233	739,8
30	„	„	„	400	0,886	354,4
50	2000	0.965	1930	700	0,800	560
∞	300	0,880	264	200	0,748	194,6
Sum	2500	„	2530	2300	„	2560,4
Dgsvrk. til Transport af 180 Sk℔	$d = 1{,}15$ *)			$d' = 1{,}43$		
Forhold mellem Transportevnerne *g*	1,24					

altsaa behøver en Hest for at transportere 180 Sk℔ fra *A* til *D* ad den korteste Linie . . . . 1,43 Dagsværk
og ad den længste . . . . 1,15 Do.

Forholdet mellem deres Transportevne *g* se § 106, altsaa = 1,24.

Antages Veien at befares med 40 Heste daglig (*h*) og
Linien *ABCD* at koste 4000 Spd. at bygge, og
Linien *AEFD* - „ 3000 — - „
saa findes den Linie, der bør vælges af Formelen Side 362 § 106.

$$F = \frac{h\,(g-1)\,L}{263\,g} \text{ Spd.}$$

L betegner den fordelagtigste Linies Længde, her = 2500; $g - 1 = 1{,}24 - 1 = 0{,}24$.

*) da for *ABCD* $d = \frac{\Sigma c.l}{2187} = \frac{2530}{2187} = 1{,}15$ og * $d' = \frac{2560{,}4}{1785} = 1{,}43$ for *AEFD*.

Indsættes deres Værdier i Formelen, saa faaes

$$F = \frac{40 . 0,24 . 2500}{263 . 1,24} = \frac{24000}{326,1} = 73 \text{ Spd.}$$

d. e.: for en Trafik af 40 Heste daglig indspares paa den for Transporten fordelagtigste Linie aarlig 73 Spd., hvilket er Renterne af 1825 Spd. til 4 pCt. Denne Sum er man altsaa berettiget til at anvende mere paa den fladere men kostbarere Linie; og da denne i ovenstaaende Exempel blot er 1000 Spd. kostbarere, er altsaa dens Valg berettiget.

Var i ovenanførte Exempel Alternativerne mindre Dele i en længere Linie med en Maximumsstigning af $\frac{1}{15}$, saa maatte ogsaa i Alternativet *ABCD B* beregnes efter denne Stigning = 1785 ℔; og havde Linien en større Maximumsstigning f. Ex. $\frac{1}{12}$, saa maatte i begge Alternativer *B* tages for $\frac{1}{12}$ Stigning = 1484,4 ℔.

Vognes Belastning i Forhold til Hjulenes Høide og Bredde.

Kaldes den tilladelige Belastning incl. Vognens Vægt pr. Axel i ℔ . . . . *V*.
Hjulets Høide i duodec Tommer . . . . *H*.
Hjulets Bredde i Do. . . . . *B*.
saa har man:

$$V = 110 \times B \sqrt{H} \text{ ℔.}$$

Hviler Vognen paa Fjedre, kan Vægten forøges med $^1/_4$ for hver Axel.

Modstands-coeffic. $m =$	0,03															Stigning.
Største Stigning x	$\frac{1}{50}$			$\frac{1}{30}$			$\frac{1}{25}$			$\frac{1}{20}$			$\frac{1}{15}$			
Vogn og Læs $B =$	4750 ℔			3620,3 ℔			3214,3 ℔			2734,4 ℔			2154,4 ℔			
Hestenes Krft.	K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			
Stigning 1 paa	Opad +	Ndad —	Md.-coef. c	+	—	Md.-Coef. c	+	—	Md.-Coef. c	+	—	Md.-Coef. c	+	—	Md.-Coef. c	
15				392	174	10,276	358	158	5,406	306	142	3,211	250	121	1,942	15
16				374	157	7,495	330	137	4,132	292	128	2,760	238	109	1,741	16
17				358	141	5,850	332	129	3,720	280	116	2,439	228	99	1,592	17
18				345	127	4,911	310	117	3,234	269	105	2,187	219	90	1,471	18
19				332	115	4,107	298	105	2,831	259	95	1,985	211	82	1,373	19
20				321	104	3,587	288	95	2,544	250	86	1,822	203	74	1,279	20
21				311	94	3,188	279	86	2,318	242	78	1,670	197	67	1,213	21
22				302	84	2,877	271	78	2,137	235	71	1,568	191	61	1,103	22
23				293	76	2,609	263	70	1,975	228	64	1,489	186	56	1,092	23
24				286	67	2,415	255	62	1,822	222	58	1,412	181	51	1,058	24
25				278	61	2,227	250	57	1,742	216	52	1,338	176	46	1,013	25
26				272	55	2,094	244	51	1,643	211	47	1,280	172	42	0,979	26
27				266	49	1,971	239	46	1,571	206	42	1,223	167	37	0,938	27
28				260	43	1,857	233	40	1,483	202	38	1,180	164	34	0,914	28
29				255	38	1,768	228	35	1,417	198	34	1,140	161	31	0,889	29
30	322	37	3,440	250	33	1,683	224	31	1,366	194	30	1,099	157	27	0,858	30
32	310	25	2,973	241	24	1,540	216	28	1,263	187	23	1,033	152	22	0,820	32
34	301	16	2,675	234	16	1,487	209	16	1,187	181	17	0,977	147	17	0,784	34

36	292	7	2,400	227	9	1,342	203	10	1,118	175	11	0,922	142	12	0,748	36
38	284	+1	2,197	220	3	1,251	197	4	1,054	170	6	0,878	138	8	0,719	38
40	277	8	2,076	215	+3	1,203	192	0	0,990	166	2	0,839	134	4	0,688	40
42	270	15	1,961	210	8	1,175	188	+5	0,980	162	+2	0,816	131	1	0,662	42
44	265	20	1,885	205	13	1,143	183	10	0,971	158	6	0,810	128	+2	0,654	44
46	259	26	1,801	201	16	1,118	180	13	0,960	155	9	0,803	125	5	0,654	46
48	254	31	1,739	197	20	1,098	176	16	0,941	152	12	0,795	123	7	0,653	48
50	250	35	1,689	194	24	1,084	173	20	0,933	149	15	0,709	120	9	0,647	50
55	238	47	1,570	186	31	1,044	166	28	0,910	143	21	0,776	115	14	0,641	55
60	232	53	1,503	179	38	1,014	160	32	0,886	138	26	0,770	111	19	0,640	60
65	225	60	1,448	174	43	0,993	155	37	0,872	134	30	0,758	107	22	0,633	65
70	219	66	1,402	169	48	0,976	151	42	0,862	130	34	0,750	104	25	0,630	70
75	214	71	1,369	165	52	0,962	148	45	0,856	127	37	0,744	101	28	0,627	75
80	210	75	1,344	162	56	0,955	144	48	0,845	124	40	0,739	99	30	0,625	80
90	202	83	1,297	156	61	0,936	139	54	0,836	119	45	0,732	95	34	0,622	90
100	196	89	1,269	151	66	0,923	135	58	0,829	116	48	0,728	92	37	0,619	100
120	187	98	1,232	144	73	0,910	128	64	0,815	109	55	0,720	88	41	0,616	120
140	181	104	1,212	139	78	0,901	124	69	0,812	106	58	0,717	84	44	0,614	140
160	176	109	1,196	135	82	0,894	120	73	0,808	103	61	0,715	82	47	0,613	160
180	172	113	1,186	132	85	0,891	118	75	0,806	101	63	0,713	80	49	0,612	180
200	169	116	1,179	130	87	0,888	115	77	0,800	99	65	0,711	78	51	0,611	200
250	164	121	1,169	125	92	0,887	112	81	0,800	95	69	0,709	76	54	0,611	250
300	160	125	1,162	123	95	0,885	109	84	0,799	93	71	0,708	74	55	0,610	300
∞	142	142	1,146	109	109	0,880	96	96	0,792	82	82	0,706	65	65	0,610	∞

Modstands-coeffic. $m =$	0,05															
Største Stigning x	$\frac{1}{30}$			$\frac{1}{20}$			$\frac{1}{15}$			$\frac{1}{12}$			$\frac{1}{10}$			Stigning.
Vogn og Læs $B =$	2750 ℔			2187 ℔			1785 ℔			1484,4 ℔			1250 ℔			
Hestenes Krft.	K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			
Stigning 1 paa	+	−	Md.-Coef. c	+	−	Md.-Coef. c	+	−	Md.-Coef. c	+	−	Md.-Coef. c	+	−	Md.-Coef. c	
10							330	152	4,272	285	137	2,633	250	125	1,957	10
10,5							319	140	3,651	275	127	2,380	241	116	1,800	10,5
11				365	147	6,493	308	130	3,221	266	118	2,179	233	108	1,676	11
11,5							299	120	2,913	258	109	2,010	225	100	1,567	11,5
12				344	125	4,798	290	112	2,651	250	102	1,873	219	94	1,483	12
12,5				334	116	4,210	282	104	2,439	243	95	1,754	212	87	1,397	12,5
13				326	107	3,807	275	96	2,268	236	88	1,647	207	82	1,337	13
13,5				318	99	3,455	268	89	2,116	230	82	1,560	201	76	1,269	13,5
14				310	92	3,148	261	83	1,989	225	76	1,491	196	71	1,217	14
14,5				304	85	2,940	255	77	1,869	220	71	1,426	192	67	1,175	14,5
15				297	78	2,720	250	71	1,779	215	66	1,364	190	59	1,143	15
16				285	66	2,391	240	61	1,622	206	58	1,263	180	55	1,062	16
17				275	56	2,154	231	53	1,492	198	50	1,178	173	48	1,000	17
18				266	47	1,967	223	45	1,389	191	43	1,108	167	42	0,949	18
19				257	39	1,802	216	38	1,304	185	37	1,052	161	36	0,901	19
20	306	31	2,859	250	32	1,681	210	31	1,233	180	31	1,004	156	31	0,863	20
21	298	23	2,608	243	25	1,569	204	26	1,167	175	26	0,958	152	27	0,832	21
22	291	16	2,409	237	19	1,482	199	20	1,114	170	20	0,920	148	23	0,803	22
23	284	9	2,227	231	13	1,395	194	16	1,067	166	17	0,884	144	19	0,775	23
[illegible]	[illegible]	[illegible]	2,079	226	8	1,329	190	11	1,024	162	14	[illegible]	141	16	0,704	24

[illegible]	[illegible]	13	[illegible]	215	[illegible]	1,193	179	[illegible]	0,901	152	4	[illegible]	132	[illegible]	[illegible]	27
27	263	13	[illegible]	215	[illegible]	1,193	179	0	0,901	152	4	0,777	132	[illegible]	0,690	27
28	258	17	1,764	209	9	1,169	175	+3	0,896	150	1	0,748	129	4	0,671	28
29	254	21	1,713	206	12	1,150	172	6	0,889	147	+1	0,734	127	2	0,650	29
30	250	25	1,665	203	15	1,132	170	9	0,886	145	4	0,738	125	0	0,645	30
32	243	32	1,585	197	19	1,098	165	14	0,871	140	8	0,728	121	+4	0,635	32
34	237	38	1,527	192	26	1,075	160	18	0,852	136	12	0,721	118	7	0,634	34
36	231	44	1,470	187	31	1,052	156	22	0,842	133	16	0,719	115	10	0,631	36
38	226	49	1,430	183	35	1,033	153	26	0,835	130	19	0,714	112	13	0,628	38
40	222	53	1,399	179	39	1,017	150	29	0,826	127	21	0,706	109	16	0,625	40
42	218	57	1,370	176	42	1,003	147	32	0,816	124	24	0,701	107	18	0,623	42
44	214	61	1,342	173	45	0,993	144	35	0,813	122	26	0,698	105	20	0,622	44
46	211	64	1,323	170	48	0,982	142	37	0,809	120	28	0,695	103	22	0,620	46
48	208	67	1,304	167	51	0,972	140	39	0,805	118	30	0,693	102	23	0,618	48
50	205	70	1,285	165	53	0,965	138	41	0,800	116	32	0,689	100	25	0,616	50
55	199	76	1,254	160	58	0,950	133	46	0,791	113	36	0,688	97	28	0,613	55
60	194	81	1,230	156	62	0,939	130	49	0,785	109	39	0,681	94	31	0,611	60
65	189	86	1,209	152	66	0,928	126	52	0,780	107	42	0,681	91	34	0,609	65
70	186	89	1,197	149	69	0,922	124	55	0,776	104	44	0,676	89	36	0,607	70
75	183	93	1,188	147	71	0,919	121	57	0,774	102	46	0,674	87	37	0,606	75
80	178	94	1,161	145	73	0,915	119	59	0,767	101	48	0,675	86	39	0,606	80
90	175	100	1,158	141	77	0,908	116	63	0,765	98	51	0,672	83	42	0,603	90
100	171	104	1,149	138	81	0,902	113	65	0,760	95	53	0,668	81	44	0,602	100
120	166	109	1,136	133	85	0,896	110	68	0,757	92	57	0,668	78	47	0,601	120
140	162	113	1,128	130	88	0,892	107	72	0,754	89	59	0,664	76	49	0,601	140
160	159	116	1,122	128	90	0,889	104	74	0,753	87	61	0,663	74	51	0,600	160
180	156	119	1,119	126	92	0,887	103	75	0,752	86	63	0,663	73	52	0,600	180
200	154	121	1,116	124	94	0,886	101	77	0,751	85	64	0,665	72	53	0,599	200
250	151	124	1,111	121	97	0,884	99	80	0,750	83	66	0,664	70	55	0,598	250
300	149	125	1,110	119	99	0,883	97	81	0,749	81	67	0,661	69	56	0,598	300
∞	138	138	1,106	109	109	0,880	89	89	0,748	74	74	0,661	62	62	0,595	∞

Modstands-coeffic. m =	0,07																					
Største Stigning x	$\frac{1}{30}$			$\frac{1}{20}$			$\frac{1}{15}$			$\frac{1}{12}$			$\frac{1}{8}$			$\frac{1}{6}$			$\frac{1}{5}$			Stigning.
Vogn og Læs	2217,8 ℔			1823 ℔			1524 ℔			1290,7 ℔			881,4 ℔			616 ℔			463 ℔			
Hestenes Krft.	K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			
Stigning 1 paa	+	−	Mid.-Coef.	+	−	Mid.-Coef.	+	−	Mid.-Coef.	+	−	Mid.-Coef.	+	−	Mid.-Coef.	+	−	Mid.-Coef.	+	−	Mid.-Coef.	
2,5																						2,5
3																			395	331	13,708	3
3,5																398	312	13,583	343	279	6,191	3,5
4																353	267	6,621	304	240	3,904	4
4,5																319	233	4,325	274	210	2,863	4,5
5													363	240	7,038	291	205	3,189	250	186	2,280	5
5,5													335	212	4,826	269	183	2,562	230	166	1,903	5,5
6													312	189	3,677	250	164	2,142	213	149	1,643	6
6,5													293	170	2,993	234	148	1,853	199	135	1,459	6,5
7													277	154	2,543	220	134	1,641	187	123	1,322	7
7,5													262	139	2,194	209	123	1,494	177	113	1,216	7,5
8													250	127	1,965	198	112	1,361	168	104	1,130	8
8,5													239	116	1,779	189	103	1,263	160	96	1,058	8,5
9										303	123	3,040	229	106	1,626	181	95	2,182	153	89	0,999	9
9,5										292	111	2,695	220	97	1,509	174	88	1,114	147	83	0,952	9,5
10							322	108	3,540	282	101	2,429	212	89	1,403	167	81	1,052	141	77	0,905	10
10,5							311	98	3,201	273	92	2,216	205	82	1,319	161	75	1,000	136	72	0,871	10,5
11							302	89	2,892	265	84	2,048	198	75	1,244	156	70	0,981	131	67	0,835	11
11,5							294	80	2,645	257	76	1,896	192	69	1,181	151	65	0,920	126	62	0,801	11,5
12							286	72	2,430	250	69	1,773	184	64	1,133	146	60	0,864	123	59	0,782	12
[illegible]							270	65	2,258	244	[illegible]	[illegible]	[illegible]	50	1,096	[illegible]	[illegible]	[illegible]				

Digitized by Google

13							[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	13
13,5							266	52	1,978	232	52	1,500	173	50	1,005	134	48	0,800	115	49	0,719	13,5
14							260	47	1,867	227	46	1,453	169	46	0,971	132	46	0,786	110	46	0,701	14
14,5							255	41	1,775	222	42	1,371	165	42	0,938	129	43	0,766	107	43	0,683	14,5
15							250	37	1,693	218	37	1,320	162	39	0,914	126	40	0,747	105	41	0,671	15
16							241	28	1,549	210	29	1,228	155	32	0,862	121	35	0,715	100	36	0,642	16
17							233	20	1,435	203	22	1,149	150	27	0,823	116	30	0,684	96	32	0,620	17
18							226	13	1,342	197	16	1,080	145	22	0,738	112	26	0,660	92	28	0,597	18
19							220	6	1,262	191	10	1,027	141	18	0,759	108	22	0,637	89	25	0,581	19
20				250	+6	1,615	214	1	1,184	186	5	0,977	137	14	0,732	105	19	0,619	86	22	0,565	20
21				245	11	1,560	209	+4	1,153	182	1	0,932	133	10	0,703	102	16	0,601	84	20	0,554	21
22				239	17	1,501	204	9	1,124	177	+3	0,908	130	7	0,682	99	13	0,583	81	17	0,538	22
23				234	22	1,452	200	13	1,103	174	7	0,904	127	4	0,659	97	11	0,571	79	15	0,527	23
24				230	26	1,416	196	17	1,083	170	11	0,892	124	1	0,633	95	9	0,559	77	13	0,516	24
25				226	30	1,385	193	21	1,070	167	14	0,882	122	+1	0,628	93	7	0,547	76	12	0,511	25
26				222	34	1,353	189	24	1,049	164	17	0,873	119	4	0,627	91	5	0,534	74	10	0,500	26
27	261	+50	1,890	219	37	1,331	186	27	1,035	161	19	0,860	117	6	0,627	89	3	0,521	72	8	0,489	27
28	257	54	1,837	215	41	1,302	183	30	1,021	159	22	0,857	115	8	0,626	87	1	0,505	71	7	0,483	28
29	253	57	1,785	212	44	1,282	181	33	1,015	156	24	0,846	113	10	0,624	86	∓0	0,490	70	6	0,477	29
30	250	60	1,749	209	47	1,262	178	35	0,999	154	26	0,840	112	11	0,623	84	+2	0,501	68	4	0,464	30
32	244	66	1,682	204	52	1,229	174	40	0,986	150	30	0,836	109	14	0,720	82	4	0,504	66	2	0,450	32
34	239	72	1,638	200	56	1,207	170	43	0,969	147	34	0,825	106	17	0,618	80	6	0,505	64	∓0	0,428	34
36	234	76	1,588	196	60	1,188	166	47	0,956	144	37	0,816	103	20	0,615	78	8	0,505	62	+2	0,440	36
38	230	80	1,554	192	64	1,168	163	50	0,946	141	40	0,811	101	22	0,613	76	10	0,505	61	3	0,442	38
40	226	84	1,524	189	67	1,155	160	53	0,936	138	42	0,802	100	23	0,612	74	12	0,505	59	5	0,444	40
42	223	88	1,505	186	70	1,142	158	55	0,931	136	45	0,801	97	26	0,609	73	14	0,505	58	6	0,445	42
44	220	91	1,484	184	72	1,134	155	58	0,924	134	47	0,797	96	27	0,608	71	15	0,505	57	7	0,446	44
46	217	93	1,461	181	75	1,122	153	60	0,918	132	49	0,794	94	29	0,607	71	16	0,507	56	8	0,446	46
48	214	96	1,443	179	77	1,115	151	62	0,912	130	50	0,787	93	30	0,606	69	17	0,504	55	9	0,446	48
50	212	98	1,431	177	79	1,106	150	64	0,913	129	52	0,788	92	31	0,605	68	18	0,504	54	10	0,446	50

Modstands-coeffic. m	0,07																					
Største Stigning x	$\frac{1}{30}$			$\frac{1}{20}$			$\frac{1}{15}$			$\frac{1}{12}$			$\frac{1}{9}$			$\frac{1}{6}$			$\frac{1}{5}$			[illegible]
Vogn og Læs	2217,8 ℔			1828 ℔			1524 ℔			1290,7 ℔			961,4 ℔			610 ℔			408 ℔			
Hestenes Krft.	K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			K i ℔			
Stigning 1 paa	+	−	Mid.-Coef.	+	−	Mid. Coef.	+	−	Mid. Coef.	+	−	Mid. Coef.	+	−	Mid. Coef.	+	−	Mid. Coef.	+	−	Mid. Coef.	
55	207	104	1,407	178	88	1,094	146	68	0,905	125	56	0,782	80	34	0,603	66	20	0,503	52	14	0,447	55
60	203	108	1,385	169	87	1,082	142	71	0,895	122	58	0,770	87	36	0,602	64	22	0,503	50	11	0,447	60
65	199	112	1,369	166	90	1,073	140	74	0,891	120	61	0,775	85	38	0,601	62	21	0,502	49	15	0,448	65
70	196	115	1,357	168	93	1,065	137	76	0,886	118	63	0,773	83	40	0,599	61	25	0,502	48	16	0,448	70
75	193	117	1,341	161	95	1,061	135	78	0,883	116	65	0,770	81	42	0,598	60	26	0,502	47	17	0,448	75
80	191	120	1,338	159	97	1,056	134	80	0,881	114	66	0,766	80	43	0,597	59	27	0,502	46	18	0,448	80
90	187	124	1,326	155	101	1,049	131	83	0,881	112	69	0,767	78	45	0,597	57	29	0,502	44	20	0,448	90
100	184	127	1,316	153	103	1,045	128	85	0,874	110	71	0,765	77	46	0,597	55	31	0,501	43	21	0,448	100
120	179	132	1,305	148	108	1,038	125	89	0,874	106	74	0,760	74	49	0,596	53	33	0,501	41	23	0,448	120
140	176	135	1,297	145	111	1,034	122	91	0,868	101	77	0,762	72	51	0,595	52	34	0,501	39	25	0,448	140
160	173	137	1,288	143	113	1,033	120	93	0,868	102	78	0,757	71	52	0,594	51	35	0,501	38	26	0,448	160
180	171	139	1,285	142	114	1,031	119	95	0,870	101	80	0,759	70	53	0,598	50	36	0,501	38	26	0,448	180
200	169	141	1,282	140	116	1,029	117	96	0,865	100	81	0,759	69	54	0,598	49	37	0,501	37	27	0,448	200
250	167	144	1,284	138	118	1,028	115	98	0,868	98	83	0,758	67	56	0,598	48	38	0,501	36	28	0,448	250
300	165	146	1,282	137	119	1,028	114	99	0,868	97	84	0,758	66	57	0,598	47	39	0,501	36	28	0,448	300
∞	155	155	1,273	128	128	1,024	107	107	0,866	90	90	0,754	61	61	0,590	48	48	0,501	32	32	0,448	∞

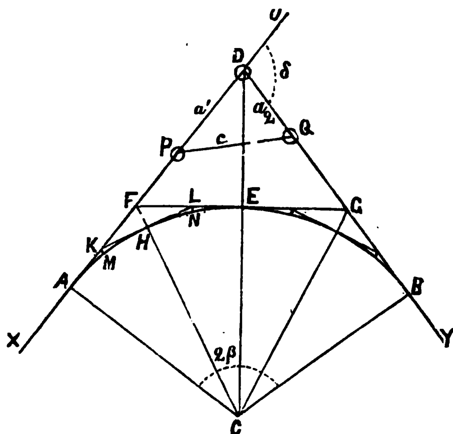
Capitel III.

Jernbaner.

Jernbanekurver. § 108.

Jernbanelinier udstikkes først i rette Linier, hvis Brydningsvinkler benyttes til Bestemmelse af de Kurver — som oftest Cirkelbuer — der maa forbinde de rette Linier.

Fig. 249.



1) Afstikning ved Hjælp af Tangenten.

Brydningsvinkelen $ODY = \delta$ (Fig. 249) kan bestemmes enten ved direkte Maaling, eller ogsaa ved at maale to Vinkler P og Q, som en vilkaarlig valgt Linie c, hvis Længde ogsaa maales, danner med de rette Linier AD og DB.

Man har da Brydningsvinkelen (Fig. 249).

$ODY = \delta =$ Centrivinkelen $ACB = 2\beta = P + Q$.

$$DP = a_1 = \frac{c \text{ Sin. } Q}{\text{Sin. } \delta}.$$

$$DQ = a_2 = \frac{c \text{ Sin. } P}{\text{Sin. } \delta}.$$

Af den givne Kurveradius $CA = CB = r$ faaes Tangenten

$$DA = DB = t = r \text{ Tang. } \beta.$$

De mellem P og Q og Berøringspunkterne A og B liggende Stykker ere:

$$PA = t - a_1 = r \text{ Tang. } \beta - \frac{c \text{ Sin. } Q}{\text{Sin. } \delta}.$$

$$QB = t - a_2 = r \text{ Tang. } \beta - \frac{c \text{ Sin. } P}{\text{Sin. } \delta}.$$

af hvilke Formler Tilslutningspunkterne A og B kunne bestemmes.

For at bestemme Middelpunktet E af Buen $AEB = \frac{\delta^0 \pi r}{180^0}$ $= 0{,}0174533\ \delta^0\ r$ angiver man (1) ved Hjælp af Vinkelinstrumentet fra D af den ved Vinkelen $ADC = 90^0 \div \beta$ bestemte Retning DC og maaler Secans externa

$$DE = \frac{r}{\text{Cos.}\ \beta} \div r = \frac{r\,(1 - \text{Cos.}\ \beta)}{\text{Cos.}\ \beta.}$$

eller (2) man skjærer fra A og B af Tangenterne $AF = BG$ $= t_1 = r$ Tang. $\frac{\beta}{2}$ og afsætter disse Stykker i Retningen fra F til G eller G til F.

For igjen at halvere Buerne AE og EB har man kun at gjentage den samme Fremgangsmaaade nemlig enten

$$FH = \frac{r\left(1 - \text{Cos.}\ \frac{\beta}{2}\right)}{\text{Cos.}\ \frac{\beta}{2}}, \text{ eller}$$

$$AK = EL = KH = LH = r \text{ Tang.} \frac{\beta}{4}.$$

2. Afstikning ved Hjælp af Corden.

Fig. 250.

Fra to i de rette Linier XA og YB liggende Punkter P og Q maaler man Vinklerne $APQ = P$
og $BQP = Q$
samt Afstanden fra P til $Q = c$ og beregner heraf Brydnings- eller Centrivinkelen

$$ACB = \delta = 2\beta = P + Q$$

samt Strækningerne

$$PA = \frac{c\ \text{Sin.}\ Q}{\text{Sin.}\ \delta} - r \text{ Tang}\ \beta.$$

$$\text{og } QB = \frac{c\ \text{Sin.}\ P}{\text{Sin.}\ \delta} - r \text{ Tang.}\ \beta.$$

ved hvilke Formler Punkterne A og B ere bestemte.

Afsætter man nu i Retningen AB, $AM = BM = r$ Sin. β, saa faar man Cordens Middelpunkt M og opreiser man i M Perpendikelen

$$ME = r\ (1 - \text{Cos. } \beta)$$

saa er dermed Buens Middelpunkt E bestemt.

For nu paany at halvere Buestykkerne AE og EB, afsætter man i Retningen AE:

$$AN = EN = r \text{ Sin. } \frac{\beta}{2}$$

og opreiser i N

$$NF = r\left(1 - \text{Cos. } \frac{\beta}{2}\right);$$

halverer man atter, saa er

$$AH = FH = r \text{ Sin. } \frac{\beta}{4} \text{ og}$$

$$HK = r\left(1 - \text{Cos. } \frac{\beta}{4}\right) \text{ o. s. v.}$$

Ved Hjælp af foranstaaende Formler ere de i Tabellen paa Side 381 etc. indeholdte Linieværdier beregnede.

Disse svare samtlige til en Radius = 1000000 og ere derfor under Anvendelsen, for en given Radius = r, at multiplicere med $\frac{r}{1000000} = 0{,}000001 \,.\, r$.

Exempel. Er Brydningsvinkelen δ ved Maaling funden = 38° 40′ altsaa β = 19° 20′, som opsøges i første Verticalcolumne, og sættes Radien r = 1600 Fod, saa er den halve Buelængde

$$AE = BE = b = 337430 \,.\, 0{,}000001 \,.\, 1600 = 337430 \,.\, 0{,}0016$$
$$= 539{,}888 \text{ Fod}$$

og for Afstikningen ved Hjælp af Tangenten Fig. 249 Tangentlængden

$$DA = DB = t = 350848 \,.\, 0{,}0016 = 561{,}357 \text{ Fod}$$

og Tangenthøiden

$$DE = k = 59762 \,.\, 0{,}0016 = 95{,}619 \text{ Fod}$$

derimod for Afstikning ved Hjælp af Corden (Fig. 250) den halve Cordelængde

$$AM = MB = s = 331063 \,.\, 0{,}0016 = 529{,}701 \text{ Fod}$$

og Buehøiden

$$ME = h = 56391 \,.\, 0{,}0016 = 90{,}226 \text{ Fod.}$$

Vil man paany halvere begge Buestykker, saa har man

$$\beta = \frac{19^\circ\ 20'}{2} = 9^\circ\ 40'$$

og paa samme Maade at opsøge denne Vinkel i den første Verticalcolumne og benytte ovenanførte Fremgangsmaade o. s. v.

Dersom den givne Brydningsvinkel ikke indeholdes i Tabellen, maa de søgte Linieværdier bestemmes ved Interpolation.

Var f. Ex. $\delta = 37^\circ\ 12'$, saa havde man $\beta = 18^\circ\ 36'$, og der maatte interpoleres mellem Værdierne for Vinklerne $18^\circ\ 30'$ og $18^\circ\ 40'$ ved til Værdien for $18^\circ\ 30'$ at addere $0{,}6 \times$ Differentsen mellem Værdierne for $18^\circ\ 30$ og $18^\circ\ 40 = 2909$.

For $r = 2000$ Fod havde man saaledes den halve Buelængde:

$$b = (322886 + 0{,}6 \,.\, 2909) \,.\, 0{,}002 = 649{,}262 \text{ Fod,}$$

Tangenten

$$t = (334595 + 0{,}6 \,.\, 3238) \,.\, 0{,}002 = 673{,}076 \text{ Fod}$$

og den tilsvarende Tangenthøide

$$k = (54492 + 0{,}6 \,.\, 1032) \,.\, 0{,}002 = 110{,}232 \text{ Fod;}$$

endvidere den halve Corde:

$$s = (317305 + 0{,}6 \,.\, 2757)\ 0{,}002 = 637{,}918 \text{ Fod}$$

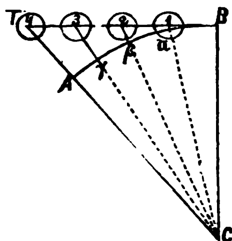
og tilsvarende Buehøide

$$h = (51676 + 0{,}6 \,.\, 927) \,.\, 0{,}002 = 104{,}464 \text{ Fod.}$$

For at bestemme andre Mellempunkter af et Buestykke anvendes flere Maader. Man kan dele Tangenten

a) *(BT)* til Buen *AB*, Fig. 251, i lige Dele 1. 2. 3. *n* og bestemmer Retningen for de radiale Ordinater 1α, 2β, 3γ o. s. v. ved Hjælp af den bekjendte Centrivinkel $ACB = \beta$ saaledes

Fig. 251.



$$B1C = 90^\circ - \frac{\beta}{n},\ B2C = 90^\circ - 2\left(\frac{\beta}{n}\right)$$

$$B3C = 90^\circ - 3\left(\frac{\beta}{n}\right)$$ o. s. v. og betegner nu *k* den forud bestemte Tangenthøide *AT*, saa findes de afsættendes Ordinater.

$$1\alpha = \left(\frac{1}{n}\right)^2 k = 1.\frac{k}{n^2},\ 2\beta = \left(\frac{2}{n}\right)^2 k = 4.\frac{k}{n^2},$$

$$3\gamma = \left(\frac{3}{n}\right)^2 k = 9.\frac{k}{n^2} \text{ o. s. v.}$$

b) eller man deler det med Corden *AN* lige store Tangentstykke *BT* (Fig. 252) i lige Dele 1. 2. 3. og opreiser de lodrette Ordinater.

Fig. 252.

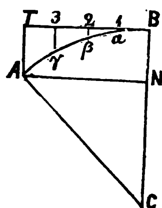
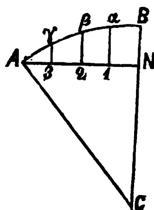


Fig 253.



$$1a = 1\,\frac{h}{n^2},\quad 2\beta = 4\,\frac{h}{n^2},\quad 3\gamma = 9\,\frac{h}{n^2}\ \text{o. s. v.}$$

hvor h (Buehøiden) $= r\,(1 - \text{Cos}\,\beta)$, n Antallet af de ønskede Buedele.

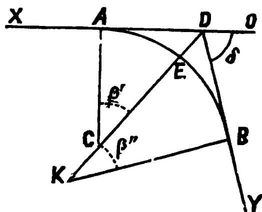
c) Man kan ogsaa dele den halve Corde $AN = 2r.\text{Sin.}\,\beta$ Fig. 253 i lige Dele 1. 2. 3. og bestemme Mellempunkterne ved de perpendikulære Stykker

$$1a = \left(1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2\right)h,\quad 2\beta = \left(1 - \left(\frac{2}{n}\right)^2\right)h,$$

$$3\gamma = \left(1 - \left(\frac{3}{n}\right)^2\right)h\ \ \text{o. s. v.}$$

Maa en Kurve sammensættes af to forskjellig krummede Buer og er Tilslutningspunktet A bestemt ved Tangenten $AD = t_1$ og $CA = r_1$ (Fig. 254) Buens Radius, saa har man for Centrivinkelen $ACD = \beta$

Fig. 254.



$$\text{Tang.}\ \beta_1 = \frac{t_1}{r_1}$$ og for Tangenthøiden

$$DE = k = \frac{r^1\,(1 - \text{Cos.}\,\beta_1)}{\text{Cos.}\,\beta_1}.$$

Er Brydningsvinkelen $ODB = \delta$ given, saa er Centrivinkelen for Buen EB: $\beta'' = \delta - \beta_1$ og

$$\text{Radien } KE = r_2 = \frac{k\,\text{Cos.}\,\beta''}{1 - \text{Cos.}\,\beta''}\ \text{og}$$

$$\text{Tangenten } BD = t_2 = r_2\ \text{Tang.}\ \beta'' = \frac{\text{k Sin.}\,\beta''}{1 - \text{Cos.}\,\beta''}.$$

Afstikning ved Hjælp af Maalebord.

For at overføre Buen adf fra Maalebordet MS, Fig. 255, paa Terrainet deler man Corden af i lige Dele, opreiser i Delingspunkterne 1. 2. 3. o. s. v. de Lodrette $1b$, $2d$, $3e$

o. s. v., udstikker derpaa i Retningen af *af* Corden *AF* paa Marken og afsætter med Kjæden Punkterne 1. 2. 3. i naturlig Størrelse. Ligesaa deler man Vinkelen *fat* mellem Corden *af* og Tangenten *at* i lige Dele og overfører Retnin-

Fig. 255.

gen af Delingslinierne paa Marken; Skjæringspunkterne *ADE* mellem disse og de i 1. 2. 3. opreisendes Lodrette ligge da i den afsættendes Bue *ADF*.

Fig. 256.

Større Buer kan man ogsaa bestemme ved Indskjæring ved de fra Endepunkterne *A* og *F* trukne Delelinier af Vinklerne *TAF* og *TFA*, Skjæringspunkterne *BDE* danne Punkter i Kurven.

Udstikning uden Vinkelmaaling.

1) Af Radien $CA = CF = r$ og en Tangent $AD = DF = FG = t$ (Fig. 257) bestemmes Buehøiden

$$DE = GH = LM = h = \frac{t^2}{2r + h}$$

tilnærmelsesvis ved Formelen

$$h = \frac{t^2}{2r}\left(1 - \left(\frac{t}{2r}\right)^2\right)$$

i Regelen nøiagtigt nok

$$= \frac{t^2}{2r} \quad \text{samt Tangenthøiden}$$

$$AS = FU = KT = k = \frac{2t^2}{r\left(1 - \frac{t^2}{r^2}\right)}$$

tilnærmelsesvis ved Formelen:

$$k = \frac{2t^2}{r}\left(1 + \left(\frac{t}{r}\right)\right) = 4h\left(1 + \frac{3h}{2r}\right)$$

i Regelen nøiagtigt nok $= 4h$.

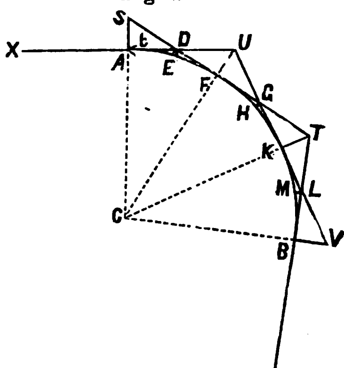


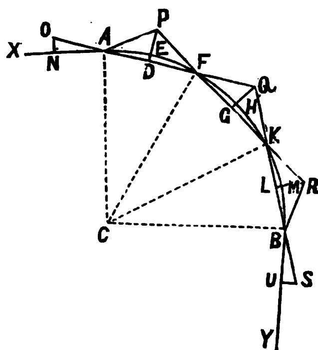
Fig. 257.

For ved Hjælp af disse Høider at afstikke Buen *AFK* afsættes $AD = t$ i Forlængelsen af den lige Banelinie *XA*. I *A* opreiser man lodret herpaa $AS = k$ og afsætter i Forlængelsen af *SD*, *DF* og $FG = AD = t$; derpaa afsættes i *F* Perpendikulæren $FU = k$ og i Retningen af *UG* afsættes $GK = KL = t$ o.s.v.; herved ere Punkterne *AFK* o. s. v. bestemte.

Afsætter man Buehøiderne $DE = GH = LM = h$ retvinklet paa *AD*, *FG*, *KL*, faaes Mellempunkterne *E*, *H*, *M*.

2. Af Radien $CA = CF = r$ og Corden $AF = FK = KB = 2s$ (Fig. 258) bestemmes Buehøiden

Fig. 258.



$$DE = GH = LM = h = \frac{s^2}{2r - h}$$

tilnærmelsesvis ved Formelen:

$$h = \frac{s^2}{2r}\left(1 + \left(\frac{s}{2r}\right)^2\right), \text{ eller ved smaa Buer} = \frac{s^2}{2r}.$$

Er fremdeles Høiden $DP = GQ = LR = h_1$

$$h_1 = \frac{2s^2\sqrt{r^2 - s^2}}{r^2 - 2s^2}, \text{ tilnærmelsesvis}$$

$$h_1 = 4h\left(1 + {}^5/_2\,\frac{h}{r}\right) \text{ og ofte nøie nok}$$
$$= 4h.$$

Den paa den lige Banestrækning AX og BY afsatte Abscisse $AN = BU = s$ tilsvarer Ordinaten til Corden AF og BK:

$$NO = US = l = \frac{s^2}{\sqrt{r^2 - s^2}} \text{ eller tilnærmelsesvis}$$

$$l = \frac{s^2}{r}\left(1 + {}^1/_2\left(\frac{s}{r}\right)^2\right) = 2h\left(1 + \frac{h}{2r}\right)$$

eller simplere men mindre nøiagtigt $= 2h$.

3. Meget let og tilstrækkelig nøiagtigt kan Kurven AKB, Fig. 259, afstikkes derved, at man halverer Tangenten $AF = t$ i D og i Punkterne F og D afsætter de

Fig. 259.

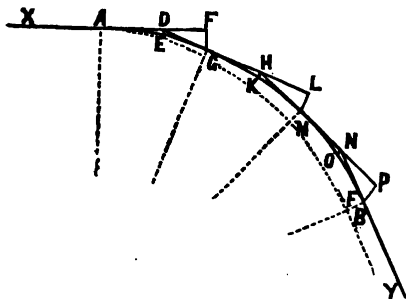
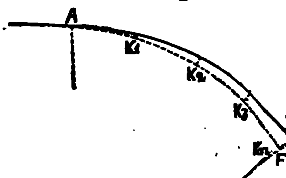


Fig. 260.



Lodrette $FG = k = \frac{t^2}{2r}$ og $DE = {}^1/_4\ k = \frac{t^2}{8r}$. I Retningen af DG afsættes derpaa Tangenten $GL = 2GH = t$ og opreises derpaa Perpendikulærerne $LM = k$ og $HK = {}^1/_4\ k$. Fremdeles afsættes i Retningen HM Tangenten $MP = t$ o. s. v.

Var man ved B kommen om Stykket F (Fig. 260) formeget til Høire eller Venstre, saa findes Berigtigelsen for hvert Afsæt (hver Pæl), af Formelen:

$$f = \left(\frac{K_n}{K}\right)^2 \times F.$$

hvor f Feilen med hvert Afsæt (Pæl), K Antal Afsæt ved Enden (Antal Kjæder, hvorpaa Feilen skal berigtiges). K_n No. paa de mellemliggende Pæle.

Tabel over Buer, Tangenter o. s. v. til Brug ved Udstikning af Jernbanekurver, Radius $r = 1000000$.

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Bue.	Tangent.	Secans externa (Tangenthøide).	Sinus.	Sinus versus (Buehøide).
0	0	0	0	0	0	0
	10	2909	2909	4	2909	4
	20	5818	5818	17	5818	17
	30	8727	8727	38	8727	38
	40	11636	11636	68	11635	68
	50	14544	14545	106	14544	106
		2909	2910	46	2908	46
1	0	17453	17455	152	17452	152
	10	20362	20365	207	20361	207
	20	23271	23275	271	23269	271
	30	26180	26186	343	26177	343
	40	29089	29097	423	29085	423
	50	31998	32009	512	31992	512
		2909	2912	98	2907	97
2	0	34907	34921	610	34899	609
	10	37815	37834	715	37806	715
	20	40724	40747	830	40713	829
	30	43633	43661	953	43619	952
	40	46542	46576	1084	46525	1083
	50	49450	49491	1224	49431	1222
		2909	2917	148	2905	148
3	0	52360	52408	1372	52336	1370
	10	55269	55325	1529	55241	1527
	20	58178	58243	1695	58145	1692
	30	61087	61163	1869	61049	1865
	40	63995	64083	2051	63952	2047
	50	66904	67004	2242	66854	2237
		2909	2923	200	2902	199
4	0	69813	69927	2442	69756	2436
	10	72722	72851	2650	72658	2643
	20	75631	75775	2867	75559	2859
	30	78540	78702	3092	78459	3083
	40	81449	81629	3326	81359	3315
	50	84358	84558	3569	84258	3556
		2909	2931	251	2898	249
5	0	87266	87489	3820	87156	3805

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Bue.	Tangent.	Secans externa (Tangenthøide).	Sinus.	Sinus versus (Buehøide).
5	0	87266	87489	3820	87156	3805
	10	90175	90421	4080	90053	4063
	20	93084	93354	4348	92950	4329
	30	95993	96289	4625	95846	4604
	40	98902	99226	4911	98741	4887
	50	101811	102164	5205	101635	5178
		2909	2940	303	2893	300
6	0	104720	105104	5508	104528	5478
	10	107629	108046	5820	107421	5786
	20	110538	110990	6141	110313	6103
	30	113446	113936	6470	113203	6428
	40	116355	116883	6808	116093	6762
	50	119264	119833	7154	118982	7104
		2909	2952	356	2887	350
7	0	122173	122785	7510	121869	7454
	10	125082	125738	7874	124756	7813
	20	127991	128694	8247	127642	8180
	30	130900	131652	8629	130526	8555
	40	133809	134613	9020	133410	8939
	50	136717	137576	9419	136292	9331
		2909	2965	409	2881	401
8	0	139626	140541	9828	139173	9732
	10	142535	143508	10245	142053	10141
	20	145444	146478	10671	144932	10558
	30	148353	149451	11106	147809	10984
	40	151262	152426	11550	150686	11418
	50	154171	155404	12003	153561	11860
		2909	2980	462	2873	451
9	0	157080	158384	12465	156434	12311
	10	159989	161368	12936	159307	12770
	20	162897	164354	13416	162178	13238
	30	165806	167343	13905	165048	13714
	40	168715	170334	14403	167916	14198
	50	171624	173329	14909	170783	14691
		2909	2998	517	2865	501
10	0	174533	176327	15426	173648	15192
	10	177442	179328	15952	176512	15701
	20	180351	182332	16486	179375	16219
	30	183260	185339	17030	182235	16745
	40	186168	188350	17582	185095	17279
	50	189077	191363	18145	187953	17822
		2909	3017	572	2856	551
11	0	191986	194380	18717	190809	18373

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Bue.	Tangent.	Secans externa (Tangent-høide).	Sinus.	Sinus versus (Bue-høide).
11	0	191986	194380	18717	190809	18373
	10	194895	197401	19297	193664	18932
	20	197804	200425	19887	196517	19499
	30	200713	203452	20486	199368	20075
	40	203622	206483	21095	202218	20659
	50	206531	209518	21713	205065	21252
		2909	3038	628	2847	600
12	0	209440	212556	22341	207912	21852
	10	212348	215599	22977	210756	22461
	20	215257	218645	23624	213599	23079
	30	218166	221695	24280	216440	23704
	40	221075	224748	24945	219279	24338
	50	223984	227806	25620	222116	24980
		2909	3062	684	2835	650
13	0	226893	230868	26304	224951	25630
	10	229802	233934	26998	227784	26288
	20	232711	237004	27702	230616	26955
	30	235619	240079	28415	233445	27630
	40	238528	243157	29138	236273	28313
	50	241437	246240	29871	239098	29005
		2909	3088	743	2824	699
14	0	244346	249328	30614	241922	29704
	10	247255	252420	31366	244743	30412
	20	250164	255516	32128	247563	31128
	30	253073	258618	32900	250380	31852
	40	255982	261723	33682	253195	32585
	50	258891	264834	34474	256008	33325
		2908	3115	802	2811	749
15	0	261799	267949	35276	258819	34074
	10	264708	271069	36088	261628	34831
	20	267617	274194	36910	264434	35596
	30	270526	277324	37742	267238	36370
	40	273435	280460	38585	270040	37151
	50	276344	283600	39437	272840	37940
		2909	3145	862	2797	798
16	0	279253	286745	40299	275637	38738
	10	282162	289896	41172	278432	39544
	20	285070	293052	42055	281225	40358
	30	287979	296213	42949	284015	41180
	40	290888	299380	43853	286803	42010
	50	293797	302553	44767	289589	42849
		2909	3178	925	2783	846
17	0	296706	305731	45692	292372	43695

Vinkel. Gr.	Min.	Bue.	Tangent.	Secans externa (Tangent-høide).	Sinus.	Sinus versus (Bue-høide).
17	0	296706	305731	45692	292372	43695
	10	299615	308914	46627	295152	44550
	20	302524	312104	47573	297930	45412
	30	305433	315299	48529	300706	46283
	40	308342	318500	49496	303479	47162
	50	311250	321707	50474	306249	48049
		2909	3213	988	2768	895
18	0	314159	324920	51462	309017	48944
	10	317068	328139	52461	311782	49846
	20	319977	331364	53471	314545	50757
	30	322886	334595	54492	317305	51676
	40	325795	337833	55524	320062	52603
	50	328704	341077	56567	322816	53538
		2909	3251	1054	2752	943
19	0	331613	344328	57621	325568	54481
	10	334521	347585	58686	328317	55432
	20	337430	350848	59762	331063	56391
	30	340339	354119	60849	333807	57358
	40	343248	357396	61947	336547	58334
	50	346157	360679	63057	339285	59316
		2909	3291	1121	2735	992
20	0	349066	363970	64178	342020	60308
	10	351975	367268	65310	344752	61306
	20	354884	370573	66454	347481	62313
	30	357792	373885	67609	350207	63328
	40	360701	377204	68775	352931	64350
	50	363610	380530	69955	355651	65381
		2909	3334	1190	2717	1039
21	0	366519	383864	71145	358368	66420
	10	369428	387205	72347	361082	67466
	20	372337	390554	73561	363793	68520
	30	375246	393910	74787	366501	69582
	40	378155	397275	76024	369206	70653
	50	381064	400646	77273	371908	71730
		2908	3380	1262	2699	1086
22	0	383972	404026	78535	374607	72816
	10	386881	407414	79808	377302	73910
	20	389790	410810	81094	379994	75011
	30	392699	414214	82392	382683	76121
	40	395608	417626	83702	385369	77237
	50	398517	421046	85025	388052	78363
		2909	3429	1335	2679	1135
23	0	401426	424475	86360	390731	79498

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Bue.	Tangent.	Secans externa (Tangent-høide).	Sinus.	Sinus versus (Bue-høide).
23	0	401426	424475	86360	390731	79495
	10	404335	427912	87708	393407	80636
	20	407243	431358	89068	396080	81784
	30	410152	434812	90441	398749	82940
	40	413061	438276	91827	401415	84104
	50	415970	441748	93225	404078	85275
		2909	3481	1411	2659	1179
24	0	418879	445229	94636	406737	86454
	10	421788	448719	96061	409392	87642
	20	424697	452218	97498	412044	88836
	30	427606	455726	98948	414693	90039
	40	430515	459244	100411	417338	91249
	50	433423	462771	101885	419980	92467
		2909	3537	1493	2638	1225
25	0	436332	466308	103378	422618	93692
	10	439241	469854	104881	425253	94925
	20	442150	473410	106398	427884	96166
	30	445059	476976	107929	430511	97415
	40	447968	480551	109473	433135	98671
	50	450877	484137	111030	435755	99934
		2909	3596	1572	2616	1272
26	0	453786	487733	112602	438371	101206
	10	456694	491339	114187	440984	102485
	20	459603	494955	115787	443593	103772
	30	462512	498582	117400	446198	105066
	40	465421	502219	119028	448799	106367
	50	468330	505867	120670	451397	107677
		2909	3658	1657	2593	1317
27	0	471239	509325	122327	453990	108994
	10	474148	513195	123997	456580	110318
	20	477057	516875	125682	459167	111650
	30	479966	520567	127382	461749	112989
	40	482874	524270	129097	464327	114336
	50	485783	527984	130826	466901	115691
		2909	3725	1744	2571	1361
28	0	488692	531709	132570	469472	117052
	10	491601	535447	134330	472038	118422
	20	494510	539195	136104	474600	119799
	30	497419	542956	137893	477159	121183
	40	500328	546728	139698	479713	122575
	50	503237	550512	141518	482263	123974
		2908	3797	1836	2547	1406
29	0	506145	554309	143354	484810	125380

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Bue.	Tangent.	Secans externa (Tangent-høide).	Sinus.	Sinus versus (Bue-høide).
29	0	506146	554309	143354	484810	125380
	10	509054	558118	145206	487352	126794
	20	511963	561939	147072	489890	128216
	30	514872	565773	148956	492423	129644
	40	517781	569619	150854	494953	131080
	50	520690	573478	152769	497479	132524
		2909	3872	1931	2521	1451
30	0	523599	577350	154700	500000	133975
	10	526508	581235	156648	502517	135433
	20	529417	585133	158612	505030	136898
	30	532325	589045	160592	507538	138371
	40	535234	592970	162589	510043	139851
	50	538143	596908	164603	512542	141338
		2909	3953	2030	2496	1495
31	0	541052	600861	166633	515038	142833
	10	543961	604827	168681	517529	144335
	20	546870	608807	170746	520016	145844
	30	549779	612801	172828	522499	147360
	40	552688	616809	174927	524977	148883
	50	555596	620832	177044	527450	150414
		2909	4037	2135	2469	1538
32	0	558505	624869	179179	529919	151952
	10	561414	628921	181331	532384	153497
	20	564323	632988	183501	534844	155049
	30	567232	637070	185689	537300	156609
	40	570141	641167	187896	539751	158175
	50	573050	645280	190120	542197	159749
		2909	4128	2244	2442	1581
33	0	575959	649408	192364	544639	161330
	10	578868	653551	194625	547076	162917
	20	581776	657710	196906	549509	164512
	30	584685	661886	199205	551937	166114
	40	587594	666077	201523	554360	167723
	50	590503	670284	203861	556779	169340
		2909	4224	2357	2414	1623
34	0	593412	674508	206218	559193	170963
	10	596321	678749	208594	561602	172593
	20	599230	683007	210991	564007	174230
	30	602139	687281	213457	566406	175874
	40	605047	691572	215842	568801	177525
	50	607956	695881	218299	571191	179183
		2909	4326	2476	2385	1665
35	0	610865	700207	220775	573576	180848

Vinkel.		Bue.	Tangent.	Secans externa (Tangent-høide).	Sinus.	Sinus versus (Bue-høide).
Gr.	Min.					
35	0	610865	700207	220775	573576	180848
	10	613774	704551	223272	575957	182520
	20	616683	708913	225789	578332	184199
	30	619592	713293	228326	580703	185885
	40	622501	717369	230836	583069	187577
	50	625410	722107	233466	585429	189277
		2909	4436	2602	2356	1706
36	0	628319	726543	236068	587785	190983
	10	631227	730996	238691	590136	192696
	20	634136	735469	241335	592482	194416
	30	637045	739961	244002	594823	196143
	40	639954	744472	246691	597159	197877
	50	642863	749003	249403	599489	199617
		2909	4551	2733	2326	1748
37	0	645772	753554	252136	601815	201365
	10	648681	758125	254892	604136	203118
	20	651590	762716	257671	606451	204880
	30	654498	767327	260472	608761	206647
	40	657407	771960	263298	611067	208421
	50	660316	776612	266146	613367	210202
		2909	4674	2873	2294	1788
38	0	663225	781286	269019	615661	211990
	10	666134	785981	271914	617951	213783
	20	669043	790697	274835	620235	215585
	30	671952	795436	277780	622515	217392
	40	674861	800196	280748	624789	219206
	50	677770	804980	283741	627057	221027
		2908	4804	3019	2263	1827
39	0	680678	809784	286760	629320	222854
	10	683587	814612	289803	631578	224688
	20	686496	819462	292872	633831	226528
	30	689405	824336	295967	636078	228375
	40	692314	829234	299088	638320	230229
	50	695223	834155	302234	640557	232089
		2909	4945	3173	2231	1866
40	0	698132	839100	305407	642788	233955
	10	701041	844069	308607	645013	235829
	20	703949	849062	311834	647233	237708
	30	706858	854081	315086	649448	239594
	40	709767	859124	318368	651657	241486
	50	712676	864193	321677	653861	243385
		2909	5094	3336	2198	1906
41	0	715585	869287	325013	656059	245291

Vinkel. Gr.	Vinkel. Min.	Bue.	Tangent.	Secens externa (Tangent-høide).	Sinus.	Sinus versus (Bue-høide).
41	0	715585	869287	325013	656059	245291
	10	718494	874407	328378	658252	247202
	20	721403	879553	331770	660439	249120
	30	724312	884725	335193	662620	251045
	40	727221	889924	338643	664796	252975
	50	730129	895151	342123	666966	254912
		2909	5253	3510	2165	1943
42	0	733038	900404	345633	699131	256855
	10	735947	905685	349172	671289	258805
	20	738856	910994	352742	673443	260760
	30	741765	916331	356341	675590	262722
	40	744674	921697	359972	677732	264691
	50	747583	927091	363634	679868	266666
		2909	5424	3694	2130	1980
43	0	750492	932515	367328	681998	268646
	10	753400	937968	371052	684123	270633
	20	756309	943451	374809	686242	272626
	30	759218	948965	378599	688355	274625
	40	762127	954508	382420	690462	276631
	50	765036	960083	386275	692563	278642
		2909	5606	3889	2095	2018
44	0	767945	965689	390164	694758	280660
	10	770854	971326	394085	696748	282684
	20	773763	976996	398041	698831	284713
	30	776672	982697	402032	700909	286750
	40	779580	988432	406058	702981	288792
	50	782489	994199	410117	705047	290839
		2909	5801	4096	2060	2054
45	0	785398	1000000	414213	707107	292893

§ 109. **Underbygning.**

En Lokomotivbanes Maximumsstigning bør ikke for almindelige Lokomotiver overskride 1 : 40 og mindste Kurveradius ikke være under 800 à 600 Fod. To modsatte Kurver skulle være forbundne med en ret Linie, der mindst er lig Længden af et Tog. Ved Banegaarde bør Linien i Regelen ligge horizontal, eller Stigningen i al Fald ikke overskride 1 : 400.

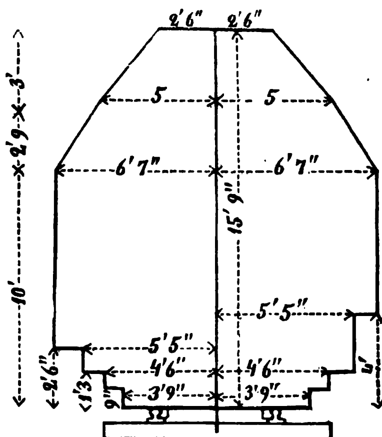
Den almindeligst anvendte
Sporvidde er for bredsporede Baner 4′ 8½″ engelsk.
Do. for smalsporede (norske) Do. 3′ 6″ —

Afstanden mellem to ved Siden af hinanden liggende Baner er 6′, det fri Rum paa hver Side af Skinnerne 5′ (4′ 6″) *).

Kronebredden er for dobbeltsporede Baner 24′ 9″
Do. for enkeltsporede Do. 14 à 15′ (12′ 6″).

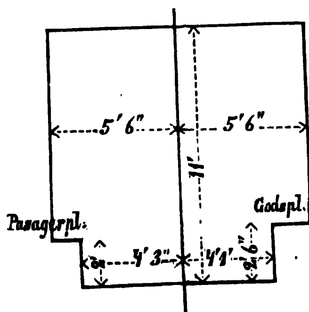
Normalprofil for 4′ 8½″ Sporvidde.

Fig. 261.



Normalprofil for 3′ 6″ Sporvidde.

Fig. 262.



*) De i () indesluttede Tal angive de tilsvarende Dimensioner for smalsporede 3′ 6″ Baner.

s.	Log.T
000	9,76
252	9,76
503	9,76
754	9,77
004	9,77
254	9,77
250	
504	9,77
753	9,781
002	9,78
250	9,787
498	9,790
745	9,792
247	26
992	9,795
238	9,798
484	9,801
730	9,8041
975	9,8069
220	9,8097
244	27
464	9,8125
708	9,8152
951	9,8180
194	9,8207
436	9,8235
678	9,82620
241	273
919	9,82899
160	9,83171
401	9,83442
641	9,83713
880	9,83984
119	9,84254
239	269
358	9,84523
596	9,84791
833	9,85059
070	9,85327
307	9,85594
543	9,85860
236	266
779	9,86126

Betegner

holdes frem
Axer paa en

og den bele

For efte

$e = 4' \, 8\frac{1}{2}$

Radius.

Ved Ne
ved en Te
Spille

Veiov
holder min
mmdsen ta

Overga
mm ma
ning, p

*) De i ( )
Forhale
Sec.

Skinn…

…ørehast…
…rvens R…
…n norma…
…rhøielse…

… $h = \frac{v^2}{rg}$ …

…s Afstande…
…banevogn, …

$\sqrt{\left(r^2 \ldots\right.}$ …

…ede Sporvid…
$w + e$ …

…nde Kurvera…

…520 i norske…

Forhøielse ydre Skinn…	
0,289′	(1 3/…)
0,231′	(1 1/…)
0,192′	
0,165′	
0,144′	
0,128′	(1 1/…)
0,115′	(1 …)

…mmelserne …
…orøvrigt …
…estbaner…

…et mell…
…e maa pa…
…r Slitage i…
…s Længde…
…r. Grad 0,0…
…ning af en…
…ur ÷ 100…
…net 1,70…
…nge maa…
…inkel end…
…2½″ bred
… brolægge…
…rkke sig
…er Side af…

…nde Tal angi…
… Udvidelser

§ 110. Overbygning.

Ballasteringen under Tversvillerne bør ved Anvendelse af Puk og god Kies mindst udgjøre 8 Tom., og ved Anvendelse af Grus og mindre god Ballast 12 Tom.

Desuden bør Rummet mellem Svillerne udfyldes i Høide med disse.

Til **Underlag** for Skinnerne anvendes i Regelen Tversviller af Træ; disse er 7′ til 9′ (6′ 6″) lang
7″ — 10″ (8″—9″) bred
5″ — 6″ (4″—$4^{1}/_{2}$″) høi
og ligge i en Afstand af 3′ à $3^{1}/_{2}$′ (2′ 6″ à 3′) fra hinanden.

De Sviller, som ligge Skinneskjødningerne nærmest, (se hosstaaende Fig. 263), lægges kun 18 à 20″ fra hinanden og skulle desuden tages stærkere end de øvrige Sviller.

Fig. 263.



Skinnernes Dimensioner ere:

	for 4′ $8^{1}/_{2}$″ Spor.			for 3′ 6″ Spor.	
Længde	18	til	21′	18—21′	engl.
Høide	$4^{1}/_{2}$″	—	$5^{1}/_{2}$″	$3^{3}/_{8}$″	„
Hovedets Bredde . .	$2^{1}/_{4}$	—	$2^{1}/_{2}$	$1^{7}/_{8}$	„
Ribbens Tykkelse .	$^{5}/_{8}$			$^{3}/_{8}$	„
Fodpladens Bredde .	$3^{1}/_{2}$	—	5	3—$3^{1}/_{4}$	„
Do. midlere Tykkelse	$^{1}/_{2}$	—	$^{5}/_{8}$	$^{3}/_{8}$	„

Skinnernes Vægt er:

for Lokomotiver	paa	12—17	Tons	Vægt	12—13,3	℔	pr. løb. Fod
„	Do.	- 20	„	—	18 à 20	„	—
„	Do.	- 30	„	—	28 à 30	„	—
„	Do.	- 50—60	„	—	50	„	—

eller: Skinnerne skulle veie omtrent saa mange ℔ pr. løb. Fod, som Lokomotivet har Tons, under Forudsætning af en fri Bærevidde af 3′ (2′ 6″).

Ved fortløbende Understøttelse kunne Skinnerne veie $^{1}/_{4}$ mindre.

Skinnernes Stilling:

Skinnerne skulle altid erholde en Heldning indad, der paa retliniet Bane udgjør 3 Grader eller $^{1}/_{20}$ af Skinnens Høide.

I Kurver skal ikke alene den ydre Skinne forhøies over den indre, men tillige en Udvidelse af Sporvidden finde Sted; denne kan dog bortfalde i Kurver med over 2000′ Rad. og bør for 600′ Rad. ikke overskride 1 Tomme.

Betegner v Kjørehastigheden.
r Kurvens Radius.
w den normale Sporvidde.
h Forhøielse af den ydre Skinne,

$$\text{saa er } h = \frac{v^2}{rg} w \ldots\ldots\ldots\ldots \; 1.$$

kaldes fremdeles s Afstanden mellem de fjerneststaaende Axer paa en Jernbanevogn, saa findes Sporudvidelsen

$$e = r \div \sqrt{\left(r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2\right)} \ldots\ldots \; 2.$$

og den hele forøgede Sporvidde altsaa:

$$w + e \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; 3.$$

For efterstaaende Kurveradier bliver saaledes, naar $v = 40'$
$w = 4'\ 8^1/_2'' = 4{,}520$ i norske Fod, $g = 31{,}308$, $s = 12'$

Radius.	Forhøieise af ydre Skinne.	Sporudvidelse.
800′	0,289′ (1³/₄″)*)	0,022′
1000′	0,231′ (1¹/₂″)	0,018′ (³/₄″)
1200′	0,192′	0,016′
1400′	0,165′	0,013′
1600′	0,144′ (1¹/₄″)	0,012′ (¹¹/₁₆″)
1800′	0,128′	0,010′
2000′	0,115′ (1″)	0,009′ (⁵/₈″)

Anm. Bestemmelserne med Hensyn til Sporudvidelsen varrierer forøvrigt meget ved de forskjellige Baner, ja ved de franske Vestbaner er den ikke benyttet.

Spillerummet mellem Skinnerne og Hjulkrandsenes indre Flade maa paa retliniet Bane ikke udgjøre under ³/₈″ og efter Slitage ikke over 1″.

Skinnernes Længdeforandring ved Temperaturvexling udgjør pr. Grad 0,00001182.

Ved Nedlægning af en 20′ lang Skinne
ved en Temperatur: ÷ 10°, 0°, + 10°, + 20°, + 30°
tages Spillerummet 1,70, 1,36, 1,02, 0,68, 0,34 Linier.

Veiovergange maa i Regelen ikke krydse en Bane under mindre Vinkel end 30°. Fordybningen for Sporkrandsen tages 2⁵/₈″ bred og 1¹/₂″ dyb.

Overgangen brolægges i Veiens Bredde, og Brolægningen maa strække sig omtrent 8 à 10′, = en Hjulomdreining, paa hver Side af Banen.

---

*) De i () staaende Tal angive de for 3′ 6″ Spor almindelig anvendte Forhøielser og Udvidelser i engl. Tom.; Hastigheden omtrent 20′ i Sec.

Til foreløbig Bestemmelse af Udvexlingens Længde (l), der forøvrigt bør vælges saaledes, at man kan indlægge ukappede Skinner,

haves: $l = \sqrt{2 \times 1{,}436 \times r}$. Meter.

Fig. 264.

Tungens Længde OQ sædvanlig $= 4{,}5$—5^{m},
Do. Afstand fra Skinnen OO''
ved Omdreiningspunktet $= 0{,}114^{m}$ à $0{,}120^{m}$,

$$\text{Tang. } \alpha = \frac{0{,}114}{4{,}5} \text{ eller } \frac{0{,}114}{5}.$$

Hjertestykkets halve Længde omtrent $1{,}205^{m}$,

$$\text{Tang. } \beta \; \frac{1}{8} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} - \frac{1}{12{,}5}.$$

Bestemmelse af Radien r for Afvigelsesbanen (Sidesporet) samt Længden af den rette Linie ved Hjertestykket.

Givne ere Vinklerne α, β, Længden af Hjertestykket Hh samt $OP = O'h + hH$.

$$PL = OO'' + OP \text{ Tang. } \alpha.$$
$$LH = 1{,}436 - PL.$$

$$LM \text{ (nøie nok)} = \frac{LH}{\text{Tang. } \gamma} = \frac{LH}{\text{Tang. } \beta - \text{Tang. } \alpha}.$$

Tang. γ kan, da det kun handler om meget spidse Vinkler, sættes $=$ Tang. β — Tang α. Tilnærmelsesvis tages nu

$$MK = O''M = OP - LM \left(\text{nøiagtigt } O''M = \frac{x}{\text{Cos. } \alpha}\right),$$

$$HK = LM - MK; \left(\text{nøiagtigt } HK = \frac{O'H - x}{\text{Cos. } \beta} \div MK\right)$$

$$\text{hvor } x = \frac{1{,}436 - OO'' - OP \text{ Tang. } \beta}{\text{Tang. } \alpha - \text{Tang. } \beta}.$$

$$\text{Af } O''M \text{ findes } r = \frac{O''M}{{}^1/_2 \text{ Tang. } \gamma}.$$

Exempel. Man skal modificere en ældre Afvigelse, hvis Længde QP være $= 24{,}6^m$.

Tang. $\beta = {}^1/_{10}$, den faste Skinne (hvortil Tungen slutter sig) $= 5^m$ og Tungens Længde $= 4{,}5^m$,

$$\text{Tang. } \alpha \text{ være} = \frac{0{,}120}{4{,}5} = 0{,}0267,$$

$$Hh = 1{,}205.$$

$O'h$ altsaa $= 24{,}6 - (5 + 1{,}205) = 18{,}4$ eller modificeret $= 18^m = 3$ Skinnelængder à 6^m.

$$PL = 0{,}120 + 19{,}2 \times 0{,}0267 = 0{,}632,$$

$$HL = 1{,}436 - 0{,}632 = 0{,}803,$$

$$LM = \frac{0{,}803}{(0{,}100 - 0{,}0267)} = 10{,}95,$$

$$O''M = 19{,}2 - 10{,}95 = 8{,}25,$$

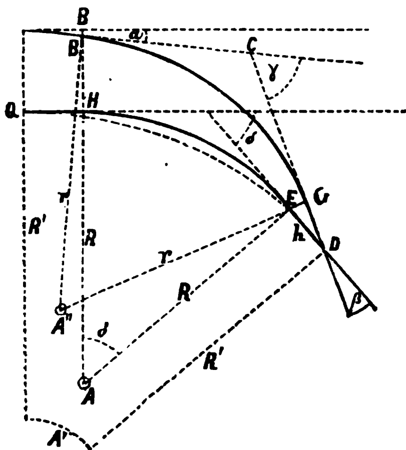
$$r = \frac{8{,}25}{{}^1/_2 \, . \, 0{,}0733} = 225^m \text{ (nøiagtigt } = 226{,}2^m).$$

$$HK = 10{,}95 - 8{,}25 = 2{,}7^m \text{ (nøiagtigt } = 2{,}762^m).$$

Sporvexling fra krumt Hovedgeleis.

Betegner B Roden af Tungen,
D Hjertestykkets mathemamatiske Spidse,
$HA = AE = R =$ (reduceret) Radius for Hovedgeleiset,
$C =$ Afvigelseskurvens Vinkelpunkt (Fig. 265).

Fig. 265.



ED være $= m$ Meter.
GD „ $= n$ Do.
Tang. α og Tang. β bekjendt.
BH = Sporvidde — Afstand BB,

saa er:

$$R = R' \div \frac{ED}{\text{Tang. } \frac{1}{2}\,\delta},$$ og til Bestemmelse af BC

har man:

$$0 = AB^2 - AD^2 + BC^2 - CD^2 - 2AB\,.\,BC\,.\,\text{Cos. } ABC + 2AD\,.\,CD\,.\,\text{Cos. } ADC.$$

Substitueres i denne Ligning alle givne Størrelser og indføres bestemte Talværdier f. Ex.

Tang. $\alpha = 0{,}023^{m}$,
$BB_{,} = 0{,}119$,
Tang. $\beta = 1 : 12 = 0{,}083$,
$m = 4$ og $n = 3$, saa faar man efter behørig Reduktion:

$$BC = \frac{2{,}136\,.\,R + 0{,}74 - \frac{3{,}984}{R} + \frac{192}{R^2}}{0{,}212\,R - 1{,}939 + \frac{1{,}328}{R} - \frac{64}{R^2}}$$

eller, med Udeladelse af alle Led, der ikke have nogen mærkelig Indflydelse paa Resultatet,

$$BC = \frac{2{,}136\,.\,R}{0{,}212\,.\,R - 1{,}94};$$ og deraf

$$r = \frac{2BC\,.\,R}{2BC + 0{,}060\,R - 1{,}04}.$$

§ 111. Modstand mod et Trains og Lokomotivs Bevægelse.

Kaldes W_1 Modstanden mod Trainets Bevægelse i engl. Pund à 0,454 Kilogr.
T_1 Trainets Vægt i engl. Tons à 1016 Kilogr.
L_1 Lokomotivets Do. i Do.
V_1 Trainets Hastighed i Timen i engl. Mil à 1609 Metr.
F_1 Trainets Frontflade.
f en enkelt Vogns Do.
i Antal af Vogne,

saa er Modstandene mod et Togs Bevægelse i ℔ (efter Redtenbacher):

1) Axerivningen af Trainet . . . . . = $6\,T_1$
2) Modstand mod Toget, frembragt ved Banens Ujevnhed og Togets Slingring . . . . = $\frac{1}{15}\,V_1 T_1$
3) Lokomotivets Axerivning . . . . = $6\,L_1$
4) Rivningsmodstanden af Lokomotivet som Maskine uden vedhængt Last . . . . = $8\,L_1$

5) Bane- og Rullingsmodstanden af Lokomotivet . . . . = $\frac{1}{2} L_1 V_1$

6) Forøgelse af Maskinrivningen, naar Lokomotivet trækker et Train, der foraarsager en Modstand W_1 . . = 0,14 W_1

7) Luftmodstanden mod Train og Lokomotiv . . . . 0,0025 $(F_1 + \frac{1}{4} \text{ i } f) V_1^2$

8) Banens Stigning . . . . 2200 Sin. $\alpha (T_1 + L_1)$

(α Banens Heldningsvinkel mod Horizonten).

9) Modstand i Kurver . . . . . = $Qm \frac{(\frac{1}{2} s + \frac{1}{2} a)}{R} = K_1$.

Q = Vægten af Toget, m = Rivningscoefficienten af Hjulene paa Skinnerne = $\frac{1}{8}$ for tørre og støvede, $\frac{1}{6}$ for almindelige, $\frac{1}{10}$ for fugtige og $\frac{1}{15}$ à $\frac{1}{20}$ for isede Skinner; s = Sporvidde, a = Axelstand. Om K_1 se nedenfor.

Summen af alle disse Modstande giver Totalmodstanden:

$$W_1 = 6{,}97\ T_1 + 0{,}077\ T_1 V_1 + 16{,}27\ L_1 + 0{,}581\ L_1 V_1 + 0{,}0029 (F_1 + \tfrac{1}{4} \text{ i } f) V_1^2 + 2556 \text{ Sin. } \alpha (T_1 + L_1) + 1{,}162 K_1.$$

For Formelen udtrykt i fransk Maalestok har man at sætte

$$W_1 = 2{,}205\ W \quad T_1 = 0{,}984\ T \quad L_1 = 0{,}984\ L.$$
$$F_1 = 10{,}75\ F \quad f = 10{,}75\ f \quad K_1 = 2{,}205\ K \quad V_1 = 2{,}23\ V.$$

og faar da

$$W = (3{,}11 + 0{,}77\ V) T + (7{,}25 + 0{,}577\ V) L + 0{,}0704 (F + \tfrac{1}{4} \text{ i } f) V^2 + 1162 \text{ Sin. } \alpha (T + L) + 1{,}162\ K.$$

Kjørehastigheden V i Regelen:

for Hurtigtog	16—20	Metr.	i Sec.
almindelige Persontog	12—16	Do.	Do.
Godstog	8—12	Do.	Do.
paa Bjergbaner	5—6	Do.	Do.

Et Lokomotivs Frontflade (F) = 7—8 □ Metr. (4 à 5 □ Metr.)
En Vogns Do. (f) = 4 „ (4 „)

Et Lokomotivs Vægt 20000—25000 Kilgr. (11000—17000 Kilgr.)

3die Klasses Vogn,	4 Hjul,		4—5000	Do.	
Do.	Do. 6	„	6—6500	Do.	
1 & 2den Kls. Do.	4	„	4—4500	Do.	(4000 Kilgr.)
Do.	6	„	7—7500	Do.	
Do.	8	„	12—13000	Do.	

Dækkede Godsvogne med

4 Hjul		4—4500	Kilgr.	(3700 Do.)
6	„	7—7500	Do.	
8	„	13—14000	Do.	

*) De i () indesluttede Tal gjælde 3′ 6″ Spor.

Lasteevnen udgjør for Godsvogne

1 à $1^1/_2$ × Vognens Vægt ($1^1/_2$ × Do.).

for Personvogne

sædvanlig $^1/_3$ × Vognens Vægt ($^1/_2$ × Do.).

Sættes i ovenstaaende Formel Sin. $a = 0$; $K = 0$; saa bliver Udtrykket $\frac{W}{L+T}$ Modstanden i Kilgr. pr. Ton af Train med Lokomotiv paa horizontal retliniet Bane.

Ved Indførelse af forskjellige Værdier for T og V, samt naar $F = 7$, $f = 4$, $i = \frac{T}{7}$ og $L = 20$, findes:

Vægt af Toget i Tons.	Værdier af $\frac{W}{L+T}$ naar $V =$				
	10 Metr. pr. Sec.	12 Metr. pr. Sec.	14 Metr. pr. Sec.	16 Metr. pr. Sec.	18 Metr. pr. Sec.
50	7,90	8,98	10,17	11,61	12,91
100	6,65	7,57	8,51	9,56	10,76
150	6,13	6,92	7,81	8,78	9,87
200	5,84	6,58	7,63	8,35	9,39

Af denne Tabel fremgaar, at Modstanden aftager med Togets Størrelse men voxer med dets Hastighed og varierer mellem 5 og 13 Kilgr. eller 10 ℔ og 28,6 ℔ pr. Ton.

For en Hastighed af 2 norske Mil i Timen (omtrent = 6,3 Meter i Sec.) er denne Modstand paa de norske Baner funden at udgjøre omtrent 9 ℔ pr. Ton = $\frac{1}{250}$.

Modstanden *(K)* i Kurver.

$$K = 500 \,.\, \frac{s + a}{R} \text{ ℔ pr. Ton.}$$

s = Sporvidde, a Axelstand, R = Kurveradius.

Nedenstaaende Tabel I. indeholder de til forskjellige Kurveradier svarende Modstande i ℔ pr. Ton for forskjellige Sporvidder under Forudsætning af, at $a = 10'$.

Tab. II. de til de respektive Stigninger svarende Modstande, $\left(\text{Sin. } a \,.\, 2200 = \frac{1}{n} \,.\, 2200\right)$ i ℔ pr. Ton.

Tab. I.

Kurve-radius.	Modstanden i ℔ pr. Ton naar s =		
	4′ 8½″	3′ 6″	2′ 6″
2400 Fod	3,0	2,8	2,6
1800 „	4,08	3,75	3,47
1400 „	5,25	4,8	4,46
1200 „	6,13	5,62	5,2
1000 „	7,35	6,75	6,25
900 „	8,17	7,5	6,94
800 „	9,19	8,44	7,8
700 „	10,5	9,64	8,9
600 „	12,26	11,25	10,4
500 „	14,7	13,5	12,5
400 „	18,4	16,9	15,6

Tab. II.

Stigning af 1 paa	Modstand i ℔ pr. Ton.
1000	2,2
500	4,4
333	6,6
250	8,8
200	11,0
166,6	13,2
143	15,4
125	17,6
111	19,8
100	22,0
90,9	24,2
83,3	26,4
76,9	28,6
71,4	30,8
66,5	33
62,5	35,2
58,85	37,4
55,55	39,6
52,63	41,8
50	44,0
47,61	46,2
45,73	48,4
40,0	55,0
30,0	73,3

Et Lokomotivs Trækkraft (*Z*). § 112.

Betegner Q = Drivhjultrykket.
d = Cylinderdiameter i engl. Tom.
l = Kolbeslagets Længde i Do.
D = Drivhjuldiameteren i Do.
p_1 = midlere Tryk i Cylinderen,

saa har man:

$$Z = \frac{1}{6} Q. \quad \text{og}$$

$$Z = \frac{d^2 l p'}{D}$$

af hvilke Værdier den mindste maa tages.

Til Bestemmelse af p_1 har man

$$p_1 = \frac{p}{90} \left(10 \sqrt{a} - 22\right) \cdot$$

p = Trykket i Dampkjedelen.
a = Admissionen i Procent af Kolbeslagets Længde.

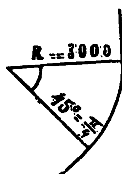
§ 113. Kurvers og Stigningers Indflydelse paa Driftsomkostningerne.

Stigningsvinkelen i en Kurve bør formindskes saa meget, at den ved Kurven forøgede Modstand er lig Virkningen af den Del af Tyngdekraften, som bliver ophævet ved den mindre Stigningsvinkel.

Driftsomkostningerne (forsaavidt de staa i direkte Forhold til en Banestræknings Transportevne) ved en Krumning ere de samme som ved en lige, horizontal Bane, naar dennes Længde bliver forøget $4^1/_2{}'$ paa hver Grad af Krumningen (Centrivinkelen).

Er f. Ex. Krumningen $= 45^0$, Radien $= 3000'$ } altsaa Banelængden $= 2355'$

Fig. 266.



saa er den lige, horizontale Bane, ved hvilken Driftsomkostningerne ere de samme:

$$\frac{\pi}{4} \cdot 3000 + 45 \cdot 4^1/_2 = 2355' + 202' = 2557'.$$

Paa en stigende Banestrækning ere Omkostningerne de samme, som paa en horizontal og lige af samme Længde + 250′ for hver stigende Fod.

Har man altsaa en 1000′ lang Strækning med en Stigning af 1 : 50, saa er den hele Stigning = 20′, og derfor dens Driftsomkostninger svarende til 1000 + 20 . 250′ = 6000′ paa retliniet og horizontal Bane.

Capitel IV.

Broer.

Med Henvisning til § 75 Pag. 246 i første Del følger § 114.
til Lettelse ved Beregning af Bjælkebroer nedenstaaende Tabel, hvor

$M = \frac{T}{e}$ = Modstandsmomentet af de forskjellige Tversnitsformer; se første Del Pag. 248 og 249.

k tilladelig Belastning pr. □ Tomme duodecimal; se første Del Pag. 245.

P betegner en i et enkelt Punkt virkende Last.

Q „ en over Bjælkens hele Længde jevnt fordelt Last.

p „ Bjælkens egen Vægt i ℔.

l „ Bjælkens Længde i Tommer.

L „ Do. Do. i Fod.



Formeltabel for Beregning

(Se første Dels

No.	Belastningsmaade.	Formler for Beregning af en Bjælkes fornødne Dimensioner eller største tilladelige Belastning, naar Bjælkens egen Vægt ikke er medregnet $k.M =$	er medregnet $k.M =$
1		$Pl.$ $\frac{1}{2} Ql.$	$\left(P + \frac{1}{2} p\right) l.$ $\frac{1}{2} (Q + p) l.$
2		$\frac{1}{4} Pl.$ $\frac{1}{8} Ql.$	$\frac{1}{4} \left(P + \frac{1}{2} p\right) l.$ $\frac{1}{8} (Q + p) l.$
3		$\frac{Pcc'}{l}$	$\frac{cc'}{l} \left(P + \frac{p}{2}\right)$
4		$P\left(\frac{cc'}{l} - \frac{l'}{8}\right)$	$P\left(\frac{cc'}{l} - \frac{l'}{8}\right) + \frac{pcc'}{2l}$
5		$Pc.$	$Pc + \frac{1}{8} pl.$
6		$\frac{3}{16} Pl.$ $\frac{1}{8} Ql.$	 $\frac{1}{8} (Q + p) l.$
7		$\frac{1}{8} Pl.$ $\frac{1}{12} Ql.$	 $\frac{1}{12} (Q + p) l.$

af Bjælkers relative Bæreevne.

§ 75 Pag. 246).

Formler for Beregning af Bjælker, der ere fæstede i den ene Ende.

Tversnitsform.		Smedejern $k = 10000$	Støbejern $k = 7000$	Træ $k = 1000$
	$P =$	$82 \frac{d^3}{L}$	$57 \frac{d^3}{L}$	$8 \frac{d^3}{L}$
	$d =$	$0{,}23 \sqrt[3]{PL}$	$0{,}26 \sqrt[3]{PL}$	$0{,}50 \sqrt[3]{PL}$
	$P =$	$139 \frac{h^3}{L}$	$97 \frac{h^3}{L}$	$14 \frac{h^3}{L}$
	$h =$	$0{,}19 \sqrt[3]{PL}$	$0{,}22 \sqrt[3]{PL}$	$0{,}41 \sqrt[3]{PL}$
	$P =$	$139 \frac{bh^2}{L}$	$97 \frac{bh^2}{L}$	$14 \frac{bh^2}{L}$
	$h =$	$0{,}085 \sqrt{\frac{PL}{b}}$	$0{,}10 \sqrt{\frac{PL}{b}}$	$0{,}27 \sqrt{\frac{PL}{b}}$
	$P =$			$10 \frac{bh^2}{L}$
	$h =$			$0{,}32 \sqrt{\frac{PL}{b}}$
	$P =$			$\frac{14b}{L}\left(h^2 - \frac{h'^3}{h}\right)$

Er Bjælken belastet som i No. 2, 3 o. s. v., saa har man blot i Stedet for P at indsætte respektive: $\frac{1}{4} P$; $\frac{1}{8} Q$; $\frac{3}{16} P$; $\frac{1}{12} Q$ o. s. v. . b, d og h i duodecimale Tommer, L i Fod.

Hviler en Bjælke foruden paa Vederlagerne ogsaa frit paa flere mellemliggende Understøttelsespunkter (Pilarer), og er den belastet med en jevnt fordelt Last p pr. Længdeenhed, er Støttepunkternes Afstand fra hinanden a, samt

M_1, M_2 . . . . . Spændingsmomenterne $\left(Mk = \frac{T}{e} \cdot k\right)$ over Mellemstøtterne (Pilarerne).
N, N_1, N_2 . . . de største Spændingsmomenter mellem Understøttelsespunkterne.
d, d_1, d_2 . . . . Afstandene af de nærmeste, paa ydre Side staaende, Støtter fra de Tversnit, i hvilke Momenterne N forekomme.
T_1, T_2, T_3 . . . Reaktionen af de tilsvarende Pilarer.
R og S . . . . . Do. af Vederlagerne;

saa har man til Beregningen af de respektive Værdier følgende Tabel:

Tabel over Momenterne M.

Spænd-momen-terne.	Understøttelsespunkternes Antal.				
	3.	4.	5.	7.	9.
M_1 =	0,125 pa^2	0,1 pa^2	0,1071 pa^2	0,1058 pa^2	0,1057 pa^2
M_2 =	—	—	0,0714 „	0,0769 „	0,0773 „
M_3 =	—	—	—	0,0865 „	0,0851 „
M_4 =	—	—	—	—	0,0825 „

Tabel over Momenterne N.

Spænd-momen-terne.	Understøttelsespunkternes Antal.				
	3.	4.	5.	7.	9.
N =	0,0703 pa^2	0,08 pa^2	0,0772 pa^2	0,0777 pa^2	0,0777 pa^2
N_1 =	—	0,025 „	0,0364 „	0,0340 „	0,0339 „
N_2 =	—	—	—	0,0434 „	0,0438 „
N_3 =	—	—	—	—	0,0412 „

Tabel over Afstandene d.

Afstan-dene.	Understøttelsespunkternes Antal.				
	3.	4.	5.	7.	9.
d =	0,375 a	0,4 a	0,393 a	0,394 a	0,394 a
d_1 =	—	0,5 a	0,536 a	0,529 a	0,528 a
d_2 =	—	—	—	0,490 a	0,492 a
d_3 =	—	—	—	—	0,503 a

Tabel over Pilarernes og Vederlagernes Reaktion.

Afstandene.	Understøttelsespunkternes Antal.				
	3.	4.	5.	7.	9.
R =	0,375 *pa*	0,4 *pa*	0,3929 *pa*	0,3942 *pa*	0,3943 *pa*
T_1 =	1,25 „	1,1 „	1,1429 „	1,1346 „	1,1340 „
T_2 =	—	—	0,9286 „	0,9615 „	0,9639 „
T_3 =	—	—	—	1,0192 „	1,0103 „
T_4 =	—	—	—	—	0,9948 „

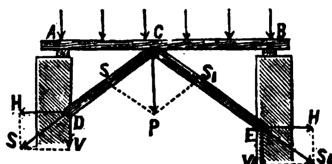
Spræng- og Hængværk. § 115.

Bjælken *AB* være understøttet af to Stræber, *CD* og *CE*, der have en Heldningsvinkel mod Horizonten af a og a_1, saa overføres den i *C* virkende Del *P* af Bjælkens Belastning paa de respektive Stræber (Fig. 267) med Trykket:

$$S = \frac{P \text{ Cos. } a_1}{\text{Sin. } (a + a_1)} \quad \text{og}$$

$$S_1 = \frac{P \text{ Cos. } a}{\text{Sin. } (a + a_1)},$$

Fig. 267.



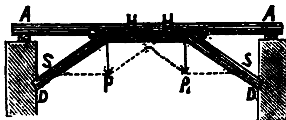
som uforandret gaar over paa Vederlagsmurene og trykke disse udad med den horizontale Kraft.

$$H = \frac{P \text{ Cos. } a \text{ Cos. } a_1}{\text{Sin. } (a + a_1)}$$

Er Bjælken *AA* (Fig. 268) understøttet i to Punkter, hvoraf hvert optager en Del *P* af den hele Belastning, saa har man Tryk i Stræben

$$S = \frac{P}{\text{Sin. } a}.$$

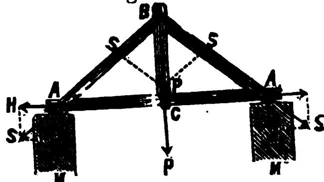
Fig. 268.



Tryk i Spendrigelen = Horizontaltrykket paa Vederlaget:

$H = P$ Cotang. a; og understøttes Bjælken *AA* af en Hængesøile (Fig. 269), saa har man Tryk i en Stræbe:

Fig. 269.



$$S = \frac{P}{2 \text{ Sin. } \alpha},$$

Horizontaltrykket

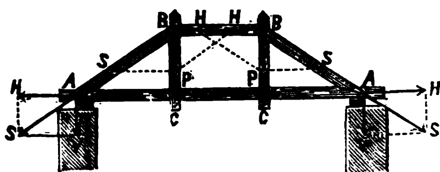
$$H = \frac{P}{2} \text{ Cotang. } \alpha, \quad \text{og}$$

Verticaltrykket

$$V = \frac{1}{2} P.$$

For et Hængværk, som i Fig. 270 angivet, gjælder den samme Beregning som for Sprængværket i Fig. 268.

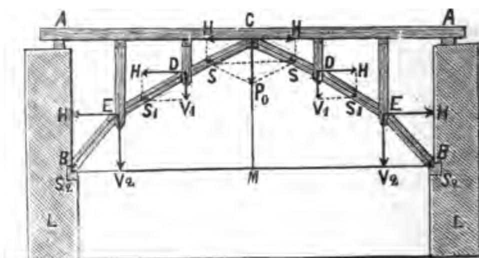
Fig. 270.



Bliver Stræbernes Længde over det 10 dobbelte af deres mindste Tverdimension, saa maa ved deres Beregning tages Hensyn til det under § Pag. anførte om Reduktion af Styrkecoefficienten, eller de maa efter Omstændighederne afstives med Tænger.

Understøttes en Bjælke af et polygonalt Sprængværk i flere Punkter, f. Ex. i 5 (Fig. 271), saaledes at Punktet C optager Lasten P_0, Punkterne DD optager P_1,

Fig. 271.



og Punkterne EE optager P_2, saa er Verticaltrykket i D.

$$V_1 = \frac{1}{2} P_0 + P_1, \quad \text{og i } E.$$
$$V_2 = \frac{1}{2} P_0 + P_1 + P_2;$$

og betegner α_0 α_1 α_2 Bøiningsvinkelen af de respektive Stræber CD, DE og EB mod Horizonten, saa er Horizontaltrykket af det hele Sprængværk:

$$H = \frac{1}{2} P_0 \text{ Cotang. } \alpha_0 = \left(\frac{1}{2} P_0 + P_1\right) \text{ Cotang. } \alpha_1$$
$$= \left(\frac{1}{2} P_0 + P_1 + P_2\right) \text{ Cotang. } \alpha_2.$$

Trykket i Stræberne er:

$$S = \frac{P_0}{2 \text{ Sin. } \alpha_0}, \quad S_1 = \frac{P_0 + 2P_1}{2 \text{ Sin. } \alpha_1}, \quad S_2 = \frac{P_0 + 2(P_1 + P_2)}{2 \text{ Sin. } \alpha_2}$$

hvoraf det sidste gaar over paa Vederlaget.

Er Bjælken AA's Belastning jevnt fordelt og Afstanden mellem Støttepunkterne ligestore, saa har man $P_2 = P_1 = P_0$ og $V_1 = {}^3/_2\ P_0$; $V_2 = {}^5/_2\ P$, og er b den halve Spændvidde BM og a Sprængværkets Høide CM, saa er at sætte $a = \frac{b}{3}$ (Tang. α_0 + Tang. α_1 + Tang. α_2) $= 3b$ Tang. α_0 og omvendt:

$$\text{Tang. } \alpha_0 = \frac{a}{3b}, \quad \text{Tang. } \alpha_1 = 3 \cdot \frac{a}{3b} \quad \text{Tang. } \alpha_2 = 5 \cdot \frac{a}{3b}.$$

Bliver altsaa Bjælken understøttet i $2n-1$ Mellempunkter, har altsaa n Stræber paa hver Side af Understøttelsespunktet, saa har man:

$$\text{Tang. } \alpha_{n-1} = (2n-1) \text{ Tang. } \alpha_0, \quad \text{og } a = nb \text{ Tang. } \alpha_0$$

derfor omvendt:

$$\text{Tang. } \alpha_0 = \frac{a}{nb}, \quad \text{Tang. } \alpha_1 = 3 \frac{a}{nb} \quad \text{Tang. } \alpha_2 = 5 \frac{a}{nb} \text{ o. s. v.}$$

endelig er:

$$\text{Tang. } \alpha_{n-1} = \frac{2n-1}{n} \cdot \frac{a}{b}, \quad \text{og } H = \frac{nb}{2a} \cdot P.$$

er $n = \infty$, saa antager Sprængværket Bueform, og da er

$$\text{Tang. } \alpha_{n-1} = \text{ Tang. } \alpha = \frac{2a}{b},$$

hvorved α betegner Buens Bøiningsvinkel mod Horizonten ved B.

For et andet Punkt O er Bøiningsvinkelen $TON = p$ bestemt ved Ligningen:

$$\text{Tang. } p = \frac{2x}{y}, \text{ naar } x \text{ og } y$$

betegner de tilsvarende Coordinater, CN og NO, for Punktet O. Kurven bliver da en Parabel.

For en Belastning af $2Q$ er Horizontaltrykket i ethvert Punkt af Buen:

$$H = \frac{b}{2a} Q. \quad \text{og}$$

Verticaltrykket i hvilketsomhelst Punkt O:

$$V = \frac{y}{b} Q;$$

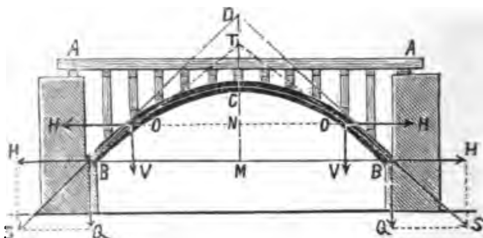
Totalspændingen i Buens Retning

$$S = \sqrt{H^2 + V^2} = Q\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2};$$

ved Fodpunktet er $V = Q$ og

$$S = Q\sqrt{1 + \left(\frac{b}{2a}\right)^2} = \frac{Q\sqrt{4a^2 + b^2}}{2a}.$$

Fig. 272.



Betegner k Buens Bæremodul, saa er det fornødne Tversnit i B:

$$F = \frac{S}{k} = \frac{Q}{k}\sqrt{1 + \left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

De samme Formler gjælde ogsaa tilnærmelsesvis for Cirkelbuer, og man har:

for $\frac{b}{a} =$	„	2	3	4	5	10
efter Formelen $H = \frac{b}{2a}Q, H =$	0,50 Q	1,00 Q	1,50 Q	2,00 Q	2,50 Q	5,00 Q
efter Ardants Forsøg $H =$	0,44 Q	1,08 Q	1,55 Q	2,04 Q	2,66 Q	6,66 Q

Medens Parabelbuen ved jevnt fordelt Belastning alene er udsat for Tryk, lider Cirkelbuen ogsaa en Bøining, hvorfor Ardant beregner dens Tversnit efter Formelen

$$F = b_1 h_1 = \left(m + \frac{nr}{4h_1}\right)\frac{Q}{k},$$

hvor r Buens Radius, b_1 og h_1 Bredden og Høiden af Buetværsnittet F; m og n de i følgende Tabel angivne Coefficienter.

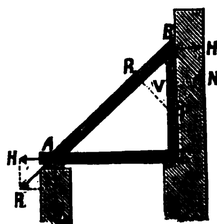
$\frac{b}{a} =$	2	3	4	5	10	15	20
$m =$	1,080	1,550	2,040	2,660	6,660	7,630	9,520
$n =$	0,792	0,263	0,117	0,053	0,034	0,022	0,001

Tagstole. § 116.

Under Forudsætning af en jevnt fordelt Belastning G paa Tagspærrerne kan man antage, at ved Understøttelse i begge Ender, optager hvert Støttepunkt $^1/_2$ G, og naar Spærren desuden er understøttet i Midten, optager hver af Enderne $^3/_{16}$ G og Midtstøtten $^5/_8$ G o. s. v., se forøvrigt Tab. Pag. 402.

I det følgende betegnes Stræbens (AB Fig. 273) Bøiningsvinkel BAC . . . . med a
Stræbens Længde . . . . „ l
dens Verticalprojection BC . . . . „ a
dens Horizontalprojection AC . . . . „ b

Fig. 273.



1) Hviler Spærrens øvre Ende paa en Søile, BC, hvis øvre Ende er afskaaret efter Spærrens Heldning, saa optager den et Normaltryk $N = {}^1/_2\, G$ Cos. a; og følgelig er Horizontaltrykket

$$H = {}^1/_2\ G \text{ Sin. } a \text{ Cos. } a. = {}^1/_2\ G\ \frac{ab}{l^2} \quad \text{og}$$

Verticaltrykket i BC:

$$V = {}^1/_2\ G \text{ Cos. } a^2 = {}^1/_2\ G \left(\frac{b}{l}\right)^2.$$

Trykket i Retningen af Spærren:

$$R = {}^1/_2\ G \text{ Sin. } a = {}^1/_2\ G\ \frac{a}{l}.$$

og Verticaltrykket i $A = G - V$.

Hviler Spærreenden B paa en horizontalt afskaaren Støtte, saa er $R = N = 0$, og støtter den sig mod en vertical Flade, saa er:

$$H = {}^1/_2\ G \text{ Cot. } a = {}^1/_2\ G\ \frac{b}{a}.$$

$$V = 0; \quad R = {}^1/_2 \frac{G}{\text{Sin. } a} = \frac{Gl}{2a}.$$

2) Hviler Spærrerne paa en Tagstol EE, Fig. 274, saa lider denne et Tryk af disse, der er:

$$N = {}^1/_2 \; G \text{ Cos. } a.$$

Spærretrykket mellem B og $E = {}^1/_4 \frac{G}{\text{Sin. } a}$, og dets Forøgelse i $E = {}^1/_2 \; G$ Sin. a.

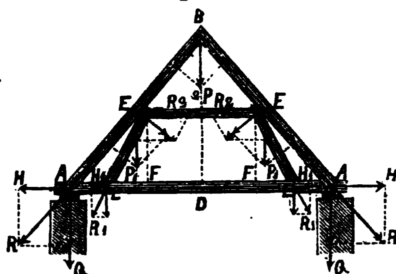
Det samlede Spærretryk i A er altsaa:

$$R = \frac{G}{4 \text{ Sin. } a} + {}^1/_2 \; G \text{ Sin. } a = \frac{G}{4} \left(\frac{l^2 + 2a^2}{al}\right),$$

og Horizontaltrykket i A:

$$H = R \text{ Cos. } a = \frac{Rb}{l} = \frac{Gb}{4al^2} (l^2 + 2a^2)$$

Fig. 274.



betegner l_1 Længden EL, a_1 Vertikalprojectionen EF og b_1 Horizontalprojectionen, samt α_1 Bøiningsvinkelen af Tagstolspærren EL, og sættes ${}^1/_2 \; G = P_1$, saa har man:

$$R_1 = \frac{P_1 \text{ Cos. } a^2}{\text{Sin. } a_1} = {}^1/_2 \; G \frac{b^2 l_1}{l^2 a_1}, \text{ og}$$

$$H_1 = R_1 \text{ Cos. } a_1 = {}^1/_2 \; G \frac{b^2 b_1}{l^2 a_1}.$$

Den hele Spænding i Bjælken mellem L og L:

$$S = H + H_1 = \frac{Gb^2}{2l^2} \left(\frac{l^2 + 2a^2}{2ab} + \frac{b_1}{a_1}\right).$$

Tryk i Spændriegelen EE:

$$R_2 = \frac{P_1 \text{ Cos. } a \text{ Cos. } (a_1 - a)}{\text{Sin. } a_1} = {}^1/_2 \; G \frac{b \; (aa_1 + bb_1)}{a_1 l^2}.$$

Ere Spærrerne fast forbundne med Tagstolen, saa gaar $P_1 = {}^1/_2 \; G$ fuldstændig over paa denne, og man har da:

$$R = \frac{G}{4 \text{ Sin. } a} = \frac{Gl}{4a}$$

$$H = R \text{ Cos. } a = \frac{G}{4} \text{ Cot. } a = \frac{Gb}{4a}$$

$$R_1 = {}^1/_2 \frac{G}{\text{Sin. } a_1} = \frac{Gl_1}{2a_1}$$

$$H_1 = R_2 = {}^1/_2 \ G \text{ Cot. } a_1 = {}^1/_2 \ G \frac{b_1}{a_1}$$

$$S = H + H_1 = {}^1/_2 \ G \left(\frac{b}{2a} + \frac{b_1}{a_1}\right).$$

Ere Spærrerne kun understøttede af en Spændrigel EE, saa er

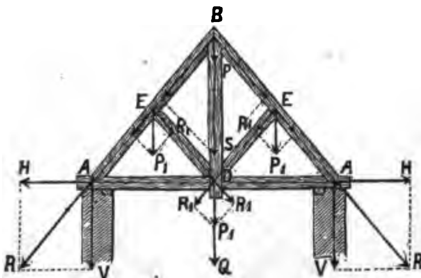
$$R = \frac{P + P_1}{\text{Sin. } a} = {}^3/_4 \frac{G}{\text{Sin. } a} = {}^3/_4 \frac{Gl}{a},$$

$$H = (P + P_1) \text{ Cotg } a = {}^3/_4 \ G \frac{b}{a},$$

$$R_1 = 0, \quad \text{og } R_2 = {}^1/_2 \ G \frac{b}{a}.$$

3) Hovedspærrerne AB (Fig. 275) være i Midten understøttet af Stræberne DE, og Hængesøilen BD overføre saavel Trykket af disse, som af en Last Q paa Midten af Bjælken AA, paa Punktet B; man har da:

Fig. 275.



$$P_1 = {}^1/_2 \ G_1; \quad R_1 = \frac{P_1}{2 \text{ Sin. } a} = \frac{G}{4 \text{ Sin. } a} = \frac{Gl}{4a}.$$

Det hele Træk i Hængsøilen:

$$S = Q + P + P_1 = Q + G.$$

Spærretrykken mellem B og E

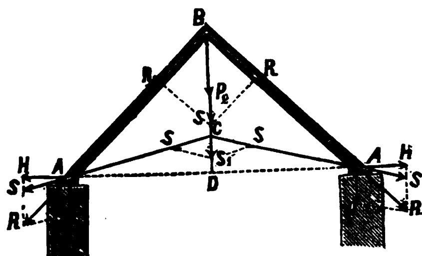
$$= \frac{Q + G}{2 \text{ Sin. } a} = \left(\frac{Q + G}{2}\right) \frac{l}{a},$$ og Spærretrykkket i

$$A: \quad R = \frac{Q + {}^3/_2\, G.}{2\, \text{Sin.}\, a} = (Q + {}^3/_2\, G) \frac{l}{2a} \quad \text{og}$$

$$H = \left(\frac{Q + {}^3/_2\, G.}{2}\right) \text{Cot.}\, a = (Q + {}^3/_2\, G) \frac{b}{2a}.$$

4) Ved den i Fig. 276 betegnede Jerntagstol betegne l_1 Længden, a_1 Verticalprojectionen CD, og α_1 Bøiningsvinkelen CAD af Spændstængerne CA; de øvrige Betegnelser som ovenfor, saa er:

Fig. 276.



$$R = \frac{P\, \text{Cos.}\, \alpha_1}{\text{Sin.}\, (\alpha - \alpha_1)} = {}^1/_2\, \frac{G\, \text{Cos.}\, \alpha_1}{\text{Sin.}\, (\alpha - \alpha_1)} = {}^1/_2\, \frac{Gl}{a - a_1}.$$

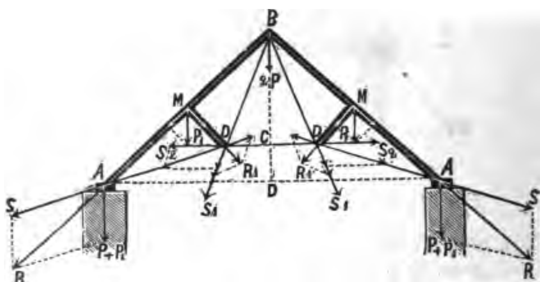
Trækket i Spændstangen CA.

$$S = \frac{P\, \text{Cos.}\, \alpha}{\text{Sin.}\, (\alpha - \alpha_1)} = {}^1/_2\, \frac{G\, \text{Cos.}\, \alpha}{\text{Sin.}\, (\alpha - \alpha_1)} = {}^1/_2\, \frac{Gl_1}{a - a_1}$$

og i Hængstangen BC.

$$S_1 = 2S\, \text{Sin.}\, \alpha_1 = \frac{Ga_1}{a - a_1}.$$

Fig. 277.



5) Betegner i Fig. 277

c Længden af Stræben MD.

l_1 Do. af Spændstangen AD.

a_1 Verticalprojectionen af AD.
b_1 Horizontalprojectionen af Do.
α_1 Vinkel med Horizt. af Do.,

saa er Spærretrykket i A:

$$R = \frac{(P+P_1)\,\mathrm{Cos.}\,\alpha_1}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^3/_4\,\frac{G\,\mathrm{Cos.}\,\alpha_1}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^3/_4\,G\,\frac{b_1}{c}$$

$$S = \frac{(P+P_1)\,\mathrm{Cos.}\,\alpha}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^3/_4\,\frac{G\,\mathrm{Cos.}\,\alpha}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^3/_4\,G\,\frac{bl_1}{cl}.$$

Trykket i Stræben MD:

$$R_1 = {}^1/_2\,G\,.\,\mathrm{Cos.}\,\alpha = {}^1/_2\,G\,\frac{b}{l},$$

Trækket i Stangen BD:

$$S_1 = \frac{G\,\mathrm{Cos.}\,\alpha}{2\,\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)}\left({}^1/_2 + \frac{\mathrm{Sin.}\,\alpha_1}{\mathrm{Sin.}\,(2\alpha - \alpha_1)}\right) = \frac{G}{4}\,\frac{bl_1}{cl}\cdot\frac{a + a_1}{a - a_1}$$

og i DD:

$$S_2 = \frac{G\,\mathrm{Cos.}\,\alpha\,\mathrm{Cos.}\,(\alpha - \alpha_1)}{\mathrm{Sin.}\,(2\alpha - \alpha_1)} = \frac{Gb}{2\,(a - a_1)}.$$

6) Ved Construktionen i Fig. 278 har man, naar

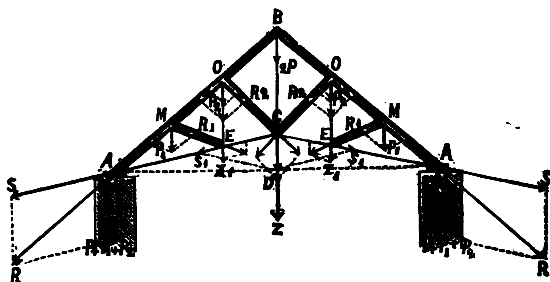
$$BC = a - a_1 = h$$
$$OE = {}^2/_3\,h \quad = h_1$$

og Betegnelserne forøvrigt som ovenfor:

$$R = (P + P_1 + P_2)\,\frac{\mathrm{Cos.}\,\alpha_1}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^5/_6\,\frac{G\,\mathrm{Cos.}\,\alpha_1}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^5/_6\,G\,\frac{l}{h}$$

$$S = (P + P_1 + P_2)\,\frac{\mathrm{Cos.}\,\alpha}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^5/_6\,\frac{G\,\mathrm{Cos.}\,\alpha}{\mathrm{Sin.}\,(\alpha - \alpha_1)} = {}^5/_6\,G\,\frac{l_1}{h}$$

Fig. 278.



kaldes fremdeles:

Stræben ME's Horizontalvinkel . . β_1
og dens Længde . . . . c_1
Stræben OC's Horizontalvinkel . . β_2
dens Længde . . . . c_2,

saa har man videre: Tryk i Stræben ME,

$$R_1 = \frac{P_1 \text{ Cos. } a}{\text{Sin. } (a + \beta_1)} = {}^1/_3 \frac{G \text{ Cos. } a}{\text{Sin. } (a + \beta_1)} = {}^1/_2 \; G \frac{c_1}{h} .$$

Spærretrykket mellem O og $M = {}^2/_3 \; G \frac{l}{h}$.

Trækket i Spændstangen mellem C og E:

$$S_1 = S - \frac{R_1 \text{ Cos. } \beta_1}{\text{Cos. } a_1} = {}^2/_3 \; G \frac{l_1}{h} .$$

Trækket i OE:

$$Z_1 = \frac{R_1 \text{ Sin. } (a_1 + \beta_1)}{\text{Cos. } a_1} = {}^1/_6 \; G,$$

og Trykket i OC:

$$R_2 = {}^1/_2 \frac{G \text{ Cos. } a}{\text{Sin. } (a + \beta_2)} = {}^1/_2 \; G \frac{c_2}{h} .$$

Spærretrykket mellem B og O:

$$R_0 = {}^1/_2 \; G \frac{l}{h}$$

og Trækket i BC:

$$Z = G \left(\frac{a}{h} - {}^1/_3 \right) .$$

Danne Baandene AC og CA en ret Linie, saa er $l_1 = b$ og $h = a$.

Til Beregning af Tagets Vægt G, har man:

Tækningsmaterial.	Vægt i ℔ pr. □ Fod Tagflade, Tækningsmatr. med Tilbehør.	
	tør.	vaad*).
Teglstenstag paa Lægter . .	7—8	7½—9
Do. paa Bordtag . .	10—12	12½—15
Skiffertag paa Lægter, engelsk, enkelt	4—5	
Do. do. dobbelt	6—7	
Do. do. svenskt	10—11	
Do. do. norskt	7—9	
Skiffertag paa Bordtag, engelsk, enkelt	6—7	
Do. do. dobbelt	8—9	
Do. do. svenskt	12—13	
Do. do. norskt	10—11	
Zinktag	3—4	
Jernplader	4—5	

*) Bordtaget tænkes ogsaa gjennemtrængt af Vand.

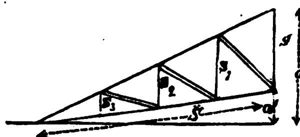
Vægten af en let Jerntagspærre kan regnes til

		$3^1/_2$—4	℔ pr. □ Fod	Grundflade,
Do.	af Træ . . .	5—8	„	Do.
Do.	af Sneen . .	20—30	„	Do.

Trykket af den stærkeste Vind = 40 Sin. $2a$ ℔.

Efterfølgende Tabel indeholder Dimensionerne, i engl. Maal, af forskjellige udførte Tagkonstruktioner; Fig. 276 er benyttet for 20—30 Fods og Fig. 277 for 30—40 Fods Spændvidde samt Fig. 278 for 40—50′.

Fig. 279.



Spærrer og Stræber ere af valset Jern, Fig. 280, Spænd- og Hængstængerne af Rundtjern.

Fig. 280.

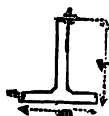
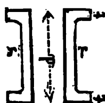


Fig. 281.



For Spændvidder over 50′ bestaa Spærrerne af 2 Skinner med mellemliggende Træbjælke, Fig. 281.

Afstanden mellem to Ribber er antaget til 6 Fod.

Spændvidde.	Høide a over den gjennem Vederlagerne gaaende Horizontale Fig. 279.	a' (se Fig. 279).	Afstand mellem to Hængstænger.	Dimensioner af Spærrerne (se Fig. 280 og 281).			
				w	t	d	r
20'	4'	6"	5'	2"	1/4"	2 1/2"	3/8"
21'	4' 2 1/2"	6 1/4"	5' 3"	2"	1/4"	2 1/2"	3/8"
22'	4' 5"	6 5/8"	5' 6"	2 1/4"	1/4"	2 3/4"	3/8"
23'	4' 7 1/4"	7"	5' 9"	2 1/4"	1/4"	2 3/4"	3/8"
24'	5' 9 3/4"	7 1/4"	6'	2 1/2"	1/4"	3"	3/8"
25'	5'	7 1/2"	6' 3"	2 1/2"	1/4"	3"	3/8"
26'	5' 2 1/2"	7 3/4"	6' 6"	2 1/2"	1/4"	3"	3/8"
27'	5' 5"	8"	6' 9"	2 1/2"	5/16"	3"	3/8"
28'	5' 7 1/4"	8 3/8"	7'	2 1/2"	5/16"	3"	3/8"
29'	5' 9 3/4"	8 3/4"	7' 3"	2 1/2"	3/8"	3"	3/8"
30'	6'	9"	5'	2 1/2"	3/8"	3"	3/8"
32'	6' 5"	9 5/8"	5' 4"	2 5/8"	3/8"	3"	7/16"
34'	6' 9 3/4"	10 1/4"	5' 8"	2 3/4"	3/8"	3 1/4"	7/16"
36'	7' 2 1/2"	10 3/4"	6'	3"	3/8"	3 1/2"	1/2"
38'	7' 7 1/4"	11 1/2"	6' 4"	3"	3/8"	3 3/4"	1/2"
40'	8'	12"	6' 8"	3 1/4"	7/16"	4"	1/2"
42'	8' 5"	12 1/2"	5' 3"	3 1/4"	7/16"	4"	1/2"
44'	8' 9 3/4"	13 1/8"	5' 6"	3 1/2"	7/16"	4 1/4"	1/2"
46'	9' 2 1/2"	13 3/4"	5' 9"	3 1/2"	7/16"	4 1/2"	9/16"
48'	9' 7 1/4"	14 1/4"	6'	3 3/4"	7/16"	4 3/4"	9/16"
50'	10'	15"	6' 3"	3 3/4"	7/16"	4 3/4"	5/8"
55'	11'	16 1/2"	6' 10 1/2"	4 1/2"	1/2"	5 1/4"	3/8"
60'	12'	18"	7' 6"	5"	11/16"	5 3/8"	7/16"

§ 117. **Gitterværks Bærevægge.**

Disse bestaa sædvanligvis af to horizontalt over hinanden liggende Bjælkerækker (Strækbjælker, Længdebaand), som ere forbundne med vertikale og skraa Stænger, som vi ville kalde Baand eller Hængstænger, naar de ere udsatte for Træk, og Stræber naar de ere udsatte for Tryk.

Man kan adskille to Systemer af Gitterværks Bærevægge,

Dimensioner af Stræberne (se Fig. 280).				Diameter.				
w	*t*	*d*	*r*	Af Spænd-stangen *S*.	af den midtre Hængstang *s*.	af den 2den Hængstang s_1.	af den 3die Hængstang s_2.	af den 4de Hængstang s_3.
1 1/4"	1/4"	1 1/2"	1/4"	3/4"	5/8"	1/2"		
1 1/4"	1/4"	1 1/2"	1/4"	3/4"	5/8"	1/2"		
1 1/2"	1/4"	1 3/4"	1/4"	7/8"	3/4"	9/16"		
1 1/2"	1/4"	1 3/4"	1/4"	7/8"	3/4"	9/16"		
1 3/4"	1/4"	2"	1/4"	1"	7/8"	5/8"		
1 3/4"	1/4"	2"	1/4"	1"	7/8"	5/8"		
1 3/4"	1/4"	2"	1/4"	1"	7/8"	11/16"		
2"	1/4"	2"	1/4"	1"	7/8"	11/16"		
2"	1/4"	2"	5/16"	1 1/8"	7/8"	3/4"		
2"	1/4"	2 1/4"	5/16"	1 1/8"	7/8"	3/4"		
1 3/4"	1/4"	2"	5/16"	1 1/8"	7/8"	5/8"	1/2"	
1 3/4"	1/4"	2 1/4"	3/8"	1 1/8"	7/8"	5/8"	1/2"	
2 1/8"	1/4"	2 1/2"	3/8"	1 1/8"	7/8"	5/8"	1/2"	
2 1/4"	1/4"	2 3/4"	3/8"	1 1/8"	7/8"	5/8"	1/2"	
2 3/8"	5/16"	2 3/4"	3/8"	1 1/4"	1"	3/4"	5/8"	
2 1/2"	5/16"	3"	7/16"	1 1/4"	1"	3/4"	5/8"	5/8"
2 1/4"	1/4"	2 3/4"	7/16"	1 3/8"	1 1/8"	7/8"	3/4"	5/8"
2 3/8"	5/16"	3"	7/16"	1 3/8"	1 1/8"	7/8"	3/4"	5/8"
2 3/8"	5/16"	3"	7/16"	1 1/2"	1 1/4"	1"	7/8"	3/4"
2 3/8"	5/16"	3"	7/16"	1 1/2"	1 1/4"	1"	7/8"	3/4"
2 1/2"	3/8"	3"	7/16"	1 1/2"	1 1/4"	1"	7/8"	3/4"
2 3/4"	3/8"	3 1/4"	9/16"	1 5/8"	1 1/4"	1"	7/8"	3/4"
2 3/4"	7/16"	3 1/2"	11/16"	1 3/4"	1 3/8"	1 1/8"	1"	7/8"

nemlig det retvinklede og det ligebenede Triangelsystem. Ved det første bestaar Gitteret i sin rene Form af vertikale Baand og diagonale Stræber, eller omvendt af vertikale Stræber og diagonale Baand, medens Diagonalerne i den samme Gitterhalvdel alle have Heldning i samme Retning og modsat Heldningsretningen af den anden Halvdels Diagonaler. Ved det ligebenede Triangelsystem indeholder Gitteret kun diagonale baade Baand og Stræber. — De øvrige Systemer slutte sig mere eller mindre til disse.

I det følgende betegner:

l. Længden af Bærevæggen, som kun forudsættes understøttet i begge Ender,
h. Høide fra Midte til Midte af Længdebaandene,
d. Længden af en Diagonal, regnet til Midtlinien af Lændebaandene,
b. Længden af et Feldt d. e. = Horizontalprojektionen af en Diagonalforbindelse,
n. Det Antal Feldt, som indeholdes i en halv Bærevæg; altsaa $l = 2nb$,
x. Antal Feldt fra Midten af Bærevæggen,
q. Den ligelig fordelte Belastning, inklusive Bærevæggens egen Vægt, pr. løbende Fod,
p. Den samme pr. halve Feldt $= \frac{bq}{2}$.

Et Gittersystem hedder enkelt, naar der kun kommer en Diagonal paa hvert Feldt; ellers hedder det sammensat. Et sammensat System kaldes enkeltkorset, naar i hvert Feldt to Diagonaler krydse hinanden i deres Midte; det kaldes et *m*-dobbelt System, eller et System af *m*te Orden, naar der imellem to parallele Nabogitterstænger af det enkelte eller enkeltkorsede System (der i dette Tilfælde kaldes Hovedsystem), tillige i lige store Afstande indsættes m—1 Stænger.

Som Regel maa fastholdes, at der hverken er flere eller færre Lastepunkter (svarende til Brobanens Tværdragere) end Stødpunkter (Forbindelsespunkterne mellem Gitterstængerne og Længdebaandene), saaledes at alle Konstruktionsdele kun udsættes for simpelt Tryk eller Træk, da Materiellets Styrke derved udnyttes paa bedste Maade. For at hindre Stræbernes Bøining er en Forøgelse af disses Styrke ved Siden af den lavest mulige Orden af det sammensatte System mere at anbefale, end hyppige Forbindelser imellem Stræberne og de dem krydsende Baand (eller ved Indsættelse af egne ikke til Systemet hørende Forstivninger).

Trykket *P* (se Fig. 282) i det øvre og Strækket *S* i det undre Langbaand forandrer sig kun i Stødpunkterne. Begge aftage fra det midlere Tværsnit henimod Understøttelsespunkterne. Ved det midlere Tversnit forstaaes det, som deler Bærevæggen i to Dele, hvis Vægter inklusive Belastningen er = Trykket paa deres respektive Understøttelsespunkter.

Saavel Diagonalforbindelserne *D*, som i Almindelighed Vertikalforbindelserne *H*, anstrænges mere og mere fra det midlere Tversnit til henimod Oplagringerne. En Diagonalforbindelse udsættes for Træk, naar dens nedre, og for Tryk, naar dens øvre Ende ligger nærmest det midlere Tversnit.

I det Følgende bliver stedse Halvdelen af Bærevæggen betragtet og skitseret i Figurerne; fra Midten af Bære-

væggen (maa adskilles fra det midlere Tversnit) til Oplagringen (Understøttelsespunktet) bliver Feldtene i Systemet (respektive Hovedsystemet ved et System af høiere Orden) nummererede med Tallene 1, 2, 3 . . . n; ved et m-dobbelt System opløser hvert Feldt af Hovedsystemet sig i m Afdelinger, som i Retningen fra Midten af Bærevæggen til Oplagringen nummereres med Tallene 1, 2, 3 . . . m.

Ved det enkelte og enkeltkorsede System (for H og D ogsaa ved Hovedgitterstængerne af et mangedobbelt System) betegner:

H_x. Spændingen af den Vertikale, hvis Afstand fra Midten af Bærevæggen er $= xb$,
D_x. Spændingen i den Diagonal,
P_x. Trykket i den Afdeling af den øvre, og
S_x. Strækket i den Del af den undre Strækbjælke, hvis fjerneste Endepunkter fra Midten af Bærevæggen er $= xb$.

Ved det m-dobbelte System betegne:

$$H_{x,\,y},\quad D_{x,\,y},\quad P_{x,\,y},\quad S_{x,\,y}.$$

Spændingerne i de Mellem-Vertikale og Diagonaler og i den Del af den øvre respektive undre Længdebjælke, hvis fjerneste Endepunkt fra Midten af Bærevæggen strækker sig $\frac{y\,.\,b}{m}$ ind i det x^{te} Feldt af Hovedsystemet; men naar Værdierne H, D, P. S, følge den samme Foranderligheds-lov ikke alene i et Feldt af Hovedsystemet, men i den hele Halvdel af Bærevæggen, saa skulle de blive betegnede med H_z, D_z, P_z, S_z. $\left(\text{Efter dette er } x \text{ og } y \text{ hele Tal, og } z \text{ er et helt Multiplum af } \frac{1}{m}\right)$.

Spændingerne i Længdebaandene og i de vertikale Ramstykker over Oplagringerne beregnes under den Forudsætning, at den største paaregnelige mobile Last indtager den hele Bærevægs Længde (fuldstændig Belastning). Spændingerne i Gitteret maa derimod beregnes under den for det ugunstigste Forudsætning af en skjæv Belastning (den delvise Forskyvning af den mobile Last mellem Oplagringerne). Ved en saadan skjæv Belastning kan det midlere Tversnit faa en Afvigelse fra Bærevæggens Midte, hvis Maximum er:

$$\delta = l\left[\frac{1}{2} + \frac{q_1}{q_2} - \sqrt{\frac{q_1}{q_2}\left(1 + \frac{q_1}{q^2}\right)}\right]$$

$q_1 =$ Egenvægten af Bærevæggen pr. løbende Fod,
$q_2 = q - q_1$ den mobile Last pr. løbende Fod.

Alle gjennem Stødpunkter gaaende Tversnit, der ligge mellem Midten af Bærevæggen og de til begge Sider afsatte Stykker δ, maa i konstruktiv Henseende blive be-

handlede som midlere Tversnit. Der maa fra dem stedse udgaa to i modsat Retning heldende Diagonaler.

I Stedet for det oven beregnede δ, er det tilstrækkeligt at tage den dette nærmest kommende Stødpunkts Afstand δ^1 fra Bærevæggens Midte. I det Følgende skal Forholdet

$$\frac{\delta_1}{{}^1/_2\, l} = \frac{\delta_1}{nb} \text{ betegnes med } a.$$

Gaar en Bærevæg continuerlig over flere Understøttelsespunkter, saa gjælde efterstaaende Formler kun for de mellem Understøttelsespunkterne liggende Strækninger af Bærevæggen (der er udsat for Bøining nedad). Om Spændingsmomenterne over Pillarerne o. s. v. se forøvrigt Tab. Pag. 402.

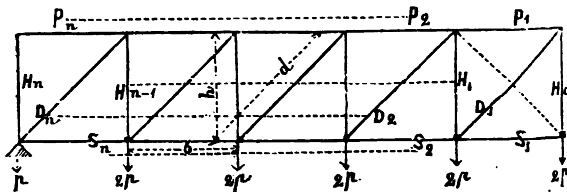
I. Det retvinklede Triangelsystem.

A. Den underste Strækbjælke er umiddelbart belastet.

I. Det enkle System.

a) med skraa Stræber:

Fig. 282.



Ved fuldstændig Belastning er:

$$H_0 = 2p; \quad H_x = (2x + 1)\, p; \quad H_n = 0.$$

$$D_x = (2x - 1)\, p\, \frac{d}{h}.$$

$$P_x = S_{x+1} = (n^2 - x^2)\, p\, \frac{b}{h}.$$

Ved skjæv Belastning bliver i det høieste:

$$H_x = [2na + (2x + 1)\,(1 - a)]\, p; \quad D_x = H_{x-1} \frac{d}{h}.$$

(Den i Figuren punkterede Modstræbe er tilstrækkelig, dersom $\delta \leq b$).

Efter dette System ere de Howske Broer konstruerede. Længdebjælker og Stræber af Træ, Baand af Smedejern.

b) med vertikale Stræber.

Ved fuldstændig Belastning er:

$$H_0 = 0; \quad H_x = (2x+1)\,p.$$

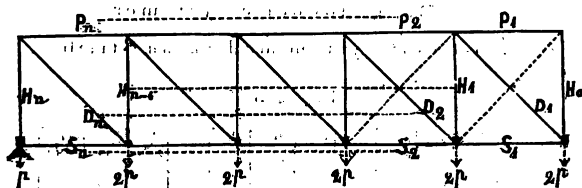
$$D_x = (2x-1)\,p\,\frac{d}{h}.$$

$$S_x = P_{x+1} = (n^2 - x^2)\,p\,\frac{b}{h}.$$

Ved skjæv Belastning bliver i det høieste:

$$H_x = [2ha + (2x-1)(1-a)]\,p; \quad D_x = H_x \cdot \frac{d}{h}.$$

Fig. 283.



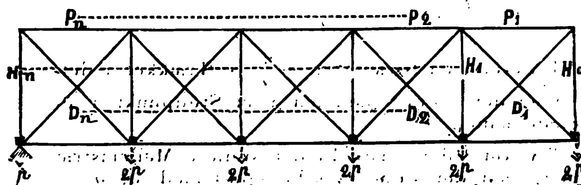
(De i Figuren punkterede Modbaand svarer til det Tilfælde, at $b < \delta < 2b$).

Dette System har et Fortrin fremfor det foregaaende derved, at de for Tryk udsatte Stræber blive kortere.

2. Samensatte Systemer.

a) Enkeltkorset System.

Fig. 284.



Ved fuldstændig Belastning ere samtlige vertikale Gitterstænger udsatte for den samme Spænding $H_x = p$. De vertikale Rammestykker over Oplagringerne udsættes for Trykket:

$$H_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)\,p.$$

For hvilketsomhelst Feldt er Træk og Tryk saavel i begge inden samme sig krydsende Diagonaler som ogsaa

i begge tilhørende Afdelinger af det undre og øvre Længdebaand lige stort; saaledes:

$$D_x = \left(x - \frac{1}{2}\right) p \frac{d}{h}.$$

$$P_x = S_x = \left(n^2 - \frac{x^2 + (x-1)^2}{2}\right) p \frac{b}{h}.$$

ved skjæv Belastning er:

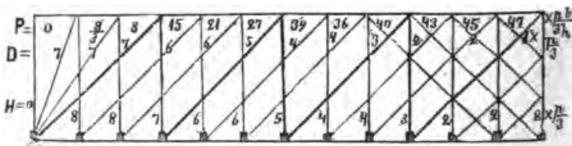
$$H_x = (1-a)\,p; \quad H_n = \left(n - \frac{1-a}{2}\right) p.$$

$$D_x = \left(na + \left(x - \frac{1}{2}\right)(1-a)\right) p \frac{d}{h}.$$

b) Mangedobbelte Systemer.

a. *m*-dobbelt System med skraa Stræber.

Fig. 285.



Ved fuldstændig Belastning beregnes Spændingerne i Hovedsystemets Baand og Stræber efter *Ia,* idet, istedetfor p, kun sættes $\frac{p}{m}$.

Spændingen i ethvert Mellembaand i det x^{te} Feldt af Hovedsystemet er:

$$H_{x,y} = 2x \frac{p}{m}.$$

Trykket i en Stræbe er $= \frac{d}{h} \times$ Trækket i det Baand, hvormed det støder sammen i et Stødpunkt i det øvre Længdebaand.

Trykket i det sidste Feldts steilere Mellemstræber beregnes, naar deres Længder betegnes med: $d_1, d_2 \ldots d_{m-1}$, strængt taget efter Udtrykket:

$$2n \frac{p}{m} \cdot \frac{d_y}{h},$$

men bør alle sættes = den sidste Hovedstræbers Dimensioner.

I det x^{te} Feldt af Hovedsystemet (med Undtagelse af n^{te} Feldt) aftager Trykket i den øvre Strækbjælke ved hvert af de $m-1$ Mellemstødpunkter

$$\text{fra } P_{x,\,1} = \left(n^2 - x^2 + x\,\frac{m-1}{m}\right) p\,\frac{b}{h}$$

$$\text{til } P_{x,\,m} = \left(n^2 - x_2 - x\,\frac{m-1}{m}\right) p\,\frac{b}{h}$$

efter den constante Differents

$$P_{x,\,y} - P_{x,\,y+1} = 2x\,\frac{p}{m}\,\frac{b}{h}.$$

I det sidste Feldt sker denne Formindskelse

$$\text{fra } P_{n,\,1} = n\,\frac{m-1}{m}\,p\,\frac{b}{h} \quad \text{til } P_{n,\,m} = 0$$

efter den foranderlige Differents.

$$P_{n,\,y} - P_{n,\,y+1} = \frac{m-y}{m}\,.\,2n\,\frac{p}{m}\,\frac{b}{h}.$$

I hele første Feldt er Trækket i underste Strækbjælke

$$S_{1,\,y} = n^2 p\,\frac{b}{h}, \qquad \text{og}$$

i enhver anden Afdeling, $= \frac{1}{m}\,b$, er den $=$ Trykket i den mellem de samme Stræber liggende Afdeling af den øvre Strækbjælke.

For skjæv Belastning kunne alle Baand og Stræber beregnes efter Formlen:

$$H_z = \left(2na + (2z+1)\ \ (1-a)\right)\frac{p}{m}; \qquad D_z = H_{z-1}\,\frac{d}{h}.$$

I ovenstaaende Figur ere Spændingerne i Konstruktionsdelene for fuldstændig Belastning exempelvis indtegnede for $n = 4$ og $m = 3$. De angivne Modstræber gjælde for de Tilfælde, at b (beregnet af q_1 og q_2) er $< \delta \gtreqless \frac{4}{3}\,b$.

For $a = \frac{1}{3}$ finder man de for skjæv Belastning tilsvarende Værdier af

H_0, $H_{1/3}$, $H_{2/3}$, H_1, $H_{4/3}$, $H_{5/3}$, H_2, $H_{7/3}$, $H_{8/3}$, H_3, $H_{10/3}$, $H_{11/3}$
$= 3\,^1/_3$, $3\,^7/_9$, $4\,^2/_9$, $4\,^2/_3$, $5\,^1/_9$, $5\,^3/_9$, 6, $6\,^4/_9$, $6\,^8/_9$, $7\,^1/_3$, $7\,^7/_9$, $8\,^2/_9$ $\times \frac{p}{3}$.

β. *m*-dobbelt System med vertikale Stræber.

Fig. 286.

Ved fuldstændig Belastning finder man H_x og D_x efter 1,b, naar man istedenfor p sætter $\frac{p}{m}$. Trykket paa Oplagringerne er:

$$H_n = \left(2n - \frac{1}{m}\right) p.$$

Enhver Mellemstræber i det x_{te} Feldt udholder et Tryk:

$$H_{x,\,y} = 2\,(x-1)\,\frac{p}{m};$$

Trækket i de Baand, som træffer sammen med Stræberne i det øvre Længdebaand, er større efter Forholdet $d : h$. For de steilere Diagonaler i det sidste Feldt gjælder, hvad der er sagt under a.

Trykket P og Trækket S beregnes som under a angivet, kun at deres Talværdier ombyttes.

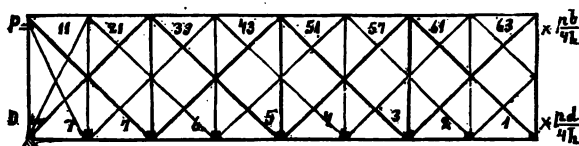
For skjæv Belastning benyttes Formlerne:

$$H_z = \left(2na + (2z-1)\;(1-a)\right)\frac{p}{m};\quad D_z = H_z\,\frac{d}{h}.$$

(De i Figuren med $n = 4$ og $m = 2$ angivne Modbaand antyder det Tilfælde, at $b < \delta \gtreqless {}^1/_2\, b$).

γ. m-dobbelt korset System.

Fig. 287.



Trækket i ethvert Vertikalbaand er stedse $= \frac{p}{m}$. Ved fuld Belastning er Trykket paa Oplagringerne:

$$H_n = \left(n - \frac{1}{2m}\right) p.$$

Trækket, resp. Trykket i de i det x_{te} Feldt sig krydsende Diagonaler i Hovedsystemet er:

$$D_x = (x - {}^1/_2)\,\frac{p}{m}\;\frac{d}{h};$$

Trækket, resp. Trykket af Mellemdiagonalerne:

$$D_{x,\,y} = (x-1)\;\frac{p}{m}\;\frac{d}{h}.$$

Spændingerne i det sidste Feldts steilere Diagonaler kunne alle sættes $= (n - {}^1/_2)\;\frac{p}{m}\;\frac{d}{h}$.

I den første Afdeling af det x_{te} Feldt er Trykket i det øvre og Trækket i det undre Længdebaand:

$$P_{x,\,1} = S_{x,\,1} = \left(n^2 - \frac{x^2 + (x-1)^2}{2} + \frac{2x-1}{2}\ \frac{m-1}{m}\right)\ p\ \frac{b}{h}$$

og aftager indtil den sidste Afdeling af dette x_{te} Feldt ved ethvert Stødpunkt med:

$$(2x - 1)\ \frac{p}{m}\ \ \frac{b}{h}.$$

I det sidste Feldt sker denne Aftagen fra

$$(2n-1)\ \frac{2m-1}{m}\ \ \frac{p}{2}\ \ \frac{b}{h}\ \text{indtil}\ \left(n + \frac{n-1}{m}\right)\ \frac{p}{2}\ \ \frac{b}{h}$$

Efter den foranderlige Differents:

$$P_{n,\,y} - P_{n,\,y+1} = \left(2n - 1 - \frac{y}{m}\ n\right)\ \frac{p}{m}\ \ \frac{b}{h}.$$

Ved skjæv Belastning beregnes alle Diagonaler efter:

$$D_z = \left(na + (z - {}^1/_2)\ \ (1 - a)\right)\frac{p}{m}\ \ \frac{d}{h}.$$

B. Den øvre Strækbjælke er umiddelbart belastet.

Denne Variation har kun Indflydelse paa Spændingerne i de vertikale Gitterstænger.

I Systemerne A, 1, a, og A, 2, b, a bliver Trækket i hvert Baand $2p$ respektive $\frac{2p}{m}$ mindre, og ved Systemerne A, 1, b og A, 2, b, β, Trykket i hver Stræbe ... $2p$ resp. $\frac{2p}{m}$ større; ved de korsede Systemer forvandles Trækket p resp. $\frac{p}{m}$ i hvert vertikalt Baand til et ligesaa stort Tryk.

I det vertikale Rammestykke over Oplagringen forøges Trykket med p resp. $\frac{p}{m}$.

C. Brobanen ligger mellem Strækbjælkerne.

De vertikale Construktionsdele beregnes ovenfor Forbindelsespunkterne med Tverbjælkerne efter A, og nedenfor samme efter B. Forøvrigt gjælde Formlerne under A.

D. Begge Strækbjælker er umiddelbart belastet.

Strekbjælker og Diagonaler maa i ugunstigste Tilfælde beregnes for samtidig øvre og undre Belastning; Vertikalerne derimod ogsaa for øvre eller undre Belastning alene.

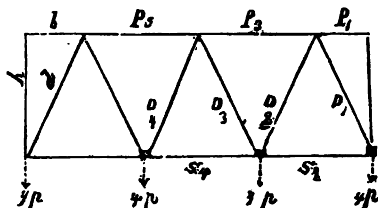
II. Det ligebenede Triangelsystem.

A. Det undre Længdebaand er umiddelbart belastet.

1. Enkelt System.

a) Bærevvæggens Midte ligger i et Lastpunkt

Fig. 288.



Ved fuldstændig Belastning er

$$D_1 = D_2; \quad D_3 = D_4; \quad D_5 = D_6 \ldots.$$

$$= 1 \quad ; \quad 3 \quad ; \quad 5 \quad \ldots. \times 2p\,\frac{d}{h};$$

constant Differents $= 4p\,\dfrac{d}{h}$.

Trykkene P og Trækkene S aftage efter Differentserne

$$P_1 - P_3; \quad P_3 - P_5; \quad P_5 - P_7 \ldots.$$

$$= 2 \quad ; \quad 6 \quad ; \quad 10 \quad \ldots. \times 2p\,\frac{b}{h};$$

$$S_2 - S_4; \quad S_4 - S_6; \quad S_6 - S_8 \ldots.$$

$$= 4 \quad ; \quad 8 \quad ; \quad 12 \quad \ldots. \times 2p\,\frac{b}{h};$$

2den Differents constant $= 8p\,\dfrac{b}{h}$.

Ved skjæv Belastning bliver i det Høieste:

$$D_x = D_{x+1} = \Big(na + x(1-a)\Big)\,2p\,\frac{d}{h}, \text{ hvor } x = 1, 3, 5 \ldots$$

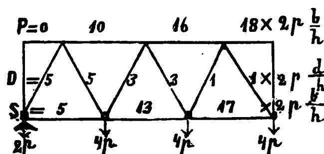
a. Er n et lige Tal, saa er

$$P_1 = \frac{n^2}{2}\cdot 2p\,\frac{b}{h}; \quad S_2 = \left(\frac{n^2}{2} - 1\right) 2p\,\frac{b}{h}.$$

og Trykket paa Vederlagssøilen: $H_n = 0$.

F. Ex. $n = 6$ og fuldstændig Belastning (Fig. 289).

Fig. 289.

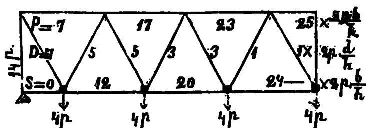


β. Er n et ulige Tal, saa er:

$$P_1 = \frac{n^2+1}{2} \cdot 2p\,\frac{b}{h}; \quad S_2 = \frac{n^2-1}{2} \cdot 2p\,\frac{b}{h}; \quad H_n = 2np$$

f. Ex. $n = 7$ og fuldstændig Belastning: Fig 290.

Fig. 290.



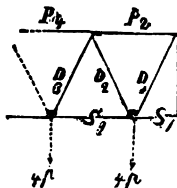
b) **Bærevæggens Midte ligger mellem 2 Lastpunkter.**

Ved fuldstændig Belastning er:

$$D_1; \quad D_2 = D_3; \quad D_4 = D_5 \ldots.$$
$$= 0; \quad 2; \quad 4 \quad \ldots. \times 2p\,\frac{d}{h};$$

constant Differents $= 4p\,\dfrac{d}{h}$.

Fig. 291.



P og S aftage efter Differentserne

$P_2 - P_4;\ P_4 - P_6;\ P_6 - P_8 \ldots.$

$= 4;\quad 8;\quad 12 \quad \ldots. \times 2p\,\dfrac{b}{h};$

$S_1 - S_3;\ S_3 - S_5;\ S_5 - S_7 \ldots.$

$= 2;\quad 6;\quad 10 \quad \ldots. \times 2p\,\dfrac{b}{h};$

2den Differents constant $= 8p\,\dfrac{b}{h}$.

Ved skjæv Belastning bliver i det Høieste:

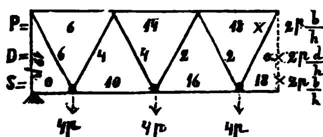
$$D_x = D_{x+1} = \Big(na + x\ (1-a)\Big)\, 2p\,\frac{d}{h}, \text{ hvor } x = 0, 2, 4 \ldots$$

α. Er n et lige Tal, saa er:

$$P_2 = S_1 = \frac{n^2}{2} \cdot 2p\,\frac{b}{h}; \quad H_n = 2np$$

f. Ex. $n = 6$ og fuldstændig Belastning, Fig. 292.

Fig. 292.

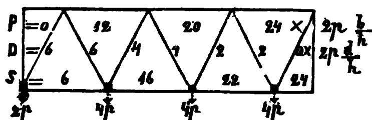


β. Er n et ulige Tal, saa er:

$$P_2 = S_1 = \frac{n^2 - 1}{2} \cdot 2p\,\frac{b}{h}; \quad H_n = 0$$

f. Ex. $n = 7$ og fuldstændig Belastning, Fig. 293.

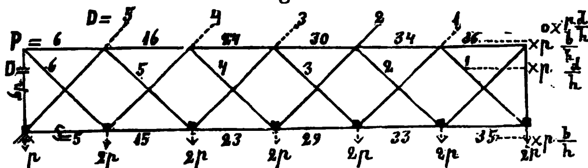
Fig. 293.



2. Sammensatte Systemer.

a) dobbelt, eller enkeltkorset System.

Fig. 294.



Ved fuldstændig Belastning er Trækket i et Baand i $x$te Feldt:

$$D_x = xp\,\frac{d}{h},$$

Tryk i en Stræbe: $D_x = (x - 1)\,p\,\frac{d}{h}$.

Trykket i øvre Længdebaand er i første Feldt

$$P_1 = n^2 p\,\frac{b}{h}$$

og aftager henimod Understøttelsespunktet (Vederlaget) efter Differentsen

$$P_x - P_{x+1} = 2xp\,\frac{b}{h}; \quad \text{tillige er}$$

$$S_x = P_x - p\,\frac{b}{h}; \quad H_n = np.$$

Ved skjæv Belastning bliver Trækket i Baandene:

$$D_x = \left(na + x\ (1 - a)\right) p\ \frac{d}{h},$$

og Trykket i Stræberne.

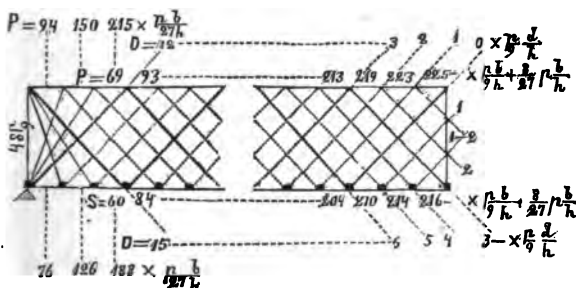
$$D_x = \left(na + (x - 1)\ (1 - a)\right) p\ \frac{d}{h}.$$

b) *m*-dobbelt eller $(m-1)$ dobbelt-korset System.

(Town's eller Gittersystem i engere Forstand).

Spændingerne i Diagonalerne findes saavel ved fuldstændig som skjæv Belastning efter de foranførte Formler under *a*, hvori man kun har at indføre *z* istedetfor *x* og $\frac{p}{m}$ for *p*. For $z = \frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \frac{m-1}{m}$ bliver Trykket i Stræberne negativt, d. e. gaar over til Træk, hvorved alle i Bærevæggens Midte sig krydsende Diagonaler forholde sig som Baand.

Fig. 295.



Ved fuldstændig Belastning er

$$P_z - P_{z+\frac{1}{m}} = 2_z\ \frac{p}{m}\ \frac{b}{h};\quad S_z = P_z - p\ \frac{b}{h};$$

$$P_{\frac{1}{m}} = \left(n^2 + \frac{1}{3}\ \frac{m^2-1}{m^2}\right) p\ \frac{b}{h}.$$

I det sidste Feldt kan Spændingerne i de i ovenstaaende Figur skizzerede steilere Baand og Stræber sættes = Spændingerne i sidste Hovedbaand og Hovedstræber; altsaa $= n\ \frac{p}{m}\ \frac{d}{h}$ resp. $(n-1)\ \frac{p}{m}\ \frac{d}{h}$ egentlig ere de, naar d_1, d_2, d_{m-1} betegne deres Længder

$$= \left(n + \frac{y}{m}\right) \frac{p}{m}\ \frac{dy}{h} \text{ resp. } \left(n - 1 + \frac{y}{m}\right) \frac{p}{m}\ \frac{dy}{h}.$$

Trykket i øvre Længdebaand aftager efter Differentsen

$$P_{n,y} - P_{n,y+1} = \left(n - \frac{m-y}{m}\right)\left(1 + \frac{m-y}{m}\right)\frac{p}{m}\,\frac{b}{h}$$

og Trækket i det undre efter Differentsen

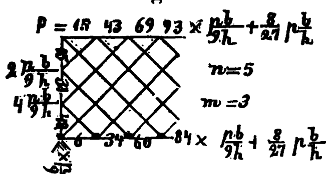
$$S_{n,y} - S_{n,y+1} = \left(\left(n + \frac{y}{m}\right)\left(1 + \frac{m-y}{m}\right) - 2\right)\frac{p}{m}\,\frac{b}{h}.$$

Trykket i det vertikale Rammestykke over Vederlaget:

$$H_n = \left(n + \frac{m-1}{2m}\right) p.$$

Er Gittervæggenes Ende over Oplagringen construeret, som hosstaaende Fig. 296 viser, saa forandre Spændingerne, saavel i Diagonalerne som i Længdebaandene, sig i sidste Feldt efter samme Lov som i de foregaaende Feldt. Det vertikale Rammestykke udsættes her saavel for et ovenfra og nedad tiltagende Tryk, som ogsaa for Bøining ved Horizontalkræfter, hvis Størrelse i vedføiede Figur er angivet for $n = 5$ og $m = 3$.

Fig. 296



B. Det øvre Længdebaand er umiddelbart belastet.

Ved Belastning af de øvre Stødpunkter beregnes System 1,a,α som System 1,b,α ved Belastn. af undre Stødpunkt,
" 1,a,β - " 1,b,β - " - " "
og omvendt, kun at Træk blive til Tryk, og omvendt.

Ved det enkelt og flerdobbelt korsede System ombyttes Talværdierne for Spændingerne saavel i Baand og Stræber af samme Nummer, som ogsaa i øvre og undre Længdebaands-Feldt af samme Nummer.

C. Ligger Brobanen mellem Længdebaandene

saa beregnes det enkle System efter *A*, *B* eller *D*, alt eftersom Verticalforbindelserne mellem Længdebjælkerne, hvortil Brobanen fæstes, kun lægges gjennem de underste, eller kun gjennem de øverste, eller gjennem alle Knudepunkter. Denne Anordning synes forøvrigt for det enkle System ikke anbefalelsesværdig.

Det korsede System bliver ved saadanne Verticalforbindelser, der gaa gjennem alle over hinanden liggende Knudepunkter forvandlet til et congruent-korset retvinklet Triangelsystem og beregnes altsaa som dette efter 1.

D. Begge Længdebaand ere belastede.

I dette Tilfælde beregnes Systemet særskilt for Belastning af undre Længdebaand med Tillæg af Bærevæggens halve Egenvægt efter *A*; og for Belastning af øvre Længdebaand med Tillæg af den anden halve Egenvægt efter *B*, hvorpaa de efter begge Beregninger fundne Anstrængelser i de enkelte Elementer summeres sammen.

Parabolisk Gittervæg.

Øvre Langbaand Parabel, undre Do. ret. Kræfterne *P*, *S*, *D* og *H* beregnes efter samme Formler som ved Gitterbroer, med paralelle Langbaand; kun maa erindres, at h er variabel.

Trykket *P* i horizontal Retning er for Parabelbuen (under Forudsætning af jevnt fordelt Belastning) overalt ligestort og $= \frac{ql^2}{8h} =$ Trykket i Buens Toppunkt; Trykket i Buens Retning tiltager derimod mod Vederlaget, hvor det er

$$= R = \frac{ql}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{l}{4h}\right)^2}$$

Ved Beregning af det tilladelige Tryk i Broers eller Tagværks Construktionsdele maa tages Hensyn til, at naar disses Længde l_1 i Forhold til deres mindste Tverdimension er som 10:1 og derover, maa Styrkecoefficienten for Tryk k_1 (= 9100 ℔ pr. □" duodec. for Smedejern og = 980 ℔ for Træ) reduceres (divideres med c) efter nedenstaaende Tabel.

Forhold $\frac{h}{l_1}$.

Smedejern.	1/10	1/20	1/30	1/40	1/50	1/60
h	$c = 1$	1,5	2	3	4	5
d indtil 1/50 h; b indtil $2h$	$c = 1{,}2$	2	3	4,5	6,5	9
Træ	$c = 1{,}3$	2,2	3,7	5,8	8,5	11,8

En Træbjælke som er 12″ i Firkant og 20′ lang bør altsaa ikke udsættes for større Tryk end $\frac{k_1}{c} = \frac{980}{2,2} = 445$ ℔ pr. □″. Se første Del Pag. 254.

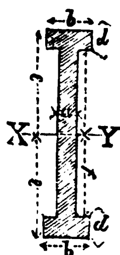
§ 118. **Pladejerns Bærevægge.**

Disse bestaa hovedsagelig af to horizontale Længdebaand, som ere forbundne med hinanden ved en vertikal Pladejernsvæg. Disse Bærevægge beregnes efter de samme Formler som under relaliv Styrke (Pag. 247—253 f. Del) ere angivne for Beregningen af Bjælker. Men da her er en Bestræbelse til at afskjære Pladeväggen, saa maa forsaavidt, i Særdeleshed ved større Bærevægge, den neutrale Axe og Forbindelsesstederne mellem Pladevæggen og Længdebjælkerne tages med i Betragtning.

Betegner:

R Summen af Belastningerne ifra det midlere Tversnit hen til det Tversnit, som skal beregnes.

Fig. 297.



H Afstanden af Angrebspunkterne af Spændingerne i begge gjennem den neutrale Axe erholdte Tversnitsdele.

I Træghedsmomentet af Bærevæggens Tversnit.

M Momentet af det i Længdebjælkerne forhaandenværende Kræftepar.

$a, b, d, e, f,$ de i hosstaaende Figur dermed betegnede Værdier.

k den størst tilladelige Anstrængelse (Belastning) af Materialet pr. Kvadrattomme, saa har man for hvilkensomhelst Tversnitsform Pladevæggens mindste Tykkelse i den neutrale Axe:

1. $$a = \frac{1,25}{k} \; \frac{R}{H}.$$

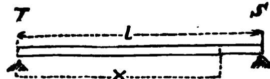
Den største i Pladevæggen forekommende Spænding, nemlig der, hvor Pladevæggen og Længdebaandet støder sammen, er

2. $$\frac{M}{8I} \left\{ 3f + 5 \sqrt{f^2 + \left(\frac{R}{M} \; \frac{b}{a} \; (2f + d)\, d \right)^2} \right\}$$

og maa være $\overline{\overline{<}}$ end k (for Smedejern omtrent 10,000 ℔).

I ovenstaaende Formel (2) er for et Tversnit, der ligger i Afstanden x fra et Understøttelsespunkt,

Fig. 298.



3 $M = M_x + \frac{q}{2}\, x\, (l - x)$ og

4. $R = S - q\, (l - x)$

naar M_x betyder Spændingsmomentet i T, l Afstanden imellem Understøttelsespunkterne og S

Reaktionen af det med samme Bogstav betegnede Støttepunkt. — Om Reaktionen se Pag. 400—403.

Er φ Forholdet imellem Konstruktionens egen Vægt og den mobile Last, saa forandrer *R*'s Fortegn sig i Afstanden:

$$(-\varphi + \sqrt{\varphi(1+\varphi)})\ l$$

fra hver Støtte.

Det *a*, som er beregnet for de Tversnit, i hvilke Forandringen sker, skal man ogsaa bibeholde i alle mellem disse liggende Tversnit.

Ved Beregningen af en Pladejernsbærevæg af f. Ex. dobbelt *T*-formigt Tversnit kan man gaa frem paa følgende Maade:

Man tage Forholdet $\frac{2e}{l}$ $\left(\text{f. Ex. } \frac{1}{10}\right)$ og $\frac{b}{2e}$ $\left(\text{f. Ex. } \frac{1}{6}\right)$ og beregne *M* efter Ligningen 3. Derpaa finder man af Formelen

$$5. \qquad k = \frac{Me}{I}$$

en Tilnærmelsesværdi for Træghedsmomentet, idet man for *k* sætter en noget mindre Værdi end sædvanligt. (For Smedejern f. Ex. 9000 ℔ pr. Kvadrattomme).

Antager man et bestemt Forhold mellem *a* og *d* (Grændserne for samme ere ved Vederlaget $a = d$ og i Bærevæggens Midte $a = \frac{1}{8}\ d$), saa kan man af Formelen

$$6. \qquad I = 2b\ (a + d)\ e^2,$$

der forøvrigt giver en noget for stor Værdi for *I*, ved Hjælp af den af Formel 5 for *I* erholdte Værdi, beregne en relativt noget for liden Værdi af *d*; denne Værdi maa forhøies saameget, at den ved at indsættes i Formelen:

$$7. \qquad 2b\ (a + d) \left(e - \frac{d}{e}\right)^2 = I.$$

giver en omtrent ligesaa stor Værdi for *I* som Ligning 5.

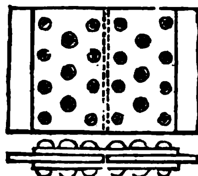
Derpaa beregnes *R* efter Ligning 4.

Indsætter man nu Værdierne af *M, I, R, b, f, d* i Formel 2, saa finder man deraf en Værdi for *a*. (For *k* tages her den overhovedet tilladelige Spending) Er nu Forholdet $a : d$ forskjelligt fra det antagne, saa corrigerer man *a* og *d* saalænge, indtil Ligningen 7 giver en saadan Værdi af *I*, som fyldestgjør Formelen 2. Paa denne Maade beregner man et til Udførelse af Bærevæggens Konstruktion passende Antal Tværsnit. Det maa bemærkes, at Maxima baade af *M* og *R* ikke finder Sted under de samme Betingelser; dog er det tilstrækkeligt, at Beregningen sker alene for fuldstændig Belastning.

Paa Grund af den Svækkelse, der sker ved Niterne, maa samtlige Dimensioner i et passende Forhold forøges. Tykkelsen af Mellemvæggen gjør man i Regelen $\frac{4}{3}$ saa

stærk, som Regningen angiver. Med Hensyn til Fornitningen har man at iagttage følgende Regler: Summen af Tversnittene af de paa hver Side af et Skjød anbragte Niter maa være ligesaastort som Tversnittet af den ved den første Niterrække svækkede Plade. Enten de færreste eller svageste Niter skulle anbringes i den yderste Niterrække; de stærkeste i de indre.

Fig. 299.



Hvor det paa nogen Maade gaar an, bør man anvende to Stødplader, hvilke begge tilsammen maa være noget tykkere, end den Plade, der skal skjødes; i dette Tilfælde behøver man kun at bringe den halve Svækkelse i Afdrag; ved Skjødninger uden Stødplader derimod den hele.

Gitter- og Pladejerns-Broers Forhold og Vægt.

En Bærevægs Høide gjøres fra $^1/_{14}$—$^1/_7$ af den fri Bærevidde.

Til Beregning af en Bros største Anstrængelse ved en given Belastning har man nedenanførte Tabel, hvori Værdierne ere modificerede saaledes, at man ogsaa for smaa Aabninger kan regne efter Belastning pr. løbende Fod.

Belastning.	Belastning pr. løb. Fod ved en Spændvidde af					
	13′	16′	25′	50′	100′	150′ og derover.
Semeringlokomotiv	9400	7700	5800	4200	3700	3550
Lette Lokomotiver	4000	3600	2500	1860	1700	1600
Lastvogne . .	2000	1800	1300	800	550	550

Disse Angivelser gjælde Egenvægt og Belastning for et Spor, maa altsaa fordobles for to.

For Mennesketrængsel paa en Bro regnes: I Frankrige omtrent 50, i Tydskland 60 og i Norge indtil 100 ℔ pr. □′ Brobane.

Efter Schwedler er Egenvægten for Gitter- og Pladejerns-
Broer . . . . . . 500 + 9 L℔ pr. løb. Fod af Broen,
for Do. af lige Mod-
standsevne . . . 500 + 6 L℔ do. do.
hvor *L* Broens Længde i Fod.

Efter Prof. Riegler (Carlsruhe) udgjør Egenvægten pr. løbende Fod af Bærevæggen, naar der kommer en Bærevæg paa hver Skinnestræng:

1) 200 + 3 L℔,

og hvor der falder 2 Skinnestrænge paa en Bærevæg

2) 400 + 5 L℔

og med Tillæg af tilfældig Belastning for større Aabninger (over 50 à 60′)

1) 200 + 3 L℔ + 1000 ℔
2) 400 + 5 L℔ + 2000 „

Hængebroer. § 119.

A. Dimensionerne af en Hængebros bærende Dele beregnes under den Forudsætning, at den største tilfældige Belastning udgjør 80 ℔ pr. Kvadratfod Brobane og at den største tilladelige Spænding udgjør:

$k = 22000$ ℔ pr. □ Tom. af { Bærekjædens Tværsnit, naar den bestaar af Kjæder,

$k = 27000$ - — - „ — „ Baandjern,

$k = 33000$ - — - „ — „ Jerntraade

$k = 4000$ - — - Hængstængerne ved Broer for Hestefærdsel,

$k = 5500$ - — - Hængstængerne ved Broer for Fodgjængere.

Ved den i Frankrig foreskrevne Prøvebelastning af 43 ℔ pr. Kvadratfod Brobane maa Spændingen ikke overskride:

$k = 17600$ ℔ pr. □ Tom. af Kjættingens,

$k = 20600$ - — - Baandjerntougets,

$k = 26400$ - — - Traadlinens Tværsnit.

(Udsøgt Material er forudsat).

For at beregne det virkelige Jerntværsnit af en Traadline med Diameteren D og som indeholder n Traade, der hver især har Tykkelsen d, har man Formelen:

$$D = 1{,}098\, d \times \sqrt{\frac{4n-1}{3}}.$$

Under Forudsætning af lige Styrke forholder Vægterne af Kjætting, Baandjerntoug og Traadtoug sig til hinanden som:

195 : 146 : 100.

Kjættingerne ere de solideste og varigste, derefter komme Baandjerntougene, der desuden ere de billigste og letteste at udføre. Baandjernstriberne ere 1 til 2‴ tykke, 1 til 4″ brede og 45 til 55′ lange og forbindes med hinanden saaledes, som efterstaaende Skitse, Fig. 300, udviser.

Fig. 300.

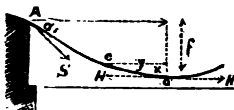


De enkelte Traade i Traadkjæderne ere $^1/_{10}$ til $^1/_6$" tykke. Vægten af Bolterne etc. udgjør ved Kjættinger gjennemsnitlig 30 pCt. og af Hylserne ved Baandjerntoug gjennemsnitlig $12^1/_2$ pCt. af Tougets Vægt.

B. Bærekjæden.

Forholdet imellem Pilhøiden og Spændvidden tages mellem $^1/_{10}$ og $^1/_{15}$. For den foreløbige Projektering og til Bestemmelse af Kjættingens Tværsnit kan dennes Kurve med tilstrækkelig Nøiagtighed ansees som en Parabel af Ligningen:

Fig. 301.



$$y^2 = \frac{l^2}{f} x = \frac{2H}{p} x \quad (H \text{ og } p \text{ se nedenfor}).$$

naar l = den halve Aabning

$$\text{Tang. } \alpha = \frac{2f}{l}$$

og Buelængden $OC = s = y \left(1 + {}^2/_3 \frac{x^2}{y^2}\right)$.

Skal Kjættingen bære Vægten p' pr. løbende Længdeenhed, saa er dens Ligning:

$$y = \beta ln \left(\frac{\beta + x + \sqrt{2\beta x + x^2}}{\beta}\right)$$

$$\beta = \frac{H}{p'} \quad (H \text{ se nedenfor}).$$

I den følgende Tabel betegner:

α' den Vinkel, som Tangenten danner med Horizontalen i Punktet xy af Kjædelinien. Denne Vinkel stiger sjelden over 20 Grader.

Coordinattabel for den almindelige Kjædelinie.

$a' =$	$\frac{x}{\beta} =$	$\frac{y}{\beta} =$	$\frac{y}{x} =$	$\frac{s}{\beta} =$	$\frac{s}{y} =$
1 Grad	0,0002	0,0175	114,5108	0,0175	1,0000
2 „	0,0006	0,0349	57,2929	0,0349	1,0001
3 „	0,0014	0,0524	38,1695	0,0524	1,0003
4 „	0,0024	0,0699	28,6130	0,0699	1,0007
5 „	0,0038	0,0874	22,8729	0,0875	1,0012
6 „	0,0055	0,1049	19,0458	0,1051	1,0018
7 „	0,0075	0,1225	16,3107	0,1228	1,0025
8 „	0,0098	0,1401	14,2527	0,1406	1,0033
9 „	0,0125	0,1577	12,6529	0,1584	1,0042
10 „	0,0154	0,1754	11,3706	0,1763	1,0052
11 „	0,0187	0,1932	10,3207	0,1944	1,0063
12 „	0,0223	0,2110	9,4438	0,2126	1,0075
13 „	0,0263	0,2289	8,7006	0,2309	1,0088
14 „	0,0306	0,2468	8,0623	0,2493	1,0102
15 „	0,0353	0,2649	7,5079	0,2680	1,0117
16 „	0,0403	0,2829	7,0209	0,2868	1,0133
17 „	0,0457	0,3012	6,5911	0,3057	1,0150
18 „	0,0515	0,3195	6,2077	0,3249	1,0169
19 „	0,0576	0,3379	5,8635	0,3443	1,0190
20 „	0,0642	0,3564	5,5530	0,3640	1,0212
21 „	0,0711	0,3750	5,2714	0,3839	1,0236
22 „	0,0785	0,3938	5,0143	0,4040	1,0261
23 „	0,0864	0,4127	4,7784	0,4245	1,0287
24 „	0,0946	0,4317	4,5619	0,4452	1,0314
25 „	0,1034	0,4509	4,3614	0,4663	1,0343
26 „	0,1120	0,4702	4,1760	0,4877	1,0373
27 „	0,1223	0,4897	4,0036	0,5095	1,0405
28 „	0,1326	0,5094	3,8424	0,5317	1,0438
29 „	0,1434	0,5293	3,6920	0,5543	1,0473
30 „	0,1547	0,5493	3,5507	0,5773	1,0510

Kalder man:

L den halve Længde af Kjæden $= l\left(1 + {}^2/_3 \frac{f^2}{l^2}\right)$,

q Kjædens Tværsnit,

w Vægten pr. Kubikenhed af Materialet (1 Kub.tom Jern = 0,274 ℔),

p den gjennemsnitlige Vægt af Banen, incl. Bærestængerne pr. Længdeenhed,

Log. Sin.	Sinus
9,69897	[illegible]
9,70115	[illegible]
9,70332	[illegible]
9,70547	[illegible]
9,70761	[illegible]
9,70973	[illegible]
211	[illegible]
9,71184	[illegible]
9,71393	[illegible]
9,71602	[illegible]
9,71809	[illegible]
9,72014	[illegible]
9,72218	[illegible]
203	[illegible]
9,72421	[illegible]
9,72622	[illegible]
9,72823	[illegible]
9,73022	[illegible]
9,73219	[illegible]
9,73416	[illegible]
195	[illegible]
9,73611	[illegible]
9,73805	[illegible]
9,73997	[illegible]
9,74189	[illegible]
9,74379	[illegible]
9,74568	[illegible]
188	[illegible]
9,74756	[illegible]
9,74943	[illegible]
9,75128	[illegible]
9,75313	[illegible]
9,75496	[illegible]
9,75678	[illegible]
181	[illegible]
9,75859	[illegible]
9,76039	[illegible]
9,76218	[illegible]
9,76395	[illegible]
9,76572	[illegible]
9,76747	[illegible]
175	[illegible]
9,76922	[illegible]

...ere-...dde.	$\frac{2l}{f}$ =	12	$12\frac{1}{2}$	13	$13\frac{1}{2}$
...50	q_1	1,502	1,560	1,621	1,68[illegible]
	q	2,306	2,399	2,493	2,58[illegible]
	$2L$	254,6	254,3	253,9	253,7
...00	q_1	1,820	1,892	1,965	2,038
	q	2,807	2,921	3,037	3,154
	$2L$	305,6	305,1	304,7	304,4
...50	q_1	2,143	2,228	2,315	2,402
	q	3,322	3,459	3,598	3,739
	$2L$	356,5	356,0	355,5	355,1
...00	q_1	2,472	2,572	2,672	2,774
	q	3,852	4,013	4,177	4,343
	$2L$	407,4	406,8	406,3	405,9
...50	q_1	2,807	2,921	3,037	3,154
	q	4,397	4,584	4,774	4,966
	$2L$	458,3	457,7	457,1	456,6
...00	q_1	3,149	3,278	3,417	3,542
	q	4,959	5,173	5,390	5,612
	$2L$	509,3	508,5	507,9	507,3
...00	q_1	3,852	4,013	4,177	4,343
	q	6,135	6,408	6,686	6,969
	$2L$	611,1	610,2	609,9	608,8
...00	q_1	4,583	4,778	4,977	5,179
	q	7,386	7,725	8,072	8,426
	$2L$	713,0	712,0	711,1	710,2
...00	q_1	5,343	5,576	5,813	6,054
	q	8,719	9,134	9,558	9,993
	$2L$	814,8	813,7	812,6	811,7
...00	q_1	6,135	6,408	6,689	6,969
	q	10,14	10,64	11,16	11,68
	$2L$	916,7	915,4	914,2	913,2
...000	q_1	6,960	7,277	7,599	7,92[illegible]
	q	11,67	12,27	12,88	13,5[illegible]
	$2L$	1019	1017	1016	101[illegible]
	α =	18° 26′	17° 44′	17° 6′	16[illegible]
	$\sin\alpha$ =	0,316	0,305	0,294	0,[illegible]

H den horizontale Komponent af Kjædens Spænding; denne er konstant i ethvert Punkt af Kjæden og = Spændingen i dens Toppunkt,

saa er Kjædens største Spænding (i *A*):

$$S = \frac{pl + Lqw}{\text{Sin. } \alpha'} = kq,$$

deraf $$q = \frac{pl}{k \text{ Sin. } \alpha' - Lw}.$$

Ved Broer over 15 Fods Banebredde antager man en Egenvægt af 40 ℔ pr. Kvadratfod af Banen, altsaa efter *A* Side 433 pr. løbende Fod af en Bro paa *b* Fods Bredde, en Maximumsvægt af 120 *b* ℔.

Med denne Antagelse og efter ovenangivne Formler er efterfølgende Tabel beregnet, hvor

q_1 betegner Tværsnittet af Traadtouget og
q „ — - Kjæden

i Kvadrattommer for hver Fod af Brobanens Bredde, og $2L$ den hele Kjædelængde i Fod, (for en Bane med *b* Fods Bredde er altsaa Kjædens Tværsnit $b \cdot q$. Kvadrattommer.

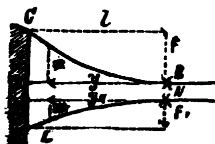
Tabel over Brekjædens Tværsnit og Længde.

fri Bære-vidde.	$\frac{2l}{f}$ =	12	12½	13	13½	14	14½	15
2l = 50′	q_1	0,290	0,301	0,312	0,323	0,334	0,345	0,356
	q	0,436	0,453	0,470	0,487	0,503	0,520	0,537
	$2L$	50,93	50,85	50,79	50,73	50,68	50,63	50,59
2l = 100	q_1	0,585	0,607	0,630	0,652	0,675	0,698	0,721
	q	0,885	0,919	0,954	0,988	1,023	1,058	1,093
	$2L$	101,9	101,7	101,6	101,5	101,4	101,3	101,2
2l = 150	q_1	0,885	0,919	0,954	0,988	1,023	1,058	1,093
	q	1,346	1,399	1,452	1,505	1,559	1,610	1,669
	$2L$	152,8	152,6	152,4	152,2	152,0	151,9	151,8
2l = 200	q_1	1,191	1,238	1,284	1,331	1,378	1,426	1,474
	q	1,819	1,892	1,965	2,038	2,111	2,186	2,261
	$2L$	203,7	203,4	203,2	202,9	202,7	202,5	202,4

fri Bære-vidde.	$\frac{2l}{f}=$	12	$12^1/_2$	13	$13^1/_2$	14	$14^1/_2$	15
$2l=$ 250	q_1	1,502	1,560	1,621	1,680	1,741	1,802	1,863
	q	2,306	2,399	2,493	2,586	2,682	2,778	2,875
	$2L$	254,6	254,3	253,9	253,7	253,4	253,2	253,0
$2l=$ 300	q_1	1,820	1,892	1,965	2,038	2,112	2,186	2,261
	q	2,807	2,921	3,037	3,154	3,272	3,390	3,510
	$2L$	305,6	305,1	304,7	304,4	304,1	303,8	303,6
$2l=$ 350	q_1	2,143	2,228	2,315	2,402	2,490	2,579	2,668
	q	3,322	3,459	3,598	3,739	3,881	4,024	4,169
	$2L$	356,5	356,0	355,5	355,1	354,8	354,4	354,2
$2l=$ 400	q_1	2,472	2,572	2,672	2,774	2,876	2,980	3,084
	q	3,852	4,013	4,177	4,343	4,510	4,680	4,851
	$2L$	407,4	406,8	406,3	405,9	405,4	405,1	404,7
$2l=$ 450	q_1	2,807	2,921	3,037	3,154	3,272	3,390	3,510
	q	4,397	4,584	4,774	4,966	5,161	5,359	5,565
	$2L$	458,3	457,7	457,1	456,6	456,1	455,7	455,3
$2l=$ 500	q_1	3,149	3,278	3,417	3,542	3,675	3,810	3,947
	q	4,959	5,173	5,390	5,612	5,836	6,062	6,293
	$2L$	509,3	508,5	507,9	507,3	506,8	506,3	505,9
$2l=$ 600	q_1	3,852	4,013	4,177	4,343	4,510	4,679	4,851
	q	6,135	6,408	6,686	6,969	7,258	7,551	7,848
	$2L$	611,1	610,2	609,9	608,8	608,2	607,6	607,1
$2l=$ 700	q_1	4,583	4,778	4,977	5,179	5,383	5,590	5,800
	q	7,386	7,725	8,072	8,426	8,787	9,155	9,531
	$2L$	713,0	712,0	711,1	710,2	709,5	708,9	708,3
$2l=$ 800	q_1	5,343	5,576	5,813	6,054	6,298	6,546	6,798
	q	8,719	9,134	9,558	9,993	10,44	10,89	11,36
	$2L$	814,8	813,7	812,6	811,7	810,9	810,2	809,5
$2l=$ 900	q_1	6,135	6,408	6,689	6,969	7,258	7,551	7,848
	q	10,14	10,64	11,16	11,68	12,22	12,78	13,35
	$2L$	916,7	915,4	914,2	913,2	912,2	911,4	910,7
$2l=$ 1000	q_1	6,960	7,277	7,599	7,929	8,265	8,607	8,955
	q	11,67	12,27	12,88	13,51	14,16	14,83	15,52
	$2L$	1019	1017	1016	1015	1014	1013	1012
	$\alpha=$	18° 26′	17° 44′	17° 6′	16° 30′	15° 57′	15° 25′	14_0 56′
	$\sin\alpha=$	0,316	0,305	0,294	0,284	0,275	0,266	0,258

For nøiagtig at beregne Længden af Kjæderne og Hængstængerne benytter man Naviers Ligning, som forudsætter en parabolisk krummet Kjørebane. Er:

Fig. 302.



P Vægten pr. Længdeenhed af Banen, incl. de mellem YB og Y_1N (Fig. 302) liggende konstante Stykker af Hængstængerne.

s Vægten pr. Længdeenhed af Kjæden; denne findes af q efter den foregaaende Tabel.

a den midlere Afstand mellem Hængstængerne.

g Vægten af Bærestængerne pr. Længdeenhed.

$t = \frac{1}{3} g \frac{l}{a} (f + f_1)$, (= Summen af de foranderlige Vægter af Bærestængerne mellem C og B, Fig. 302).

$$x = \frac{f}{(P+s)\, l^2 + \frac{tl}{2} + \frac{sf^2}{3}} \left((P+s)\, y^2 + \left(t + \frac{2sf^2}{3l}\right) \frac{y^4}{2l^3}\right),$$

saa har man den nøiagtige Længde af Hængstængerne:

$$h = x + BN + x_1 = x + BN + \frac{f_1}{l^2}\, y^2.$$

Er L den nøiagtigt halve Kjædelængde, saa er:

$$L = l \left(1 + {}^2/_3\, \frac{f^2}{l^2} \left(1 + \frac{3tl + 2sf^2}{15\,(P+s)\, l^2}\right)\right).$$

Formedelst Kjædernes Udvidelse maa man i Overensstemmelse med nedenstaaende Angivelse oprindelig give dem en mindre Længde. Er nemlig:

m den blivende Forlængelse af Kjædestykket L_2,
p den ligelig fordelte Egenvægt og Prøvelast pr. Længdeenhed,
E = 30000000, Smedejernets Elastisitetsmodus,
q Kjædens Tværsnit, saa har man:

$$m = \frac{L_2 p l^2}{6fqE}.$$

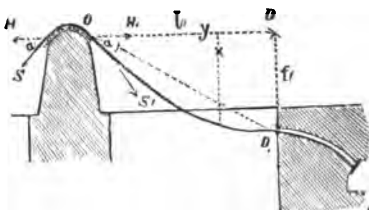
C. Spændkjæderne,

der danne Forlængelsen af Bærekjæden over Pilaren til Vederlaget, maa anordnes saaledes, at, hvad enten de bære Banen eller ikke, Horizontalspændingen i Spændkjæden ($H_1 = S_1$ Cos. a_1) maa være = Horizontalspændingen i Bærekjæden ($H = S$ Cos. a), saa at Pilaren ikke er udsat for noget horizontalt Tryk. Af denne sidste Grund maa Kjæden over Pilaren bevæge sig paa Ruller enten i horizontal Retning (Fig. 304) eller i Retning af Kjædekurven (Fig. 305).

(I sidste Tilfælde er $S = S_1$, altsaa $\angle\, a = \angle\, a_1$).

Denne Bevægelse skal imidlertid være begrændset saaledes, at Pilaren for usædvanlige Tilfælde maa kunne udholde et horizontalt Tryk.

Fig. 303.



Er p_1 Spændkjædens konstante Belastning pr. Længdeenhed af Horizontalprojektionen, saa har man Ligningen for Spændkjædens Kurve:

$$x = y\left(\frac{f_1}{l_1} + \frac{p_1 l_1}{2H_1}\right) - \frac{p_1}{2H_1}\, y^2$$

$$\text{Tang. } \alpha = \frac{f_1}{l_1} + \frac{p_1 l_1}{2H_1}.$$

Kjædens Længde OD_1 er, naar den bærer Brobanen,

$$L_1 = l_1 + {}^1/_2\, \frac{f_1^2}{l_1} + {}^1/_{24}\, \frac{p_1^2 l_1^3}{H_1^2}$$

$$L_1 = \frac{l_1}{\text{Cos.}\,\omega}\left(1 + {}^1/_{24}\left(\frac{p_1 l_1 \text{ Cos.}^2\omega}{H_1}\right)^2\right),$$

hvori $\angle\ \omega = \angle\ DOD_1$.

D. Pilarerne:

Er Spændkjæderne anordnede efter de under C opstiillede Fordringer, saa er Kraften W, som søger

Fig. 304.

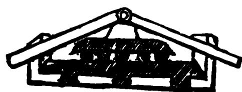


Fig. 305.



at vælte Pilaren $= 0$, naar Trykket sker i horizontal Retning (Fig. 304), men $= S$ (Cos. α — Cos. α_1), naar den virker i Retningen af Kjædekurven. Overskrides Grændserne for Kjædens fri Forskyvning, saa er $W = H - H_1$, hvori H og H_1 alm. have Værdien $\frac{pl^2}{2f}$; her ere H_1, l og f de Værdier, som tilsvare den paraboliske Spændkjædes Toppunkt og som findes af Ligningen for Spændkjædens Kurve.

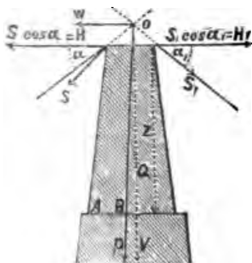
Glider endelig Kjæderne over **faste** Ruller med Radius R og Tapperadius r, og er m Coefficienten for Tapperivningen, saa indtræder Bevægelse ved den mindste Forøgelse af Spændiugen S, naar Ligningen:

$$S_1 = S \cdot \frac{1 - m\frac{r}{R}\,\text{Sin.}\,\alpha}{1 + m\frac{r}{R}\,\text{Sin.}\,\alpha_1}$$ finder Sted.

Efter dette har man Kraften for Væltning om Linien A:

$$W = S\ \text{Cos.}\ \alpha - S_1\ \text{Cos.}\ \alpha_1$$

Fig. 306.



og det vertikale Tryk:

$$V = S\,\text{Sin.}\,\alpha + S_1\,\text{Sin.}\,\alpha + Q,$$

naar Q betegner Vægten af Stykket AO. Er P Resultanten af WV, saa maa, naar Pilaren ikke skal styrte om,

$$AB = \frac{D}{2} - \frac{WZ}{V}$$

være positiv, og for at ikke Trykket u skal knuse Materialet i den stærkest trykkede Kant A, maa dets Værdi pr. Fladeenhed

$$u = \frac{V}{D^2L}\,(4D - 6g)$$

ikke overskride $^1/_{16}$ af Materialets Styrke mod Knusning. I de sidste Ligninger er D Tykkelsen af Pilaren ved AB og Z Afstanden mellem W og AB.

E. Vederlagerne.

Ved utilstrækkelig Tyngde vilde den øvre Del AB af Vederlageret glide.

Fig. 307.

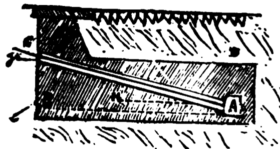
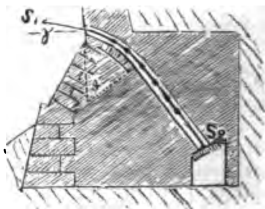


Fig. 308.



Er G = Vægten af $A.\ B.\ C.\ D.$ og den derover liggende Jordmasse, saa maa:

$$G > H_1\ (1 + \text{Tang.}\ \gamma)$$

for belastede Spændkjæder er

$$\text{Tang.}\ \gamma = \text{Tang}\ \alpha_1 - \frac{p_1}{H_1}\ l_1.$$

Bærer Spændkjæderne endel af Banen, saa have de ofte den i Fig. 308 angivne Form.

Om Hvælvbroer. § 120.

Flere Forfattere have til Simplification opstillet Regler for Hvælvs Tykkelse som en Funktion alene af Buernes Radius, men denne Methode er for større Hvælv mindre paalidelig, hvilket vil kunne bedømmes af efterfølgende Tabel.

Tabel

med Sammenstilling af adskillige efter forskjellige empiriske Formler beregnede Hvælvtykkelser for Brohvælvinger.

	Formel for Hvælv-tykkelsen $h =$	Hvælvtykkelser (h) for Brobuer af forskjellige Fods Radius ($=r$)					
		$r =$ 10′.	$r =$ 30′.	$r =$ 50′.	$r =$ 70′.	$r =$ 100′.	$r =$ 200′.
1. Efter Rondelet	$\frac{r}{12}+1'$.	1,83	3,50	5,17	6,83	9,33	17,67
2. Efter Wiebeking	$\frac{r}{12}$	0,83	2,50	4,17	5,83	8,33	16,67
3. Efter Broen ved Chateau Thierry (af Perronet).	$\frac{r}{14,2}+1'$.	1,70	3,11	4,52	5,93	8,04	15,08
4. Efter Perronet.	$\frac{r}{14,4}+1'$.	1,69	3,08	4,47	5,86	7,94	14,89
5. Efter Broen ved Rosoi (af Perronet).	$\frac{r}{16}+1'$.	1,63	2,88	4,13	5,38	7,25	13,50
6. Efter Moseley.	$\frac{0,06r^2}{r+3}+1'$.	1,46	2,64	3,83	5,03	6,83	12,82
7. Efter Potentefaaes ved Radier mindre end 12′, $h=6''$; ved Radier over 12′	$\frac{r}{24}$.	0,50	1,25	2,08	2,92	4,17	8,33
8. Efter Broen ved Neuilly (af Perronet).	$\frac{r}{30}+1'$.	1,33	2,00	2,67	3,33	4,33	7,67
9. Efter Broen i St. Maixence (af Perronet).	$\frac{r}{31,7}+1'$.	1,32	1,95	2,58	3,21	4,15	7,31
10. Efter Langsdorf	$\frac{r}{36}+0,95'$.	1,23	1,78	2,34	2,89	3,73	6,51
11. Efter Dorabroen ved Turin.	$\frac{r}{40}+1'$.	1,25	1,75	2,25	2,75	3,50	6,00
12. Efter Kaiser Franzensbrücke i Carlsbad.	$\frac{r}{40,77}+1'$.	1,25	1,74	2,23	2,72	3,45	5,91
13. Efter Mehrwim	$0,376\sqrt{r}$	1,19	2,06	2,66	3,15	3,76	5,32

Rigtigere er det at bestemme Hvælvtykkelsen efter

a) Buens Stabilitet mod Nedbrydning eller Opløftning af Slutstenen,

b) Hvælvstenenes Fasthed mod Sammentrykning.

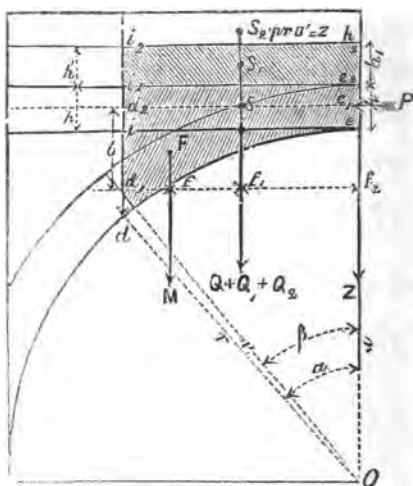
c) Fugefladernes Modstand mod Glidning,

Ethvert Hvælv har at udholde det Tryk, som begge Hvælvhalvdele yde mod hinanden.

Tænker man sig Trykket forenet i den halve Høide af Slutstenen, og beregnes Trykket kun efter en Fods Bredde af permanent og tilfældig Belastning, findes Horizontaltrykket saaledes:

Er t. Ex. Hvælvet halvcirkelformig og forsynet med horizontal Bagmuring og Overfyldning, og tænker man sig

Fig. 309.



Hvælvet afskaaret efter Linien $d_1'i_2$, og hindres denne Del i d_1 fra Nedstyrten, saa kan en i den halve Høide af Slutstenstykkelsen, e, tænkt anbragt horizontal virkende Kraft P holde Buestykket i Ligevægt med Momentet $= P \times b$.

Deles Buestykket med Overmuringer i flere Dele, og sættes disses Vægter resp. M — med Tyngdepunkt i F, Q — med Tyngdepunkt S, og Q_1 med Tyngdepunkt S_1, og kaldes den tilfældige, jævnt fordelte, Belastning Q_2 med Tyngdepunkt S_2, tænkes endvidere t. Ex. en Lastvogns Hjul med Vægt Z anbragt over Slutstenen og er $l = d_1 f_2$, faaes Ligevægtsligningen

$$(1)\quad P.b = M.n + \frac{(Q + Q_1 + Q_2)\,l.}{2} + Z.l.$$

Er z den tilfældige Belastnings Vægt pr. □ Fod, og g og g_1 resp. Hvælvmaterialets og Overfyldningens Vægt pr. Kubikenhed, bliver $l = r$. Sin. α, og $Ql = r^2$. Sin. $^2\alpha . h . g$ og $Zl = r . Z$. Sin. α, saa kan udledes med Henvisning til Figurens Ziffre, Horizontaltrykket

$$(2)\quad P = \frac{r}{b}\left[\frac{r^2 g}{2}\left(\text{Sin.}\,\alpha\left[\text{Sin.}\,\alpha\left(1 - \frac{\text{Cos.}\,\alpha}{3}\right) - \frac{\alpha\pi}{180}\right] + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \,{}^2/_3\,(1 - \text{Cos.}\,\alpha)\right) + \frac{r.\text{Sin.}\,^2\alpha}{2}(hg + h_1 g_1 + z) + Z\,\text{Sin.}\,\alpha\right].$$

Beregnes herefter Værdierne for P efter de forskjellige Vinkler α, findes ved enhver Vinkel det største Horizontaltryk, hvorefter Beregningen bør ske, og P vælges da efter den saaledes fundne største Værdi.

Igjennem Forandring af Hvælvets givne Bue fra Halvcirklen til en Kurve, hvis Radius ved Slutstenen er større end ved Vederlaget eller ved i Bagmuringen til Formindskelse af dens Vægt at anbringe hvælvede Gjennembrud, kan man konstruere et Hvælv, hvori Horizontaltrykket i alle Punkter erholder nogetnær samme Størrelse.

Under denne Forudsætning vil man uden at opsøge større Værdier for Horizontaltrykket kunne finde dette tilstrækkelig stort ved i Formelen (2) at sætte $\alpha = 36^0$, hvorefter

$$(3)\quad P = 0{,}03\, r^2 g + r.h.g + rh_1 g_1 + rz + 3{,}4Z.$$

Mod denne Kraft skal Hvælvstenens Tykkelse yde tilstrækkelig Sikkerhed. Betegner K Stenens Styrke mod Knusning pr. □ Tomme, K_1 pr. □ Fod, bliver $K_1 = 144\ K$. Kaldes Sikkerhedscoefficient m, findes Hvælvets Fasthed mod Knusning pr. □ Fod $= hm . K_1$ altsaa lig P.

Af Formel (3) findes altsaa Hvælvtykkelsen

$$(4)\quad h = \frac{0{,}03\, r^2 g + rh_1 g_1 + rz + 3{,}4\,Z}{mK_1 - rg}.$$

Har Brobanen en Stigning af v, kan udledes

$$(5)\quad h = \frac{0{,}03\, r^2 g\ (1 - 6{,}53\, v) + rh_1 g_1 + rz + 3{,}4\ Z.}{mK_1 - rg}.$$

De største Værdier for z kan sættes $= 1{,}5$ Centner og for $Z = 50$ Centner. Hertillands er navnlig sidstnævnte høit regnet.

Det i Hvælvingerne virkende Tryk N tiltager mod Vederlaget, hvorfor Hvælvtykkelsen H maa være større der end Slutstenens Tykkelse h.

Er — Fig. 310 — U Vægten af Massen $deh_2 i_2$, saa er, naar P er Horizontaltrykket,

$$N = \sqrt{P^2 + U^2}.$$

Fig. 310.

For samme Betegnelser som Fig. 309 er

$$(6)\quad U = \mathrm{r}\left[rg\left(\mathrm{Sin.}\,a\left(1-\frac{\mathrm{Cos.}\,a}{2}\right)\div\frac{\pi a}{360}\right)+\mathrm{Sin.}\,a\,(hg+h_1g_1+z)\right]+Z.$$

Tykkelsen af Stenen, som skal modstaa Trykket N i 1 Fods Bredde, bliver, som før $H=\frac{N}{mK_1}=\frac{\sqrt{P^2+U^2}}{m\,.\,K_1}$, og da $P = mh\,.\,K_1$, altsaa $H=\sqrt{h^2+\frac{U^2}{m^2K_1{}^2}}$.

I flere Tilfælde navnlig ved smaa Buer lader man Hvælvtykkelsen ved Slutsten og Vederlag lige tykke. Derved faar Slutstenen en større Sikkerhed end Vederlagsstenen. Kaldes Sikkerhedscoefficienten for dette Tilfælde m_1 er den $=\frac{P}{N}\,.\,m$.

For Halvcirkel Hvælv findes lettest $N=\frac{P}{\mathrm{Cos.}\,a}$.

Sikkerhedscoefficienterne kunne ansættes saaledes:

(7)	For Hvælv med tiltagende Hvælvtykkelse.	For Hvælv med lige Hvælvtykkelse $m_1 =$				
	$m =$	for $\alpha = 36^0$	for $\alpha = 42^0$	for $\alpha = 48^0$	for $\alpha = 54^0$	for $\alpha = 60^0$
1 til 10 Fod.	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20,8}$	$\frac{1}{20,8}$	$\frac{1}{20,9}$	$\frac{1}{20,9}$	$\frac{1}{20,9}$
10 „ 20 —	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{20,2}$	$\frac{1}{20,4}$	$\frac{1}{20,6}$	$\frac{1}{20,8}$	$\frac{1}{20,9}$
20 „ 30 —	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{19,6}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20,5}$	$\frac{1}{21}$	$\frac{1}{21,6}$
30 „ 40 —	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{18,9}$	$\frac{1}{19,6}$	$\frac{1}{20,4}$	$\frac{1}{21,3}$	$\frac{1}{22,3}$
40 „ 50 —	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{18,2}$	$\frac{1}{19}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{21,3}$	$\frac{1}{22,6}$
50 „ 60 —	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{17,3}$	$\frac{1}{18,4}$	$\frac{1}{19,6}$	$\frac{1}{21,1}$	$\frac{1}{22,7}$
60 „ 70 —	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{16,4}$	$\frac{1}{17,5}$	$\frac{1}{18,9}$	$\frac{1}{20,5}$	$\frac{1}{22,3}$
70 „ 90 —	$\frac{1}{13}$	$\frac{1}{15,4}$	$\frac{1}{16,6}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{19,7}$	$\frac{1}{21,6}$
90 „ 100 —	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14,5}$	$\frac{1}{15,7}$	$\frac{1}{17,3}$	$\frac{1}{19,2}$	$\frac{1}{21,3}$

De angivne Vinkler ere de hyppigst forekommende. For Mellemvinkler interpoleres.

Hvælv bør kun for smaa Aabninger udføres i fuld Halvkreds; jo større Radierne blive, des fordelagtigere da at vælge Hvælvsten med tiltagende Tykkelse.

Exempel 1. Søg Hvælvtykkelsen paa en Hvælvbro af Sandsten af 2 Fods Radius og en Overfyldning af $1^1/_2{}'$.
Stenens Fasthed = 2091 ℔ pr. □ Tomme.
Dens Vægt 100 ℔ = 1 Centner pr. Kub.fod.

Altsaa $r = 2'$; $g = 1$ Centner, $g_1 = \frac{10}{11}$ Centner; $h' = 1{,}5'$

$K = 2091$ ℔, $K_1 = 2091 . 144$ ℔, $m = \frac{1}{20}$,

$mK_1 = \frac{2091 \times 144}{20 . 100}$ Centner $= 150$ Centner, $z = 1{,}5$ Centner, $Z = 50$ Centner.

Altsaa: Indsættes disse Værdier i Formelen (4)

$$h = \frac{r\,(0{,}03 . r . g + g_1 h_1 + z) + 3{,}4\,Z}{mK_1 - rg} \quad \text{faaes}$$

$h = 1{,}18$ Fod.

Exempel 2. Ved Dorabroen i Turin er $r = 172'$; $h' = 3{,}18'$. Dens Hvælvmaterial, Alpegranit, har en Fasthed af 5475 ℔ pr. □", $g = 1{,}36$ Centner, $g_1 = 1{,}09$ Centner, $m = \frac{1}{12}$; $m.K_1 = \frac{5475 \times 144}{12.100}$ Centner $= 656{,}9$ Centner. Heraf findes efter samme Formel (4) $h = 5{,}29$ Fod, hvilket stemmer med den paa Tabellen Pag. 441 anførte Hvælvtykkelse, som giver Formelen $h = \frac{r}{40} + 1 = 5{,}3$.

Exempel 3. Broen ved Zitau har en Radie af 50 Fod $= r$,
Spændvidde af 60 Fod og Pilhøide af 10 Fod,
Vinkelen α bliver altsaa $= 37^0$,
Brobanen har et Fald af $\frac{1}{30} = v$.

Hvælvstenene ere byggede af udsøgt Sandsten, hvis Fasthed mod Knusning efter gjentagne Forsøg er funden pr. □ Fod lig 3270 Centner.
$g = 1$ Centner, $g_1 = 1{,}1$ Centn., $h_1 = 1{,}5'$, $z = 1{,}5$ Centn., $Z = 50$ Centner.

Broen er bygget med ligetykke Hvælvstene. Efter Tabellen (7) bliver derfor $m_1 = \frac{1}{18{,}2}$ og Hvælvtykkelsen

$$H \text{ findes} = \frac{0{,}03 \,.\, 50^2 \,.\, 1 \left(1 - 6{,}53 \,.\, \frac{1}{30}\right) + 50(1{,}5 \,.\, 1{,}1 + 1{,}5) + 3{,}4 \,.\, 50}{\frac{1}{18{,}2} \,.\, 3270 - 50.1.}$$

$= 2{,}97$ Fod. Hvælvtykkelsen er gjort 3 Fod.

Hvis Broen havde været udført med tiltagende Hvælvtykkelse, vilde Slutstenstykkelsen være funden:

$$h = \frac{0{,}03 \,.\, 50^2 \,.\, 1 \left(1 - 6{,}53 \,.\, \frac{1}{30}\right) + 50\,(1{,}5 + 1{,}1 + 1{,}5) + 3{,}4 \,.\, 50}{\frac{1}{16} \,.\, 3270 - 50.1}$$

$= 2{,}5$ Fod, idet Sikkerhedscoëfficienten m her sættes $= \frac{1}{16}$.

I dette Tilfælde findes den halve Brovægt $U =$ efter Formel (6)

$$= 50\left[50.1{,}1\left(\text{Sin. } 37^0 \left(1 - \frac{\text{Cos.} 37}{2}\right) - \frac{37 \,.\, 3{,}14}{360}\right) + \text{Sin.} 37^0 (2{,}5 \,.\, 1 + 1{,}5 \,.\, 1 + 1{,}5)\right] + 50 = 311 \text{ Centner.}$$

Altsaa er Hvælvtykkelsen ved Vederlaget $H =$

$$\sqrt{h^2 + \frac{U^2}{m^2 K_1^{\,2}}} = \sqrt{2{,}5^2 + \left(\frac{311}{\frac{1}{16} \,.\, 3270}\right)^2} = 2{,}93 \text{ Fod.}$$

For Hvælv med t. Ex. 90 Fods Radius og 60° Vinkel maa efter Tabellen (7) istedetfor $m = \frac{1}{12}$ indsættes Værdien $m_1 = \frac{1}{21,31}$ — og hvorefter altsaa Vederlagsstenen bliver væsentlig tykkere end Slutstenen.

Exempel 4. Broen over Dee-Floden har en Radius af 148 Fod og er bygget af Sandsten med 1,76 Fods Overfyldning. I Bagmuringen er til Massens Lettelse indmuret hule Rum. Kjørebanen har et Fald af $\frac{1}{50}$.

Paa denne Bro udgjør det kubiske Indhold af Bagmuring og Hvælv med $a = 36°$, omtrent $^4/_5$ af det fulde Rums, hvisaarsag for Sandsten her g sættes $= {}^4/_5$ Centner.

Sættes $g' = 1$ Centner, $m = \frac{1}{12}$, den brugte Sandstens Fasthed pr. □" = 2110 ℔, altsaa pr. □ Fod 2110 × 144 = 3039 Centner, saa er efter Formel (5)

$$h = \frac{r\ (0,03 \,.\, rg\ (1 - 6,53\, v) + h_1 g_1 + z) + 3,4\, Z}{mK_1 - rg.}$$

ved Indsætning af $v = \frac{1}{50}$ findes

$$h = \frac{148\,(0,03.\,148.\,{}^4/_5 \left(1 - \frac{6,53}{50}\right) + 1,76 + 1,5) + 3,4.\,50}{\frac{3039}{12} - 148\,.\,{}^4/_5.} = 8,22 \text{ Fod.}$$

Havde denne Bro under iøvrigt eens Betingelser været bygget af en anden løsere Sandstens-Art med t. Ex. Fasthed af 1860 Centner pr. □ Fod, vilde denne Værdi af K indsat i Formelen (5) givet $h = 24,5$ Fod.

Var derimod Broen bygget af Granit, hvis Vægt pr. Kubikfod udgjør 1,38 Centner, og hvis Fasthed K_1 kan sættes = 6544 Centner pr. □ Fod, vilde under samme Forudsætninger en Slutstenstykkelse være tilstrækkelig

$$h = \frac{148\,(0,03\,.\,148\,.\,{}^4/_5\,.\,1,38 \left(1 - \frac{6,53}{50}\right) + 1,76 + 1,5) + 3,4\,.\,50}{\frac{6544}{12} - 148\,.\,{}^4/_5\,.\,1,38.}$$

$$= 3,3 \text{ Fod.}$$

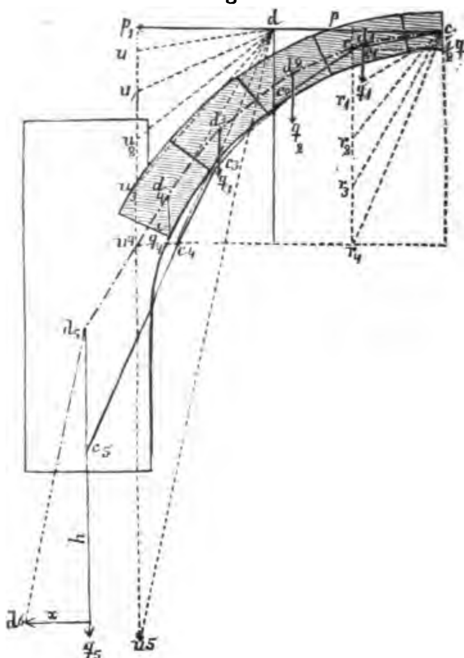
Men da denne Hvælvtykkelse ikke er stor nok for Hvælvets Stabilitet, maa den saaledes fundne Tykkelse forøges til Stabiliteten naaes.

Heraf vil sees, at Stenarter af middels og liden Fasthed fordre en saa stor Tykkelse, at Stabiliteten derved ogsaa naaes.

Igjennem følgende Fremstilling kan Hvælvkonstruktionen meget let bestemmes uden omstændelige Beregninger.

Man dele hver Hvælvhalvdel i et Antal — efter Omstændighederne fra 4 til høist 12 — ligestore Dele.

Fig. 311.



I Fig. 311 er saaledes Hvælvet delt i 9 Dele, hvoraf Slutstenens halve Vægt q falder paa hver Halvdel med $^1/_2\, q$. Naar Vægternes Størrelse q_1, q_2, q_3 og q_4 er bestemt efter den for Tilfældet valgte Maalestok, og disse Vægter virke som Kræfter i Delenes Tyngdepunkter, — anbringes forsøgsvis i Slutstenens halve Høide — c — den horizontale Kraft p, som skulde holde Stenen i Ligevægt og som sammen med den halve Vægt $^1/_2\, q$ danner Resultanten cr. Vertikalen pr forlænges, og fra r afsættes nedover Værdien af de øvrige Vægter, q_1, q_2, q_3, q_4 og fra disses Endepunkter r_1, r_2, r_3, r_4 trækkes Linier til c, som betegne de øvrige Resultanters Retninger. Paralel med cr_1 trækkes fra c_1 (d. e. hvor cr træffer Vertikalen d_1q_1 og som gaar igjennem Lagets eller Stenens Tyngdepunkt) Linien c_1c_2 til Vertikalen d_2q_2. Paa samme Maade trækkes c_2c_3 paralel med cr_2, c_3c_4 paralel med cr_3 og c_4c_5 paralel med cr_4. Forlænges nu c_4c_5 tilbage til den træffer Forlængelsen af cp, i d, vil Vertikalen igjennem d skjære Hvælvets Tyngdepunkt.

Bestemmes nu t. Ex. at Modstandslinien skal gaa igjen-

nem Punktet e, trækkes fra d Linien deu_4d_5, og trækkes fra r_4 — Vægtsummernes Endepunkt — Horizontalen r_4u_4 paralel med cp, og opreises fra u_4, Skjærepunktet med deu_4d_5, en Vertikal u_4p_1, til Horizontalen igjennem cd, saa angiver Længden dp_1 Størrelsen af Hvælvets Horizontaltryk for Stødpunkterne c og e af det samme Hvælv. Afsættes fra p_1 paa Vertikalen p_1u_4 Længden af Vægterne $^1/_2\ q$, q_1, q_2, q_3 og q_4 i Følgerække i Punkterne u, u_1, u_2, u_3 og u_4, og trækkes fra disse Punkter Resultanterne du, du_1, du_2, du_3, du_4 findes, ved paralel med disse Linier at trække Linierne cd_1, d_1d_2, d_2d_3, d_3d_4 og d_4d_5, den igjennem c og e gaaende Modstandslinie $cd_1d_2d_3d_4e$.

Forat finde Modstandsliniens Fortsættelse igjennem Vederlaget afsættes dettes Vægt — $a = c_5q_5$ — efter samme Maalestok fra u_4 til u_5, og drages saa Linien du_5 og paralel med denne fra d_5, hvor Hvælvets Modstandslinie træffer Vertikalen gjennem Vederlagets Tyngdepunkt, Modstandsliniens Fortsættelse d_5d_6 til Vederlagets Grundlinie. Ligesom Modstandslinien i Hvælvet ikke maa fjerne sig saa langt fra Perpendikulæren paa hver Hvælvfuge som Rivningsvinkelens Størrelse, maa selvfølgelig ogsaa Vederlagets Leiefuge eller Temperstenens Flader nærme sig saameget mod Horizontalen, som Modstandslinien og Rivningsvinkelen maatte forlange.

Ved overmurede Hvælv, eller hvor Hvælvene for Stabilitetens Skyld i Massen er givet Aabninger eller lettere Material, kan man, uden at skade Nøiagtigheden, dele Hvælvets og den ovenfor samme liggende Masse i ligelangt fra hinanden staaende Vertikallinier og antage, at enhver Dels Tyngdepunkter falder igjennem Delenes halve Bredde. Se Fig. 312.

Har Belastningsmaterialet en anden specifik Vægt end Hvælvet, t. Ex. $^7/_8$ af det sidste, saa medtager man i Konstruktionen kun $^7/_8$ af Belastningens Høide og betragtes derpaa Overfyldningen af samme Vægt som Hvælvet.

Formedelst denne ligelige Inddeling bliver det mulig at bestemme Modstandslinien uden foreløbig Beregning af hver Dels Vægt, idet man istedetfor denne kun sætter det kubiske Indhold — og dette er for ligestore Længdedele igjen udtrykt ved Hvælv- og Vederlagsdelenes Høider; sættes saaledes, Fig. 312, Længden a som Enhed for hver Hvælvhalvdel og sættes Høiden gjennem hver Dels Midte $= h$, h_1, h_2, h_3 — — — —, og sættes Hvælvets Bredde ligeledes $= a$, bliver hver Dels kubiske Indhold $= a^2h$, a^2h_1, a^2h_2 etc.; naar derfor a sættes som Enhed, angiver Høiderne det kubiske Indhold.

Paa samme Maade Inddeles Vederlaget i midlere Høider h_4 og h_5. — — — —

I Lighed med hvad tidligere er anført findes Modstandslinien saaledes: Fra den foreløbig antagne Modstandslinies Angrebspunkt c i Halvdelen af den øverste Sten drages Horizontalen cp_1 og forsøgsvis Linien cc_1, hvis Forlængelse træffer den fra h horizontalt trukne Linie

i *r*. Paa den igjennem *r* trukne Vertikal pr_3 afsættes fra p Høiderne h, h_1, h_2, h_3, og fra de saaledes afsatte Punkter trækkes Linierne rc, r_1c, r_2c, r_3c, og paralel med disse den foreløbige Modstandslinie cc_1, c_2, c_3, c_4, hvis

Fig. 312.

sidste Leds, c_3c_4, Forlængelse til d, bestemmer Vertikalen dT gjennem det halve Hvælvs Tyngdepunkt. Bestemmes nu, at Modstandslinien skal gaa gjennem d_4, drager man fra d Linien dd_4 u_3, som i u_3 skjærer Horizontalen r_3u_3 og opreises Perpendikulæren $u_3p_1 = r_3p$, saa angiver dp_1 Horizontaltrykket, og Modstandslinien $d_4d_3d_2d_1c$ findes ved fra p_1 at afsætte Hvælvhøiderne h, h_1, h_2, h_3 paa Vertikalen p_1u_3, og fra Afsætpunkterne u, u_1, u_2, u_3, at trække Linierne ud, u_1d, u_2d, og paralel med disse at trække Linierne cd_1, d_1d_2, d_2d_3, mellem hvert Felts Dele eller Tyngdepunktslinier.

Den for et Hvælvs Stabilitet fordelagtigste Modstandslinie, som ikke kan følge paralel med Hvælvets Krumning, er den, som paa de Punkter, hvor den afvexlende nærmer

sig mest den indre eller ydre Hvælvlinie, har lige Afstande derfra.

Skulde dette ikke finde Sted ved den engang gjorte Inddeling, maa den foran beskrevne Konstruktion gjentages indtil man, ved at hæve eller sænke Angrebspunkterne i Slutsten og Tempersten, kan opnaa efter Omstændighederne gunstigste Linie, som igjen betinger Horizontaltrykkets Virkning og Størrelse og den deraf afhængige Hvælvstens Tykkelse.

Antages i Fig. 312 det der anbragte Hvælv at overspænde en Aabning af 16 Fods Spandvidde, falder paa den halve Del 8 Fod. Hver af dennes inddelte 4 Dele indtager saaledes efter den vedtagne Maalestok 2 Fods Bredde for 1 Fods Tykkelse af Hvælvet, bliver saaledes, naar 1 Kubikfod af Hvælv- og Overfyldningsmaterialet sættes lig 1 Centner og naar Vertikalerne gjennem Inddelingernes Tyngdepunkter maales i

$a = 1^3/_8$ Fod, den bestemte Vægt $= 2^6/_8$ Centner,
$a_1 = 1^5/_8$ „ - „ „ $= 3^2/_8$ —
$a_2 = 2^2/_8$ „ - „ „ $= 4^4/_8$ —
$a_3 = 3^6/_8$ „ - „ „ $= 7^4/_8$ —

Altsaa Hvælvets halve Vægt for 1 Fods Bredde = 18 Centner, som netop svarer til den gjennem Tyngdepunktet *d* anbragte Vertikal *dT*, naar Vægtmaalestokken bruges. Efter samme Maalestok findes ligeledes Horizontaltrykket $dP_1 = 16^3/_4$ Centner, og Normaltrykket $du_3 = 24^1/_2$ Centner.

Maskinlære.

Capitel I.

Maskinernes Effekt og dens Bestemmelse.

§ 121. **Effekt. Hestekraft.** En Maskines Effekt er det Arbeide Maskinen kan udføre i Tidsenheden. Angives den Modstand Q, Maskinen har at overvinde, i ℔, Veien s i Fod pr. Minut, saa er Maskinens Nytteeffekt:

$$E = Qs \text{ ℔fod pr. Minut} = \frac{Qs}{29100} \text{ Hestekræfter.}$$

Kraftens Arbeide, Totaleffekten $K = P . s_1$, er ved enhver Maskine paa Grund af Modstandene i selve Maskinen større end Nytteeffekten, og Forholdet mellem dem, $\frac{E}{K}$ (Wirkungsgrad, efficiency), nærmer sig desto mere Enheden, jo fuldkomnere Maskinen er, og Forskjellem mellem dem, $K—E$, er det Arbeide, der er medgaaet til Overvindelse af Modstandene i selve Maskinen. Ved en Pumpemaskine er t. Exp. Nytteeffekten i en given Tid Produktet af det oppumpede Vands Vægt i den givne Tid og den Høide, til hvilken det er hævet. Totaleffekten derimod er foruden den sidste ogsaa det Arbeide, der er medgaaet til Overvindelse af Vandets Friction i Pumper og Rør, til Bevægelse af Stempler, Ventiler o. s. v. Ved en Skibsdampmaskine er Nytteeffekten Produktet af Vandets Modstand mod Skibets Bevægelse og Skibets Vei; Totaleffekten derimod foruden det sidstnævnte ogsaa det, der behøves til at overvinde Maskindelenes Friktion, til Drivning af Luftpumpen o. s. v.

De Apparater, der benyttes til Bestemmelse af en Maskines Effekt, give enten Nytteeffekten eller Totaleffekten. Dampmaskinens Indikator giver saaledes kun Totaleffekten, det saakaldte indikerede Arbeide, medens t. Exp. Friktionsdynamometret giver det nyttige Arbeide.

Nominel Hestekraft er en Betegnelse, der alene anvendes paa Dampmaskiner og nærmest som et Udtryk for deres Dimensioner. Den staar nemlig i ingen bestemt Forbindelse til den indikerede eller den effektive Hestekraft.

Watts Regel til Bestemmelse af den nominelle Hestekraft er:

$$\text{Nom. } HK = \frac{7 \,.\, 128 \,.\, \sqrt[3]{l} \,.\, A}{33000} = \frac{\sqrt[3]{l} \,.\, A}{47},$$

hvor l er Slagets Længde i Fod og A Stemplets Areal i Kvadrattommer. I denne Formel er det effektive Damptryk antaget til 7 ℔ og Stemplets Hastighed til 128 $\sqrt[3]{l}$ Fod pr. Minut. Det engelske Admiralitets Formel for den nominelle Hestekraft er:

$$\text{Nom. } HK = \frac{7 \,.\, v \,.\, A}{33000} = \frac{v \,.\, A}{4714},$$

hvor v er Stemplets virkelige Hastighed i Fod pr. Minut. Begge disse Formler gjælde kun for Lavtryksmaskiner. For Høitryksmaskiner sætter man efter J. Bourne det effektive Damptryk til 21 ℔ pr. □″, de øvrige Data som i Watts Formel. En Maskines indikerede Hestekraft kan opgaa til indtil 4 Gange dens nominelle Hestekraft.

Angaaende Størrelsen af Arbeidsenheden i de forskjellige Lande se Side 261. Følgende Tabel tjener til Omsætning af Pundfod til Kilogrammeter o. s. v.

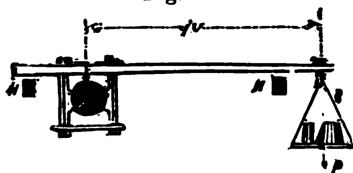
Kilogrammeter.	Pundfod				
	Norsk.	Svensk.	Dansk, Preusisk.	Engelsk, Amerikansk	Russisk.
1	6,3988	7,9239	6,3747	7,2331	7,9093
0,1563	1	1,2375	0,9962	1,1304	1,2520
0,1262	0,8081	1	0,8045	0,9128	1,0113
0,1569	1,0038	1,2431	1	1,1347	1,2568
0,1382	0,8850	1,0955	0,8811	1	1,1076
0,1264	0,7987	0,9888	0,7958	0,9029	1

Hestekraft					
Fransk.	Norsk.	Svensk.	Dansk, Preusisk.	Engelsk, Amerikansk	Russisk.
1	0,9895	0,9905	0,9958	0,9863	1,0407
1,0106	1	1,0003	1,0066	0,9968	1,0653
1,0096	0,9997	1	1,0056	0,9958	1,0645
1,0042	0,9934	0,9945	1	0,9903	1,0584
1,0139	1,0032	1,0042	1,0098	1	1,0688
0,9606	0,9387	0,9394	0,9448	0,9356	1

Prony's Friktionsdynamometer, Fig. 313, er det simpleste Apparat til Bestemmelse af en Maskines Arbeide. § 122. Vil man nemlig undersøge, hvormeget Arbeide Axen c kan overføre, saa skruer man Mutterne saa stærkt til, at

Friktionen i Axens Omkreds tillader Axen at gjøre n Omdreininger pr. Minut.

Fig. 313.



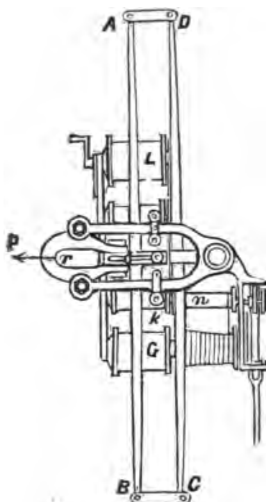
Lægger man saa paa Skaalen et Lod, P℔, der paa Armen $BC = p$ kan holde Stangen i horizontal Stilling, fri af begge Understøtterne H og K, saa bliver nemlig Friktionens Moment ligt Momentet Pp, og multiplicerer man dette med Axens Vinkelhastighed $2\pi n$, saa faaes det nyttige Arbeide:

$$E = Pp \,.\, 2\pi n \text{ ℔fod} = \frac{Pp \,.\, 2\pi n}{29100} \; H.\,Kft.$$

Ved Anvendelsen af dette Apparat vil altid den ved Friktionen udviklede Varme blive meget betydelig, og man sørger for at borttage denne ved Oversprøitning med koldt Vand. Prony's Dynamometer er ikke vel anvendeligt hvor Kraften er variabel. En Ulempe er det ogsaa ofte, at man maa afbryde Maskinens almindelige Arbeide.

§ 123. **Morins Fjederdynamometer,** Fig. 314, angiver Størrelsen af den paa Midten af Fjedren AB gribende Kraft P, ved Forøgelsen af Afstanden mellem denne og Fjedren DC.

Fig. 314.



Disse Fjedre ere begge af Staal. Vil man t. Exp. finde den Kraft en Hest maa anvende for at trække en Vogn, saa forbindes Midten af Fjedren BC ved en Bolt med Vognen og Trækkekjæden fæstes til Hagen r paa den forreste Fjeder. n er en Valse, som formedelst Udvexlinger bliver meddelt en Hastighed proportional med Vognhjulenes Hastighed, og som ved en Snor driver Valsen G. Om Valsen L er viklet et Papirbaand, der, naar Apparatet sættes i Bevægelse, vikles af denne og over paa Valsen G. Mellem disse større Valser er anbragt tre mindre for at holde Papirbaandet oppe. Apparatet er desuden forsynet med en Blyant k, der er fæstet til Ramværket, og en anden Blyant, der følger Fjedren AB, idet den trækkes ud. Blyanten k trækker op Nullinien paa Papiret, og den anden Blyant, der, naar

ingen Kraft anvendes, maa vise paa Nullinien, vil under Experimentet trække op en Linie, hvis Afstand fra et givet Punkt i Nullinien angiver Fjedrenes Bøining og er proportional med Trækkekraften paa det tilsvarende Sted af Vognens Vei. Apparatet skal i Almindelighed være saaledes konstrueret, at Papirets Hastighed er $^1/_{50}$ af Vognens Hastighed.

Forbindelsen mellem Trækkekraften og Bøiningen hos Fjedrene kan, paa Grund af Forskjel i Staalets Elasticitet, ikke nøiagtigt bestemmes ved Regning, men bør bestemmes ved paahængte Vægter. Ifølge Morin skulle Fjedrenes Bredde b være $1^1/_2''$ à $2''$. Forlanger man saa, at de skulle være Legemer af ensformig Styrke, saa bliver Længdetværsnittet parabolisk, og om h betegner Fjedrens Tykkelse paa Midten, h_1 dens Tykkelse i Afstanden x fra Enden, l Fjedrenes halve Længde og y begge Fjedres Bøining, saa har man:

$$h_1 = h\sqrt{\frac{x}{l}} \quad \text{og } y = \frac{8Pl^3}{Ebh^3},$$

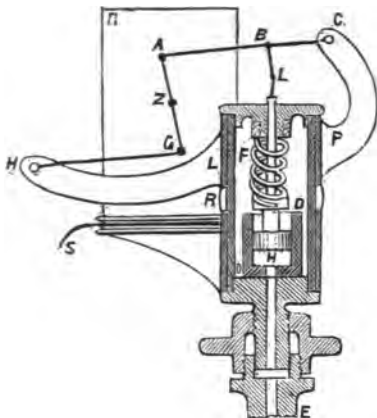
hvor E er Fjedermaterialets Elasticitetsmodulus, der for Staal kan sættes mellem 30 og 40 Millioner. I Formlerne regnes l, h, b, x og y i Tommer og P i Pund.

Morins Rotationsdynamometer er bestemt til at vise § 124.
hvormeget Arbeide, der overføres fra een roterende Axe til en anden. Det bestaar af en Axe, paa hvilken befinder sig en fast Skive og en løs Skive, saaledes at en Rem fra Drivemaskinen kan sætte Axen i Omdreining. En tredie Skive fører Remmen, der meddeler Bevægelse til den Axe, som skal drives.

Denne Skive er ogsaa til en vis Grad løs paa Axeu, saa at den kan dreie sig paa denne et Stykke frem og tilbage. Fra Axen udgaar i radial Retning en Staalfjeder, der med den anden Ende er fæstet til Skiven, saaledes at Fjedren undergaar Bøining proportionalt med den Kraft Axen udøver paa Skiven. Paa Axen, og dreiende sig med denne, befinder sig ogsaa et Ramværk, der bærer et Valseværk, som, naar Apparatet er i Bevægelse, bringer et Papirbaand til at bevæge sig i Retning af Radien med en Hastighed proportional med den, hvormed Axen roterer. En Blyant paa Valseværket optrækker Nullinien og en anden Blyant fæstet til Skiven eller til Enden af Fjedren optrækker en Linie, hvis Ordinater forestille den paa Skiven udøvede Kraft. Valseværket drives af en paa Axen siddende løs Tandring, der under Axens Omdreining holdes stille af en Trækkestang.

Richards Indikator, Fig. 315, er det nu mest brugelige § 125.
Instrument til Bestemmelse af Trykket i en Dampcylinder. E er et Stykke af en Kran, der kan sætte Dampcylinderen i Forbindelse med det indre Rum af Cylinderen DD. F er en stærk Spiralfjeder, der blot tillader Stemplet H at bevæge sig et lidet Stykke op og ned. Til et Instrument

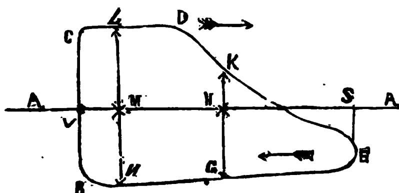
Fig. 315.



hører som oftest flere Fjedre, der kunne udbyttes mod hinanden, eftersom Apparatet skal bruges til Høi- eller Lavtryksmaskiner. Kraften paa Stemplet *H* virker ved Leddet *LB* paa Vægtstangen *AC*, der sammen med Stængerne *AG* og *GH* danner en Parallelbevægelse, som bringer Blyantstiften *Z* til altid at bevæge sig parallelt med Axen *BE*. *RR* er en om sin Axe bevægelig Cylinder, hvorom vikles et Stykke Papir. Denne Cylinder bringes til at følge Maskinens Slag ved Snoren *S*, fæstet til en af Maskinens bevægelige Dele, og ved en indvendig Fjeder, der holder Snoren stram. Armene *CP* og *HL* ere fæstede til en Hylse, der kan dreie sig om den Cylinder, hvori Spiralfjedren er indesluttet. Forholdet mellem Vægtstangsarmene *BC* og *AC* er gjerne som 1 til 4.

Naar man vil anvende Indikatoren, saa bringer man først ved at dreie Hylsen *LP* Blyantstiften *Z* i Berøring med Papiret, hvorpaa man ved at dreie Cylinder *RR*, uden at aabne Dampkranen *E*, faar paa Papiret optrukket en ret Linie, den saakaldte athmospheriske Linie. Aabnes saa Kranen *E*, og Cylinderen *RR* følger Maskinens Slag, saa vil Stiften *Z* beskrive en i selv tilbagegaaende Linie saasom t. Exempel *BCDEB*, Fig. 316. Linien *AA* er her den athmospheriske Linie, Diagrammets Længde *SV* forestiller Slaget i formindsket Maalestok, og Liniens Ordinater lodrette paa *AA* over Linien forestille Damptrykket i Cylinderen under Stemplets Bevægelse fra *V* til *S* og Ordinaterne under *AA* forestiller Trykket under Athmospheren paa samme Side af Stemplet og under dets Bevægelse fra *S* til *V*. Disse Ordinater udmaales i ℔ ved den til den anvendte Fjeder hørende Skala. Det effektive

Fig. 316.



Tryk t. Exp. ved et Punkt M af Stemplets Bane bliver imidlertid Summen af Ordinaterne ML og MN, altsaa Diagrammets Bredde ved dette Punkt. For at finde det effektive Middeltryk, Indikatortrykket, deles derfor Linien SV i et Antal ligestore Dele, sædvanlig 10, og Diagrammets Bredder gjennem Delepunkterne optrækkes og udmaales. Er b_0 og b_n den første og sidste af Bredderne og de mellemliggende b_1, b_2 o. s. v., saa er, naar Slaget er delt i n ligestore Dele, Indikatortrykket:

$$p = \frac{1}{n}\left(\frac{b_0 + b_n}{2} + b_1 + b_2 + \ldots + b_{n-1}\right),$$

og Maskinens Indikator- eller Bruttohestekraft:

$$K = \frac{A.p.n.l}{29100},$$

hvor A er Stempelarealet i □″, n Antallet af Slag pr. Minut og l Slagets Længde i Fod. Dersom Stempelarealerne ere af forskjellig Størrelse, som ved Trunkmaskinen, eller dersom Maskinens Konstruktion medfører, at man kan vente forskjelligt Middeltryk under Stemplets Bevægelse de to Veie, saa tager man Indikatordiagram i begge Ender af Cylinderen og lader den halve Sum af de fundne Resultater være det effektive Middeltryk. Er der to eller flere Cylindere, saa adderes de ved de respektive Diagrammer fundne Hestekræfter. Det Følgende er et Exempel paa Effektberegning for en kombineret Høi- og Lavtryksmaskine. Slaget er delt i 10 Dele og 2 Diagrammer taget for hver Cylinder. Antal Slag 105, Slagets Længde $2^1/_2$′.

	Høitrykscylinder.		Lavtrykscylinder.	
	Top.	Bund.	Top.	Bund.
b_0	27	36	16,0	12,4
b_{10}	13	12	2,0	3,8
Sum	40	48	18,0	16,2
halve Sum . .	20	24	9,0	8,1
b_1	83	97	10,5	10,8
b_2	91	96	8,5	9,0
b_3	94	84	7,5	8,0
b_4	64	64	7,0	7,1
b_5	57	57	6,6	6,7
b_6	53	46	6,2	6,0
b_7	42	40	6,0	5,6
b_8	35	32	5,1	5,4
b_9	22	22	4,5	5,0
Sum	558	562	70,9	71,7
eff. Middeltryk pr. □" . .	55,8	56,2	7,09	7,17
Medium af Top og Bund	56,0		7,13	
× Stempelareal i □" .	345		1380	
Middeltryk paa Stempler .	19320		9839,4	
× Antal Slag × Slag Længde	262,5		262,5	
Indik. Arb. pr. Cylinder . .	5071500		2582842,5	
Totale Indik. Arbeide . . .	7654342,5 ℔fod.			

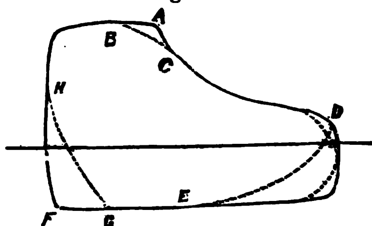
$$\text{Indikeret Hestekraft} = \frac{7654342{,}5}{29100} = 363.$$

Indikatoren er ogsaa et bekvemt Apparat til Bedømmelse af Slidemekanismens Godhed og Hensigtsmæssighed. De Aarsager, der have Indflydelse paa Maskinens Arbeide og Diagrammets Form, kunne være følgende:

I. Dampaabningens Indsnævring af Sliden bevirker, at Trykket i Cylinderen falder før Aabningens fuldstændige Lukning. Diagrammet vil derfor istedetfor det skarpe Hjørne *A*, Fig. 317, vise den krumme Linie *BC*.

II. Afløbsportens Aabning for Dampens Udløb, før Slaget er endt, vil bevirke afrundede Hjørner i den spidse Ende af Diagrammet. Uden denne for tidlige Aabning vilde Diagrammet nedentil mere eller mindre nærme sig Linien *DEF*. Den fordelagtigste fortidlige Aabning er den, der bevirker ligestor Afrunding i begge Hjørner.

Fig. 317.



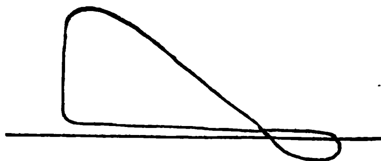
III. Afløbsportens fortidlige Lukning ved tilbagegaaende Slag, der bevirker at en vis Portion Damp bliver sammenpresset under Resten af Slaget. Forøgelsen i denne Damps Spændighed vil være fremstillet ved en Linie, der mere eller mindre nærmer sig *GH*.

IV. For smaa Kanaler ville i det Hele bevirke, at Damptrykket bliver mindre end det skulde være gjennem hele Slagets Længde, Modtrykket større, og at Diagrammet antager en mere tilspidset Form.

V. En lignende Form antager ogsaa Diagrammet, naar Cylinderstemplet eller Dampsliden ikke slutter damptæt.

VI. Dersom ved en Dampmaskine uden Condensation Dampens Expansion bliver drevet for vidt, saa vil Diagrammet antage Form som Fig. 318, idet ved

Fig. 318.



Enden af Slaget Modtrykket er større end Damptrykket.

Capitel II.

Om Vandets Bevægelseskraft og de hydrauliske Maskiner.

§ 126. Ved et Vandfalds Naturkraft K forstaaes Produktet af Faldhøiden h, maalt fra Vandflade til Vandflade, og Vægten af den pr. Sekund udstrømmende Vandmængde Q. Da Vægten af 1 Kubikfod Vand er 62 ℔, saa er altsaa:

$$K = h \,.\, Q \,.\, 62 \text{ ℔fod}.$$

De Maskiner, man benytter for at tilgodegjøre sig et Vandfalds Naturkraft, ere ikke istand til at producere et nyttigt Arbeide E (Pundfod pr. Sekund) saa stort som hele Naturkraften, men blot en Del deraf, saaledes at $\frac{E}{K}$ er en Brøk, der for de forskjellige Slags varierer mellem $^1/_3$ og $^3/_4$. Følgende Tabel indeholder de Værdier af Fald og Vandmængde, til hvilke de forskjellige Slags af Vandhjul og Turbiner bør bruges samt den Værdi af Brøken $\frac{E}{K}$, man kan paaregne for hver enkelt.

Navn.	Faldhøide h Fod.	Vandmængde Q Kubikfod pr. Sekund.	$\frac{E}{K}$
Overfaldshjul	8—40	2—20	0,5—0,8
Overfaldshjul med Ledeskovler	10—30	3—24	0,6—0,75
Brystfaldhjul med Ledeskovler	8—16	4—70	0,6—0,7
Brystfaldshjul med Overfaldsluge	5—10	4—70	0,65—0,7
Brystfaldshjul med Trykluge	3—6	4—80	0,4—0,55
Underfaldshjul	1—3	8—120	0,3—0,4
Poncelethjul	2—6	4—120	0,55—0,65
Tangentialhjul	20—200	$^1/_8$—40	0,5—0,65
Fourneyrons Turbine, Francis », Jonvals », Skotsk »	1—60	$^1/_4$—120	0,6—0,75

§ 127. **Overfaldshjul.** Diameteren d af et Overfaldshjul bestemmes af Faldets Høide $LR = h$, Fig. 319, Hastigheden c af Vandstraalen, idet den træffer Hjulet, og af Klaringen forneden $ST = h_2$ saaledes, at:

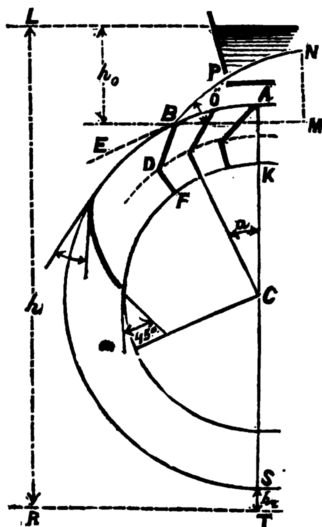
$$d = \frac{2}{1 + \text{Cos.}\, a}\left(h - h_2 - 1{,}1\,\frac{c^2}{2g}\right),$$

hvor a er Vinkelen mellem Radierne til Toppunktet A og til Punkt B, hvor Straalen træffer Hjulet. a er i Regelen mellem 10° og 20° og h_2 bestemmes af Foranderligheden i Vandstanden fra $^1/_2$ til 1 Fod. Er v Hjulets Peripherihastighed og n Antallet af Omdreininger pr. Minut, saa er:

$$v = \frac{nd\pi}{60} \text{ og } n = \frac{60\,.\,v}{d\pi}.$$

For mindre Hjul tages v omkring 6′ og omkring 8′ for større Hjul. Straalens Hastighed c tages $= 2v$. Skal Hjulet udføre et Arbeide af N Hestekræfter, saa kan den

Fig. 319.



fornødne Vandmængde pr. Sekund beregnes efter Formelen:

$$Q = 10{,}5\,\frac{N}{h}$$

og Hjulbredden:

$$b = \frac{Q}{m\,.\,a\,.\,v},$$

hvor a er Krandsbredden AK, der i Regelen er omkring 1 Fod, og Fyldningscoefficienten $m = {}^1/_3$ til ${}^1/_5$, d. e. Vandet i en Celle udfylder ${}^1/_3$ til ${}^1/_5$ af Rummet mellem Skovlerne. Skovlernes Antal gjøres 5 til 6 Gange Radien i Fod, naar Krandsbredden a er den almindelige. Er a større, saa kan Skovlernes Antal gjøres mindre.

Den almindelige Maade at konstruere Skovler paa er den, at man for Træskovler lægger Delecirkelen paa Midten af Krandsbredden, sætter Bundskovlen i Retning af Radien og lader Fremskovlen gaa fra Delecirkelen til Hjulets Ydderperipheri i det Punkt, hvor Radien gjennem foranstaaende Bundskovl træffer denne. Paa høie og langsomt gaaende Hjul bør man, forat faa en mindre Skovlvinkel DBE, gjøre Bundskovlen i Længde lig ${}^2/_3$ af Krandsbredden og Vinkelen DCB indtil $\frac{{}^5/_4 \times 360}{\text{Skovlantallet}}$.

Skovler af Jernblik krummes efter en Cirkelbue, der danner en Vinkel paa 45° med Hjulbunden og med den ydre Peripheri en Vinkel, hvis Middelværdi kan sættes til

30°, men gjøres mindre for høie og langsomt gaaende og større for smaa og hurtigt gaaende Hjul.

Har man bestemt det Punkt B, hvor Vandstraalen med Hastighed c skal træffe Hjulet, saa halverer man Vinkelen DBE og lader Halveringslinien være Vandstraalens Retning i B. Danner Halveringslinien Vinkelen φ med Horizontalen, saa beskriver Vandstraalen en Parabel, hvis Toppunkt N er bestemt ved Coordinaterne:

$$NM = y = \frac{c^2 \operatorname{Sin.}^2 \varphi}{2g} \text{ og } BN = x = \frac{c^2 \operatorname{Sin.} 2\varphi}{2g}.$$

Mellem Punkterne B og N konstrueres nu Parabelen, og Lugeaabningen kan sættes hvorsomhelst paa denne, men altid saaledes at Tangenten til Parabelen falder sammen med Aabningens Axe.

Effekten af et Overfaldshjul kan tilnærmelsesvis beregnes efter Formelen:

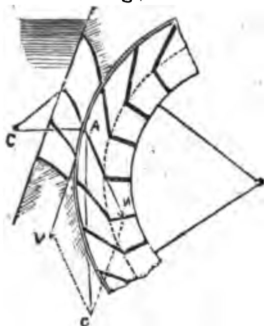
$$E = \left(\frac{(c - v)\, v}{g} + 0{,}8\, h_1\right) Q \,.\, 62 \text{ ℔fod},$$

hvor h_1 betegner den lodrette Høide mellem Vandet i øverste Skovl og Hjulets laveste Punkt S. Dersom n betegner Omdreiningernes Antal, saa ville Vandfladerne mellem Skovlerne danne koncentriske Cylinderflader, hvis Centrums Høide over Hjulcentret bliver:

$$r = \left(\frac{30}{\pi \,.\, n}\right)^2 .\, g = \frac{2850}{n^2}.$$

§ 128. **Overfaldshjul** med Ledeskovler benyttes hvor Vandstanden er mere foranderlig. Man gjør Diameteren fra $^4/_3\, h$ til $^3/_2\, h$, tager Peripherihastigheden v omkring 5 Fod og Vandets Indtrædelseshastighed c 9 til 10 Fod. Skal Hjulet udføre et Arbeide af N Hestekræfter, saa kan man sætte Vandmængden pr. Sekund:

Fig. 320.



$$Q = 11 \,.\, \frac{N}{h},$$

og Hjulets Bredde:

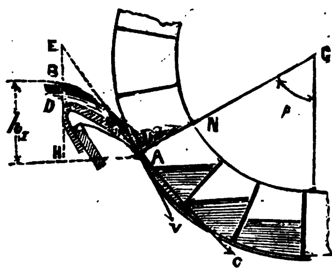
$$b = \frac{Q}{m \,.\, a \,.\, v}.$$

Krandsbredden a tages omkring 1 Fod og Fyldningscoefficienten $m = {}^1/_3$ til $^1/_2$. Skovlantallet tages 5 til 6 Gange Radien i Fod og Skovlerne konstrueres paa samme Maade som for Overfaldshjul, men uden Dækning. Ledeskovlerne krummes efter en Cirkelbue, hvis Radius CA, Fig. 320, tages

12 til 15 Tommer og staar lodret paa Diagonalen *Ac* i Parallelogrammet *AvcN*, i hvilket *Av* er Hjulets Peripherihastighed *v*, *Ac* Vandstraalens Hastighed $c = 0{,}9\sqrt{2gh_1}$ og *AN* Retningen af Fremskovlen til Punkt *A*. Denne Konstruktion maa gjentages for hver enkelt Ledeskovl, da Vandstraalens Hastighed over og under Midtpunktet *A* er mindre og større end *c*. Afstanden mellem Ledeskovlerne, maalt paa Omkredsen af Hjulet, tages 4 til 6 Tommer. Den øverste Ledeskovls Udmunding i Renden bør altid være nogle Tommer under Vandfladen. Antallet af Ledeskovler bestemmes derved, at man lader den af Ledekanalerne udstrømmende Vandmængde blive lig *Q*. Lugen sættes parallel med Tangenten til Hjulpeipherien i *A* og Spillerummet mellem Hjul og Rende gjøres omkring ½ Tomme. Effekten af disse Hjul beregnes som for almindelige Overfaldshjul.

Brystfaldshjul. For disse Hjul tager man Krandsbredden *a* 12 til 16 Tommer, Hjulbredden $b = \frac{Q}{m \cdot a \cdot v}$, hvori Fyldningscoefficienten $m = \frac{1}{2}$, Skovlantallet som før fra 5 til 6 Gange Radien i Fod; Skovlerne stilles i Retning af Radien eller ogsaa saaledes, at de forlade Undervandet i vertikal Stilling, og Spillerummet mellem Hjul og Rende tages fra ½ til 1 Tomme. § 129

Fig. 321.



Sker Vandindtaget ved Overfaldsluge, Fig. 321, saa tages Radien *r* fra $1^1/_4$ til $1^1/_2$ *h*, Peripherihastigheden *v* omkring 4,5 Fod og Straalens Hastighed $c = 2v$. Den til Udviklingen af *N* Hestekræfter fornødne Vandmængde kan foreløbig sættes:

$$Q = 13\,\frac{N}{h},$$

og Lugeaabningens Høide:

$$h_2 = 0{,}345\left(\frac{Q}{b}\right)^{2/3}$$

Den til Frembringelse af Hastigheden *c* nødvendige Høide $HB = h_1 = 1{,}1\,\frac{c^2}{2g}$ og Vinkelen $cAv = \varphi$, mellem Tangenten til Punkt *A* og Straalens Retning, tages 15° til 20°. Er Vinkelen $HAE = \alpha$, saa er den efter Parabelen krummede Ledeskovls Høide:

$$HD = x = \frac{c^2 \operatorname{Sin.}^2 a}{2g} \text{ og Længde } AH = y = \frac{c^2 \operatorname{Sin.} 2a}{2g},$$

hvor $a = \beta - \varphi$ og $\operatorname{Cos.} \beta = \frac{h - h_1}{r}$.

Ved Brystfaldshjul med Ledeskovler tages $r = h$, v omkring 5 Fod, $c = 2v$ og Vinkel $cAv = \varphi = 15^0$ til 20^0, Preshøiden $h_1 = 1{,}39 \frac{c^2}{2g}$ og Vandmæængden foreløbig til:

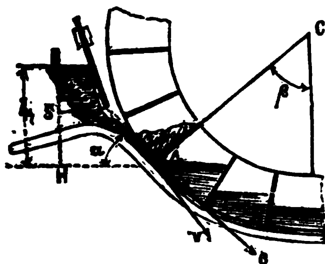
$$Q = 12 \frac{N}{h}.$$

Antallet af Ledeskovler, ved nogenlunde konstant Vandstand, kan sættes:

$$n_1 = 0{,}19\ a,$$

naar Fyldningscoefficienten $m = {}^1/_2$, Straalens Tykkelse ${}^1/_4$ af Krandsbredden a og Afstanden mellem Ledeskovlerne 4" til 6", maalt paa Omkredsen af Hjulet. For Konstruktionen af Ledeskovlerne gjælder samme Regler som for Overfaldshjul med Ledeskovler.

Fig. 322.



Ved Brystfaldshjul med Trykluge, Fig. 322, tages $r = 1^1/_2$ til $2^1/_2\ h$, v omkring 6,4 Fod og $c = 2v$. Punkt A's Dybde under Vandspeilet bliver $h_1 = 1{,}15 \frac{c^2}{2g}$ og Vandmængden $Q = 15{,}5 \frac{N}{h}$. Vinkel $cAv = \varphi$ tages 15 til 20^0 og Parabelstykket SA bestemmes af:

$$SH = x = \frac{c^2 \operatorname{Sin.}^2 a}{2g} \quad \text{og } HA = y = \frac{c^2 \operatorname{Sin.} 2a}{2g},$$

hvor $a = \beta - \varphi$ og $\operatorname{Cos.} \beta = \frac{h - h_1}{r}$.

Lugeaabningen lægges saa nær Hjulet som muligt og stilles saaledes, at dens Midtaxe tangerer Parabelen SA.

Effekten af Brystfaldshjul kan beregnes efter Formelen:

$$E = \left(\frac{(c - v)\ v}{g} + 0{,}75\ h_2\right)\ Q\ 62 \text{ ℔fod},$$

hvor h_2 betegner Undervandets Dybde under A.

§ 130. **Underfaldshjul** gjøres fra 12 til 26 Fods Diameter, Peripherihastighed $v = 0{,}35c$ til $0{,}4c$. Skovlantal, Hjulbredde og Krandsbredde bestemmes som for Brystfaldshjul. Indløbets Bredde b_1 gjøres lidt mindre end Hjul-

bredden, og Vandstraalens Tykkelse sættes $= \frac{Q}{b_1 \sqrt{2gh_1}}$, hvor h_1 betegner den lodrette Afstand mellem Overvandets Flade og Lugens Overkant. Faldet af Tilløbsrenden gjøres $^1/_{20}$ af Længden, Lugen stilles saa nær Hjulet som muligt og gives en Hælding af 60°. Skovlerne stilles saaledes, at de tangere en Cirkel om Hjulcentret, hvis Radius er lig Bredden mellem Skovlerne.

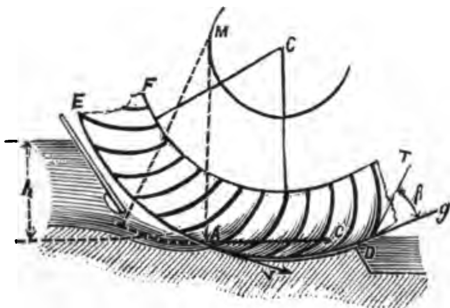
Effekten af Underfaldshjul kan beregnes efter Formelen:

$$E = 0{,}8 \,.\, 62 \,.\, Fc \, \frac{(c - v)\, v}{g} \text{ ℔fod,}$$

hvor F betegner Arealet af den vædede Del af en Skovl.

Poncelethjul. Man gjør Radien $r = 1^1/_2 h$ til $2h$, Vandstraalens Hastighed $c = 0{,}95 \sqrt{2gh}$, Vandstraalens Indtrædelsesvinkel $cAv = \alpha = 20°$ og Hjulets Peripherihastighed $v = {}^1/_2\, c$ Cos. $\alpha = 0{,}47\, c$. Krandsbredden $EF = 0{,}5\, h$. Vandstraalens Tykkelse $t = {}^1/_6\, h$ og altsaa Hjulbredden $b = \frac{6Q}{ch}$, hvor Vandmængden Q foreløbig kan sættes $= 12 \frac{N}{h}$, naar N betegner Hjulets Nytteeffekt i Hestekræfter. Punkt A, hvor Straalens Midtlinie træffer Hjulet, og Punkt D, hvor Afløbet begynder, sættes begge 20° fra Vertikalen gjennem C. Tilløbsrenden formes efter en Cir- § 131

Fig. 323.



kelevolvente, se § 47 Pag. 168, hvis Grundcirkels Radius $MC = 0{,}342\, r$. Skovlvinkelen $TDG = \beta = 36°$ og Skovlradien $r_1 = {}^2/_3\, h$. Lugen stilles saa nær Hjulet som muligt og gives en Hælding af 60°. Skovlantallet gjøres efter Hjulets Størrelse fra 32 til 48.

Effekten af Poncelethjul kan beregnes efter Formelen:

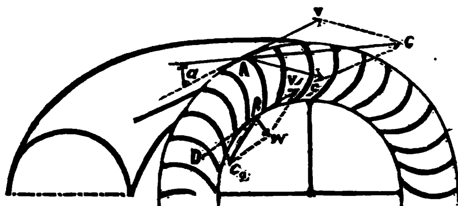
$$E = \frac{c^2}{2g} \text{ Cos. }^2\alpha \,.\, 62\, Q \text{ ℔fod.}$$

§ 132. **Tangentialhjul.** Den udvendige Radius af disse Hjul er ikke afhængig af Vandmængden Q, men bør bestemmes af Omdreiningernes Antal n og Faldhøiden h, idet man sætter

$$R = 36{,}97\ \frac{\sqrt{h}}{n}.$$

Vandets Hastighed i Indfaldsrøret, c_0, tages saa liden som muligt, men Indfaldsrørets Diameter $D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c_0}}$, Fig. 324, bør af økonomiske Grunde ikke overskride $2^1/_2$ Fod. Vandstraalens Hastighed ved Indtrædelsen i Hjulet kan sættes $c = 0{,}92\ \sqrt{2gh}$; Hjulets ydre Peripherihastighed bør da være:

Fig. 324.



$$v = \left(1 + 0{,}075\left(\frac{r}{R}\right)^2\left(\frac{1}{2\ \text{Cos.}\ a}\right)^2\right)\frac{c}{2\ \text{Cos.}\ a},$$

og den indre Peripherihastighed altsaa:

$$v_1 = \frac{r}{R}\ v,$$

der bør være lig Vandets relative Udtrædelseshastighed c_2.

I disse Formler er $\angle\ a = cAv = 20^0$ og $\frac{r}{R} = {}^3/_4$ til ${}^4/_5$.

Forholdet mellem den af Tilløbsrøret omsluttede og den hele Peripheri tages $\frac{b}{2R\pi} = {}^1/_{12}$ til ${}^1/_6$ og Forholdet mellem Hjulhøiden og den udvendige Radius tages $\frac{a}{R} = {}^1/_6$ til ${}^1/_4$. Regner man videre $\frac{E}{K} = 0{,}6$ og E℔fod $= N$ Hestekræfter, saa bliver den fornødne Vandmængde pr. Sekund:

$$Q = 13\ \frac{N}{h}.$$

Det samlede Areal af Udløbsaabninger i Tilløbsrenden bliver:

$$F = \frac{Q}{c} = 1{,}73\ \frac{N}{h^{3/2}}.$$

Vinkel $DBc_2 = \delta$, mellem Tangenten til Skovlenden i B og Tangenten til Hjulet, sættes $= 15^0$, Vinkel $c_1Av = \beta$

$= 2\alpha = 40^0$. Skovlantallet gjøres efter Hjulets Størrelse fra 48 til 60.

Effekten af Tangentialhjul kan beregnes efter Formelen:

$$E = \left[0{,}9 - \left(0{,}1\left(\frac{1}{2\frac{R}{r}\text{Cos.}\,\alpha}\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\text{Tang.}\,\alpha\right)^2\right)\right] 62\,Qh \text{ ℔fod.}$$

Tabellen paa Side 474 indeholder Vandmængde og Faldhøide til given Nytteeffekt for Tangentialhjul samt $R \cdot n$, Produktet af Radien med Omdreiningernes Antal pr. Minut, til de i Tabellen indeholdte Værdier af Faldhøide.

Reaktionsturbiner. Disse kunne gaa saavel i fri Luft som under Vand. Vandet indtræder paa hele Hjulets Peripheri og fylder Kanalerne. Med Hensyn til den Maade hvorpaa Vandet tilføres dem, har man følgende Hovedslags:

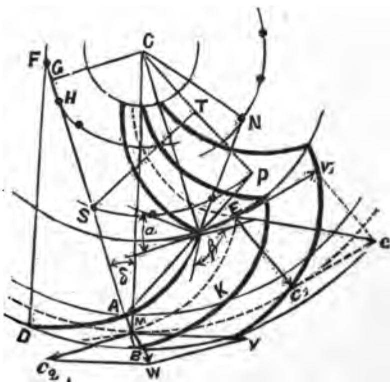
I. Vandet ledes indenfra udad.
Fourneyrons Turbine, Fig. 325, Skotsk Turbine, Fig. 326, uden Ledeskovler; Kanalerne danne frit udstaaende krumme Rør.

II. Vandet ledes udenfra indad. Francisturbinen.

III. Vandet ledes ovenfra nedad. Jonvals Turbine.

Er Fourneyrons Turbinen en Høitryksturbine, saa ta- § 133.
ges Indfaldsrørets Diameter $D = {}^2/_3 \cdot \sqrt{Q}$. Betegner videre for denne Turbine $BC = R$ og $EC = r$, Fig. 325, Hjulets ydre og indre Radius, $cEv_1 = \alpha =$ Vinkelen mellem Vandets absolute Indtrædelseshastighed og Peripherien, $\beta = c_1Ev_1 =$ Vinkelen mellem Tangenten til Hjulskovlen og den samme Peripheri, $c_2BD = \delta =$ Vinkelen mellem Tangenten til Hjulskovlen og Peripherien, hvor Vandet udtræder, v og v_1 Hjulets ydre og indre Peripherihastighed, saa tages:

Fig. 325.



$$\alpha = 20 \text{ til } 30^0,\ \beta = 90 \text{ til } 120^0 \text{ og } \frac{R}{r} = 1{,}25 \text{ til } 1{,}5.$$

Udtrædelsesvinkelen δ bestemmes af:

$$\text{Sin.}\,\delta = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot \frac{\text{Sin.}\,\alpha \,.\, \text{Sin.}\,\beta}{\text{Sin.}\,(\beta - \alpha)}.$$

δ bør falde mellem 15 og 20^0, og man sætter $r = 0{,}33\ \sqrt{Q}$. Den fordelagtigste indre Peripherihastighed bliver:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\,\text{Sin.}\,\beta.\text{Cos.}\,\alpha}{\text{Sin.}\,(\beta-\alpha)} + 0{,}075\left(\left(\frac{\text{Sin.}\,\beta}{\text{Sin.}\,(\beta-\alpha)}\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\right)^2\right)}},$$

og af denne bestemmes Vandets relative Udtrædelseshastighed c_2, der bør være lig Hjulets ydre Peripherihastighed v,

$$c_2 = v = \frac{R}{r}\,v_1 \text{ og } F_2 = \frac{Q}{c_2},$$

hvor F_2 betegner det samlede Areal af Udtrædelsesaabninger paa Hjulet, samt Vandets Udtrædelseshastighed af de faste Ledeskovler:

$$c = \frac{v_1\,.\,\text{Sin.}\,\beta}{\text{Sin.}\,(\beta-\alpha)} \text{ og } F = \frac{Q}{c},$$

hvor F betegner det samlede Areal af Udtrædelsesaabninger paa Ledeskovlapparatet. Betegner videre e Hjulbredden (Skovlhøiden) og s Skovlernes Tykkelse, saa kan man sætte:

$$e = \frac{F_2}{2R\pi\,\text{Sin.}\,\delta} + \frac{e}{d}\,s,$$

hvor $\frac{e}{d}$ = Forholdet mellem en Aabnings Høide og Bredde tages 2 til 5 efter Faldets Størrelse. Betegner n Hjulskovlernes Antal og n_1 Ledeskovlernes, saa sættes:

$$n = \frac{\frac{e}{d}\,F_2}{e^2} \text{ og } n_1 = n\,\frac{\text{Sin.}\,\alpha}{\frac{e}{d}\,.\,\text{Sin.}\,\delta}.$$

Tager man for denne Turbine som Middelværdier $\alpha = 25^0$ og $\beta = 105^0$, saa faar man den indre Peripherihastighed:

$$v_1 = 5{,}58\,\sqrt{h},$$

og Omdreiningernes Antal:

$$n = 9{,}55\,\frac{v_1}{r} = 163{,}4\,\sqrt{\frac{h}{Q}}.$$

Sættes videre $\frac{E}{K} = 0{,}65$, saa kan Vandmængden pr. Sekund beregnes efter Formelen:

$$Q = 12\,\frac{N}{h},$$

naar N betegner Hjulets Nytteeffekt i Hestekræfterf Det bemærkes imidlertid, at nogen Afvigelse fra de af ovenstaaende Formel erholdte Værdier af n ingen videre Indflydelse har paa Effekten.

Skovlernes Konstruktion. Man beskriver med Radius $CM = r_1$, Fig. 325, gjennem Udløbsaabningernes Midte, en Cirkel, gjør Vinkel $CMG = \delta$ og fælder Perpendikulæren CG paa Linien MG. Afsætter man saa paa begge Sider af G og M Stykket $MA = MB = GF = GH = r_1$ Sin. δ. Tang. $\frac{\varphi}{2}$, hvor φ er Delevinkelen, saa bliver AB den geo-

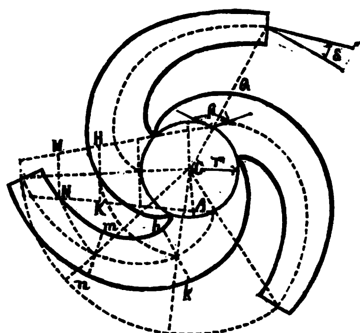
metriske Bredde af en Udløbsaabning, uden Hensyn til Skovltykkelsen, og Punkterne F og H ere Centre for Skovlbuerne AD og KB. Det indre Stykke AL af Hjulskovlen bestemmes paa den Maade, at man paa GA lægger Vinkelen $GAP = 180 - \beta$, gjør $AP =$ Ledeskovlapparatets Radius, deler Linien CP i to ligestore Dele og reiser fra Midtpunktet T en Perpendikulær, hvis Skjæringspunkt S med Linien GA bliver Centrum for Buen AL. Ledeskovlerne krummes efter en Cirkelbue, hvis Centrum faaes, naar man til begge Ender af Radien CE lægger Vinkelen $CEN = ECN = a$. Skjæringspunktet N bliver da det søgte Centrum.

For Francisturbinen tages:

$$a = 10 \text{ til } 20^\circ, \quad \beta = 90 \text{ til } 100^\circ, \quad \frac{R}{r} = 1{,}2 \text{ til } 1{,}25$$

og $r = \sqrt{\frac{Q}{6}}$. Betegner v_1 Hjulets ydre Peripherihastighed, saa bestemmes v_1, δ o. s. v. efter ovenstaaende Formler for Fourneyrons Turbine, naar man i disse ombytter R med r og r med R.

Fig. 326.



Skotske Turbiner. § 134.
Lader man i det Høieste Vandets Hastighed i Indfaldsrøret være 6′ pr. Sekund, saa bliver, Fig. 326, $r = 0{,}23\ \sqrt{Q}$. Videre sættes $R =$ to, tre eller fire Gange saa stor som r, eftersom Antallet af Kanaler er fire, tre eller to, og Vinklerne blive for Turbine med

2 Kanaler:	3 Kanaler:	4 Kanaler:
$\beta = 136^\circ$, $\delta = 13^\circ$	$\beta = 136^\circ$, $\delta = 18^\circ$	$\beta = 148^\circ$, $\delta = 18^\circ$.

Den fordelagtigste ydre Perihperihastighed bliver:

$$v = \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{b\ \sqrt{a^2 - b}}\ gh},$$

hvor $a = \frac{1{,}05}{\text{Cos.}\ \delta}$ og $b = 1 - 0{,}1 \left(\frac{r}{R}\right)^2$. Tang. $^2\beta$, den indre Peripherihastighed altsaa $v_1 = \frac{r}{R}\ v$ og Vandets relative Udløbshastighed c_2 og Tilløbshastighed c:

$$c_2 = \sqrt{\frac{2gh + bv^2}{1{,}1}}, \quad c = -\ v_1 \text{ Tang. } \beta,$$

altsaa samlet Areal af Udløbs- og Tilløbsaabninger:

$$F_2 = \frac{Q}{c_2} \quad \text{og} \quad F = \frac{Q}{c},$$

samt Hjulhøiden:

$$e = \frac{F}{2r\pi},$$

og Udløbsaabningens Bredde:

$$d = \frac{F_2}{u \cdot e},$$

hvor u betegner Antaller af Kanaler. Indsættes foranstaaende Værdier for β og δ, saa faaes for Turbine med

2 Kanaler:	3 Kanaler:	4 Kanaler:
$v = 7{,}61 \sqrt{h}$	$v = 6{,}43 \sqrt{h}$	$v = 6{,}43 \sqrt{h}$
$c_2 = 10{,}40 \sqrt{h}$	$c_2 = 9{,}70 \sqrt{h}$	$c_2 = 9{,}70 \sqrt{h}$
$c = 1{,}84 \sqrt{h}$	$c = 2{,}07 \sqrt{h}$	$c = 2{,}01 \sqrt{h}$
$F_2 = 0{,}096 \frac{Q}{\sqrt{h}}$	$F_2 = 0{,}103 \frac{Q}{\sqrt{h}}$	$F_2 = 0.103 \frac{Q}{\sqrt{h}}$
$F = 0{,}543 \frac{Q}{\sqrt{h}}$	$F = 0{,}483 \frac{Q}{\sqrt{h}}$	$F = 0{,}498 \frac{Q}{\sqrt{h}}$
$n = 78{,}00 \sqrt{\frac{h}{Q}}$	$n = 89{,}00 \sqrt{\frac{h}{Q}}$	$n = 133{,}5 \sqrt{\frac{h}{Q}}$,

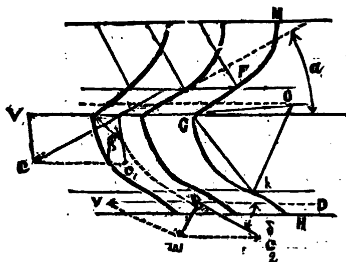
naar n som før betegner Omdreiningernes Antal pr. Minut. Sættes $\frac{E}{K} = 0{,}65$, og N betegner Nytteeffekten i Hestekræfter, saa kan Vandmængden pr. Sekund beregnes efter Formelen:

$$Q = 12 \frac{N}{h}.$$

Kanalernes Midtlinie dannes efter en archimedisk Spirallinie, og Vectorradien CA bør for Hjul med to, tre og fire Kanaler gjøre $^1/_2$, $^1/_3$ og $^1/_4$ Omdreining (cfr. Side 169). Kanalernes Bredde faaes, naar man gjør $mn = MN$, $HK = hk$ o. s. v.

§ 135. **Jonvals Turbine.** Fig. 327 forestiller den udfoldede krumme Overflade af Hjul og Ledeskovlapparat. Betegner $cAv = \alpha$ Vinkelen mellem Vandets absolute Indtrædelseshastighed og Horizontallinien, $c_1Av = \beta$ Vinkelen mellem Tangenten til Hjulskovlen og Horizontallinien og $c_2BD = \delta$ Vandets Udtrædelsesvinkel, saa tages:

Fig. 327.



$$\beta = 100 \text{ til } 120^0 \quad \text{og } \delta = 15 \text{ til } 20^0,$$

hvorpaa α bestemmes af:

$$\text{Cot. } \alpha = \text{Cot. } \beta + \frac{1}{\text{Sin. } \delta}.$$

Den til den midlere Hjulradius $r_1 = \frac{R + r}{2}$ svarende fordelagtigste Omdreiningshastighed bliver:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2 \,.\, \text{Sin. } \beta \,.\, \text{Cos. } \alpha}{\text{Sin. } (\beta - \alpha)} + 0{,}075 \left(1 + \frac{\text{Sin.}^2 \beta}{\text{Sin.}^2 (\beta - \alpha)}\right)}},$$

Vandets absolute Indtrædelseshastighed:

$$c = \frac{v \,.\, \text{Sin. } \beta}{\text{Sin. } (\beta - \alpha)},$$

og den relative Udtrædelseshastighed $c_2 = v$ giver:

$$F = \frac{Q}{c} \text{ og } F_2 = \frac{Q}{v},$$

naar F og F_2 som før betegne Udtrædelsesaabningernes samlede Areal paa Ledeskovlapparat og Hjul. Er $\frac{e}{r_1}$ = Forholdet mellem Skovllængden, maalt i radial Betning, og den midlere Radius og $\frac{e}{d}$ = Forholdet mellem Skovllængden e og Udtrædelsesaabningernes Bredde d, saa sættes for mindre Turbiner $\frac{e}{r_1} = 0{,}4$, for større $\frac{e}{r_1} = 0{,}2$ og $\frac{e}{d} = 2$ til 4. Den midlere Hjulradius bliver da:

$$r_1 = \frac{R + r}{2} = \sqrt{\frac{F}{2\pi . \frac{e}{r_1} . \text{Sin. } \alpha}} \,.\, \left(1 + \frac{e}{d} . s \sqrt{\frac{\pi \,.\, \text{Sin. } \alpha}{2 \,.\, \frac{e}{r_1} \,.\, F}}\right),$$

hvor s er Skovlernes Tykkelse. Ledeskovlapparatets Høide tages $0{,}5\ r_1$ til $0{,}6\ r_1$ og Ledeskovlernes Antal sættes $u_1 = \frac{F}{d \,.\, e}$ og Hjulskovlernes $u = u_1 \,.\, \frac{\text{Sin. } \beta}{\text{Sin. } \alpha}$.

Tager man som Middelværdi $\beta = 110^0$, $\delta = 18^0$, hvoraf $\alpha = 19^0$, saa faaes:

$$v = 5{,}09 \sqrt{h} \quad \text{og } c = 4{,}78 \sqrt{h},$$

$$F = 0{,}209 \frac{Q}{\sqrt{h}} \quad - F_2 = 0{,}196 \frac{Q}{\sqrt{h}},$$

$r_1 = 0{,}584 \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{h}}} + 0{,}100$, og, om 0,100 bortkastes, Omdreiningernes Antal:

$$n = 9{,}55\,\frac{v}{r_1} = 113{,}7\sqrt{\frac{\sqrt{h^3}}{Q}}.$$

Sættes videre $\frac{E}{K} = 0{,}65$, saa har man ogsaa:

$$Q = 12\,\frac{N}{h}.$$

Efter disse Formler er beregnet Tabellen Side 475. Nogen Afvigelse fra de i denne Tabel indeholdte Værdier af n er ellers uden videre Betydning.

Skovlernes Konstruktion. Ledeskovler og Hjulskovler danne begge krumme Flader, hvis beskrivende Linie staar lodret paa Hjulets Axe. De nederste Stykker GF og HK er rette Linier, der danne Vinklerne α og δ med Horizontallinien. Den øvre Del MF af en Ledeskovl krummes efter en Cirkelbue, der tangeres af FG, og hvis Centrum ligger i Ledeskovlapparatets øvre Begrændsningslinie. Centret O for den øvre Del af en Hjulskovl faaes, naar man afsætter $\angle OKG = \angle OGK = \frac{\beta + \delta}{2}$.

§ 136. Reaktionstionsturbinernes Effekt kan beregnes efter Formelen:

$$E = \left[h - \left(\frac{0{,}075 \,.\, \text{Sin.}^2\beta}{\left(\frac{R}{r}\right)^2 . \,\text{Sin.}^2(\beta - \alpha)} + 0{,}075 + 4\,\text{Sin.}^2\frac{\delta}{2}\right)\frac{v^2}{2g}\right] 62\,Q \text{ ℔fod.}$$

For den Jonvalske Turbine sættes $\frac{R}{r} = 1$. Dersom Vandmængden formindskes, vil Effekten aftage meget stærkt. Den af ovenstaaende Formel fundne Effekt maa paa Grund af Tappefriktionen formindskes med nogle faa Procent (se § 66).

§ 137. **Valg af Maskine.** Ifølge Redtenbacher vælger man til et Arbeide en hensigtsmæssig Maskine, naar man holder sig til efterfølgende Tabel, hvor Hensyn er taget til Anlægskapitalen A, Faldhøiden h og Vandmængden Q. I Tabellen betegner $K > E$, at Faldets Naturkraft K er betydelig større end den til Bedriften fornødne Effekt E, $K = E$ betegner at Naturkraften kun ved fordelagtig Anvendelse er tilstrækkelig til Maskinens Drift.

Er Fald og Vandmængde		saa vælges		
h	*Q*	et Vandhjul af Træ	et Vandhjul af Jern	en Turbine
ikke over 6½'	liden eller stor	naar *A* er liden	1) naar *A* stor *h* og *Q* constante, $K > E$ 2) naar *A* stor *h* og *Q* foranderlige	naar *A* stor *h* og *Q* constante, $K = E$
mellem 6½' og 12'	ikke større end 6½ K.fod.	naar *A* er liden	naar *A* er stor	aldrig
mellem 6½' og 20'	større end 11 K.fod.	naar *A* er liden og $K = E$	naar *A* er stor og $K = E$	naar *A* er stor og $K > E$
eller mellem 20' og 40'	liden eller stor			
større end 40'	liden eller stor	aldrig	aldrig	stedse

Vandmængde og Faldhøide til given Nytteeffekt for Overfaldshjul.

Faldhøide *h.*	Nytteeffekt i Hestekræfter. 10	15	20	25	30	35	40	45	50	60
10 Fod	15,6	23,5	31,3	39,1	46,9	54,7	62,6	70,4	78,2	93,8
12 „	12,5	18,8	25,1	31,3	37,6	43,9	50,1	56,4	62,7	75,2
14 „	10,3	15,5	20,7	25,9	31,0	36,2	41,4	46,6	51,7	62,0
16 „	8,7	13,1	17,5	21,8	16,2	30,6	34,9	39,3	43,6	52,4
18 „	7,5	11,2	15,0	18,7	22,5	26,2	30,0	33,7	37,5	44,9
20 „	6,5	9,8	13,0	16,3	19,6	22,8	26,1	29,3	32,6	39,1
22 „	5,7	8,6	11,5	14,3	17,2	20,1	22,9	25,8	28,7	34,4
24 „	5,1	7,6	10,2	12,7	15,3	17,8	20,4	22,9	25,5	30,5
26 „	4,4	6,6	8,8	11,1	13,3	15,5	17,7	19,9	22,1	26,5
28 „	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0	23,9
30 „	3,6	5,4	7,2	9,1	10,9	12,7	14,5	16,3	18.1	21,7

Vandmængde i Kub.fod pr. Sekund.

Vandmængde og Faldhøide til given Nytteeffekt for Brystfaldshjul og Poncelethjul.

	Faldhøide *h*.	Nytteeffekt i Hestekræfter.									
		10	15	20	25	30	35	40	45	50	60
Poncelet.	2 Fod	65,1	97,7	130	163	195	228	260	293	326	390
	4 „	32,5	48,9	65.0	81,5	97	114	130	147	163	194
	6 „	21,7	32,6	43,4	54.3	65	67	87	98	109	130
Brystfaldshj.	8 „	15,8	23,7	31,6	39,5	47	55	63	71	79	94
	10 „	12,6	18,9	25,2	31,5	38	44	50	57	63	76
	12 „	10,5	15,7	21,0	26,2	32	37	40	47	52	64
	14 „	9,0	13,5	18,0	22,5	27	32	36	41	45	54
	16 „	7,9	11,8	15,8	19,5	24	28	32	35	37	48

Vandmængde i Kub.fod pr. Sekund.

Vandmængde og Faldhøide til given Nytteeffekt for Tangentialhjul.

Fald-høide *h*.	Radius × Antal Omdreininger. *R.n*	Nytteeffekt i Hestekræfter.								
		20	30	40	50	60	70	80	90	100
30 Fod	202	8,67	13,0	17,3	21,7	26,0	30,3	34,6	39,0	43,4
40 „	234	6,50	9,75	13,0	16,3	19,5	22,8	26,0	29,3	32,6
50 „	261	5,20	7,80	10,4	13,0	15,6	18,2	20,8	23,4	26,0
60 „	286	4,34	6,51	8,68	10,9	13,0	15,2	17,3	19,5	21,8
70 „	309	3,72	5,58	7,44	9,30	11,2	13,0	14,9	16,7	18,6
80 „	331	3,25	4,87	6,50	8,12	9,74	11,4	13,0	14,6	16,2
90 „	244	2,89	4,33	5,78	7,22	8,66	10,1	11,5	12,9	14,4
100 „	370	2,60	3,90	5,20	6,50	7,80	9,10	10,4	11,7	13,0
120 „	405	2,17	3,25	4,34	5,41	6,50	7,56	8,68	9,74	10,8
140 „	437	1,85	2,79	3,70	4,64	5,58	6,51	7,40	8,34	9,28
160 „	468	1,62	2,44	3,24	4,06	4,88	5,68	6,48	7,30	8,12
180 „	496	1,44	2,17	2,88	3,61	4,34	5,05	5,76	6,49	7,22
200 „	523	1,30	1,95	2,60	3,25	3,90	4,55	5,20	5,85	6,50
220 „	548	1,18	1,77	2,36	2,95	3,54	4,14	4,72	5,31	5,90
240 „	573	1,08	1,62	2,16	2,71	3,24	3,79	4,32	4,87	5,42
250 „	585	1,04	1,56	2,08	2,60	3,12	3,64	4,16	4,68	5,20

Vandmængde i Kub.fod pr. Sekund.

Vandmængde, Faldhøide samt tilsvarende Antal Omdreininger, *n*, til given Nytteeffekt for Fourneyrons og Jonvals Turbiner.

Faldhøide *h*.	Nytteeffekt i Hestekræfter. 10			20			30		
	Q.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.	*Q*.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.	*Q*.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.
2 Fod	60	29,8	18,3	120	22,0	12,8	180	17,2	—
4 „	30	59,7	43,0	60	44,0	30,4	90	34,5	24,8
6 „	20	89,5	71,4	40	66,0	50,5	60	51,7	41,2
8 „	15	99,3	102	30	88,0	72,3	45	68,9	59,0
10 „	12	149	135	24	110	95,6	36	86,2	78,0
12 „	10	179	170	20	132	120	30	103	98,1
15 „	8	224	224	16	165	159	24	129	130
20 „	6	298	—	12	220	227	18	172	186
25 „	4,8	—	—	9,6	275	300	14,4	215	245
30 „	4	—	—	8	—	—	12	258	308

Faldhøide *h*.	Nytteeffekt i Hestekræfter. 40			50			60		
	Q.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.	*Q*.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.	*Q*.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.
4 Fod	120	30,0	21,5	150	26,8	19,2	180	24,4	17,5
6 „	80	45,0	35,7	100	40,0	31,9	120	36,6	29,1
8 „	60	60,0	51,1	75	53,4	45,7	90	48,8	41,7
10 „	48	75,0	69,2	60	66,8	60,4	72	61,0	55,2
12 „	40	90,0	84,9	50	80,1	75,9	60	73,2	69,3
15 „	32	113	112	40	100	100	48	91,5	91,6
20 „	24	150	161	30	144	196	36	122	131
25 „	19,2	188	212	24	190	259	28,8	153	173
30 „	16	225	267	20	239	326	24	183	218

Faldhøide *h*.	Nytteeffekt i Hestekræfter. 70			80			90		
	Q.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.	*Q*.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.	*Q*.	Fourn. *n*.	Jonv. *n*.
4 Fod	210	22,6	16,3	240	21,2	15,2	270	19,9	14,3
6 „	140	33,9	27,0	160	31,8	25,2	180	29,8	23,8
8 „	105	45,2	38,7	120	42,4	36,2	135	39,8	34,1
10 „	84	56,5	51,1	96	53,0	47,8	108	49,7	45,1
12 „	70	67,8	64,2	80	63,6	60,0	90	59,6	56,6
15 „	56	84,7	84,8	64	79,5	79,3	72	79,6	74,8
20 „	42	113	122	48	106	114	54	99,4	107
25 „	33,6	141	161	38,4	133	150	43,2	124	142
30 „	28	170	202	32	159	189	36	149	178

Capitel III.

Om Varmen og Dampmaskinerne.

§ 138. Til Maaling af Temperaturer anvendes Reaumurs, Celsius's og Fahrenheits Thermometre. De to første have Afstanden mellem Mærkerne for Vandets Frysepunkt og Kogepunkt delt i respektive 80 og 100 Dele, det sidste har 32 ved Frysepunktet og 212 ved Kogepunktet. Dersom altsaa R betegner Grader Reaumur, C Grader Celsius og F Grader Fahrenheit, saa kan til Reduktioner anvendes følgende Formler:

$$R = \frac{4}{9}(F - 32) = \frac{4}{5}C$$

$$C = \frac{5}{9}(F - 32) = \frac{5}{4}R$$

$$F = \frac{9}{5}C + 32 = \frac{9}{4}R + 32.$$

Tabel til Reduktion af Temperaturangivelser.

C	R	F	C	R	F	C	R	F	C	R	F
120	96,0	248,0	105	84,0	221,0	90	72,0	194,0	75	60,0	167,0
119	95,2	246,2	104	83,2	219,2	89	71,2	192,2	74	59,2	165,2
118	94,4	244,4	103	82,4	217,4	88	70,4	190,4	73	58,4	163,4
117	93,6	242,6	102	81,6	215,6	87	69,6	188,6	72	57,6	161,6
116	92,8	240,8	101	80,8	213,8	86	68,8	186,8	71	56,8	159,8
115	92,0	239,0	100	80,0	212,0	85	68,0	185,0	70	56,0	158,0
114	91,2	237,2	99	79,2	210,2	84	67,2	183,2	69	55,2	156,2
113	90,4	235,4	98	78,4	208,4	83	66,4	181,4	68	54,4	154,4
112	89,6	233,6	97	77,6	206,6	82	65,6	179,6	67	53,6	152,6
111	88,8	231,8	96	76,8	204,8	81	64.8	177,8	66	52,8	150,8
110	88,0	230,0	95	76,0	203,0	80	64,0	176,0	65	52,0	149,0
109	87,2	228,2	94	75,2	201,2	79	63,2	174,2	64	51,2	147,2
108	86,4	226,4	93	74,4	199,4	78	62,4	172,4	63	50,4	145,4
107	85,6	224,6	92	73,6	197,6	77	61,6	170,6	62	49,6	143,6
106	84,8	222,8	91	72,8	195,8	76	60,8	168,8	61	48,8	141,8

Tabel til Reduktion af Temperaturangivelser.

C	*R*	*F*	*C*	*R*	*F*	*C*	*R*	*F*	*C*	*R*	*F*
60	48,0	140,0	40	32,0	104,0	20	16,0	68,0	0	0,0	32,0
59	47,2	138,2	39	31,2	102,2	19	15,2	66,2	- 1	- 0,8	30,2
58	46,4	136,4	38	30,4	100,4	18	14,4	64,4	- 2	- 1,6	28,4
57	45,6	134,6	37	29,6	98,6	17	13,6	62,6	- 3	- 2,4	26,6
56	44,8	132,8	36	28,8	96,8	16	12,8	60,8	- 4	- 3,2	24,8
55	44,0	131,0	35	28,0	95,0	15	12,0	59,0	- 5	- 4,0	23,0
54	43,2	129,2	34	27,2	93,2	14	11,2	57,2	- 6	- 4,8	21,2
53	42,4	127,4	33	26,4	91,4	13	10,4	55,4	- 7	- 5,6	19,4
52	41,6	125,6	32	25,6	89,6	12	9,6	53,6	- 8	- 6,4	17,6
51	40,8	123,8	31	24,8	87,8	11	8,8	51,8	- 9	- 7,2	15,8
50	40,0	122,0	30	24,0	86,0	10	8,0	50,0	-10	- 8,0	14,0
49	39,2	120,2	29	23,2	84,2	9	7,2	48,2	-11	- 8,8	12,2
48	38,4	118,4	28	22,4	82,4	8	6,4	46,4	-12	- 9,6	10,4
47	37,6	116,6	27	21,6	80,6	7	5,6	44,6	-13	-10,4	8,6
46	36,8	114,8	26	20,8	78,8	6	4,8	42,8	-14	-11,2	6,8
45	36,0	113,0	25	20,0	77,0	5	4,0	41,0	-15	-12,0	5,0
44	35,2	111,2	24	19,2	75,2	4	3,2	39,2	-16	-12,8	3,2
43	34,4	109,4	23	18,4	73,4	3	2,4	37,4	-17	-13,6	1,4
42	33,6	107,6	22	17,6	71,6	2	1,6	35,6	-18	-14,4	-0,4
41	32,8	105,8	21	16,8	69,8	1	0,8	33,8	-19	-15,2	-2,2

Temperaturer er i det Følgende altid angivet i Grader Celsius, naar intet andet er anmærket.

Udvidelse ved Varmen. For faste Legemer kan man sætte denne Udvidelse proportional med Temperaturforhøielsen. Et Materials Udvidelsescoefficient for Længdeudvidelse ved Varme er Forholdet mellem Længdeforøgelsen ved Opvarmning fra 0° til 100° og den oprindelige Længde ved 0°. Coefficienten for Arealudvidelse ved Varme er Forholdet mellem Arealforøgelsen ved Opvarmning fra 0° til 100° og Fladens Areal ved 0°. Coefficienten for Volumudvidelse ved Varme er Forholdet mellem Volumforøgelsen ved Opvarmning fra 0° til 100° og Legemets Volum ved 0°. § 139.

Betegner for et Legeme af et vist Material k Coefficienten for Længdeudvidelse, saa kan for samme Material Coefficienten for Arealudvidelse sættes lig $2k$ og Coefficienten for Volumudvidelse lig $3k$. Er nu l_0 et Legemes Længde ved 0°, b Længdeforøgelsen ved Opvarmning fra 0° til 100° og l Legemets Længde ved Temperaturen t^0, saa har man først Længdeudvidelsescoefficienten:

$$k = \frac{b}{l}, \text{ og}$$

$$l = \left(1 + k \cdot \frac{t}{100}\right) l_0.$$

En Plade af samme Material og af Arealet A_0 ved 0^0 vil ved Temperaturen t^0 have Arealet:

$$A = \left(1 + 2k \cdot \frac{t}{100}\right) A_0,$$

og et Legeme af samme Material og af Volumet V_0 ved 0^0 vil ved Temperaturen t^0 have Volumet:

$$V = \left(1 + 3k \cdot \frac{t}{100}\right) V_0.$$

Betegner l, A og V Længde, Areal og Volum ved t^0, l_1, A_1 og V_1 Længde, Areal og Volum ved t_1^0, saa kan man sætte:

$$l_1 = \left(1 + k\frac{t_1 - t}{100}\right) l, \quad A_1 = \left(1 + 2k\frac{t_1 - t}{100}\right) A \quad \text{og}$$

$$V_1 = \left(1 + 3k\frac{t_1 - t}{100}\right) V.$$

Vædskers Udvidelse ved Varme foregaar mere uregelmæssigt. Ved dem alle stiger Udvidelsesforholdet eftersom Temperaturen bliver høiere og formindskes, eftersom den bliver lavere. Vand har sin største Tæthed omtrent ved $+ 4^0$. Mellem $+ 4^0$ og 0^0 stiger Vandets Volum ved Temperaturens Formindskelse. Sættes en Vandmasses Volum ved $+ 4^0$ lig 1, hvis Vægt lig 62 ℔ pr. Kubikfod, saa forandrer Volum og Tæthed sig med Temperaturen efter følgende Tabel.

Temperatur.	Volum.	Vægt af 1 Kub.fod	Temperatur.	Volum.	Vægt af 1 Kub.fod
4°	1,00000	62,000	40°	1,00773	61,524
8	1,00012	61,903	50	1,01205	61,262
12	1,00047	61,971	60	1,01698	60,965
15	1,00087	61,946	70	1,02255	60,633
20	1,00179	61,889	80	1,02885	60,261
25	1,00293	61,819	90	1,03566	59,865
30	1,00433	61,733	100	1,04315	59,435

Luftens og de øvrige Gasarters Udvidelse kan ansees proportional med Temperaturforhøielsen. Luftens Volumudvidelsescoefficient $3k = 0{,}366$. Har Luften ikke Anledning til at udvide sig ved Opvarmning fra 0^0 til t^0, saa vil dens Spændighed p_0 forandre sig til:

$$p = p_0 \left(1 + 0{,}366 \frac{t}{100}\right).$$

Tabel over Legemers Udvidelse ved Opvarmning fra 0° til 100°.

Material.	Udvidelses-coefficient k.		Material.	Udvidelses-coefficient k.	
Glas	0,000861	$\frac{1}{1161}$	Kobber . . .	0,001718	$\frac{1}{582}$
Platina. . . .	0,000884	$\frac{1}{1131}$	Messing . . .	0,001868	$\frac{1}{535}$
Staal:			Tin	0,002233	$\frac{1}{438}$
uhærdet . . .	0,001079	$\frac{1}{927}$	Sølv	0,001910	$\frac{1}{524}$
hærdet	0,001240	$\frac{1}{807}$	Bly	0,002848	$\frac{1}{351}$
Støbejern . .	0,001119	$\frac{1}{901}$	Zink	0,002942	$\frac{1}{340}$
Smeddejern .	0,001182	$\frac{1}{846}$	Kviksølv . . .	0,006006	
Guld	0,001466	$\frac{1}{682}$	Luft	0,1222	

Svindmaal. Smelte- og Kogepunkter. Metallernes lineare § 140.
Sammentrækning ved Overgang fra flydende til fast Tilstand kan sættes for:

Støbejern	$\frac{1}{96}$
Messing	$\frac{1}{65}$
Klokkemetal (100 Kobber, 18 Tin) .	$\frac{1}{63}$
Kanonmetal (100 Kobber, $12^1/_2$ Tin)	$\frac{1}{134}$
Zink	$\frac{1}{62}$
Bly	$\frac{1}{92}$
Tin	$\frac{1}{147}$
Wismuth	$\frac{1}{265}$

Tabel over forskjellige Stoffes Smeltepunkter.

Stof.	Smeltepunkt.	Stof.	Smeltepunkt.
Platina	2500°	Zink	360°
Smeddejern	1600	Bly	320
Staal	1400	Wismuth	260
Støbejern, graat	1200	Tin	230
— hvidt	1050	Legering:	
Guld	1250	1 Tin + 3 Bly	289
Sølv	1000	1 „ + 1 „	241
Bronce	900	3 „ + 1 Wismuth	200
Antimon	450	3 „ + 1 Bly	186
Svovel	110	2 „ + 1 Wismuth	168
Gult Vox	61	1 „ + 1 Wismuth	141
Phosphor	43	4 Tin + 1 Bly + 5 Wism.	119
Sæbe	33	3 „ + 2 „ + 5 „	100
Terpentin	10	3 „ + 5 „ + 8 „	100
Kviksølv	39	1 „ + 1 „ + 4 „	94

Den Temperatur, ved hvilken en Vædskes Kogning indtræder, afhænger af det paa Vædskens Overflade virkende Tryk. Er Trykket lig 1 Atmosphære, saa har man for Kogepunkter følgende Tabel:

Kviksølv	360°	Søvand	104°
Svovelsyre	310	Salpetersyre	86
Linolie	316	Alkohol	78
Svovel	300	Svovelæther	38
Phosphor	290	Saltsyre	20

§ 141. **Calori. Specifik Varme.** Den Varmemængde, der behøves for at ophede Q℔ Vand t^0, er:

$$W = Q \,.\, t \text{ Calorier.}$$

Til at opvarme ligestore Vægter af de forskjellige Stoffe et lige Antal Grader behøves et forskjelligt Antal Calorier, og man siger, at et Legeme har desto større Capacitet for Varmen, jo større Varmemængde der behøves for at opvarme Legemet det bestemte Antal Grader. Et Legemes Varmecapacitet udmaales ved dets specifike Varme, naar man derved forstaar den Varmemængde, der behøves for at opvarme et Legeme af 1 ℔ Vægt 1 Grad. Betegner ω et Legemes specifike Varme, saa behøves til t^0 Temperaturforhøielse hos Vægten Q℔ af Legemet:

$$W = \omega \,.\, Qt \text{ Calorier.}$$

Den specifike Varme bestemmes sikrest og lettest paa den Maade, at man opheder til en bestemt Temperatur Q℔ af det Legeme, hvis specifike Varme man vil bestemme, bringer det derpaa ned i Vand af Vægten Q_1℔, hvorpaa

Vandets Temperaturforhøielse t_1 bestemmes. Det ophedede Legemes specifike Varme er da:

$$\omega = \frac{Q_1 t_1}{Q t},$$

naar t betegner Q's Temperaturformindskelse.

Har man givet Q's specifike Varme, saa kan man ogsaa ved en saadan Blanding bestemme Q's Temperatur før Afkjølingen, hvilken bliver:

$$T = t_2 + \frac{Q_1 \cdot t_1}{Q\omega},$$

hvor t_2 betegner Vandets største Temperatur efter Blandingen.

Tabel over Legemers specifike Varme.

Substants.	Spec. Varme.	Substants.	Spec. Varme.
Vand	1,000	Platina	0,032
Aluminium	0,214	Svovel	0,203
Antimon	0,051	Svovelsyre	0,335
Bly	0,031	Sølv	0,057
Diamant	0,147	Staal	0,118
Guld	0,032	Teglsten	0,215
Glas	0,178	Tin	0,056
Jern	0,114	Wismuth	0,031
Kobber	0,095	Zink	0,096
Kul	0,241	Athmospherisk Luft	0,237
Kviksølv	0,033	Vanddamp	0,475
Marmor	0,210	Vandstofgas . . .	3,405
Messing	0,094	Ætherdamp . . .	0,481

Ved Gasarter og Dampe skjelnes mellem specifik Varme ved konstant Tryk og specifik Varme ved konstant Volum, idet nemlig en Gasarts Temperatur stiger eller falder eftersom dens Volum aftager eller tiltager. Er

$$\eta = \frac{\text{specifik Varme ved konstant Tryk}}{\text{specifik Varme ved konstant Volum}},$$

saa er for Vanddamp $\eta = 1,422$
og for Luft $\eta = 1,41$

Paa Grund af dette Forholds Afvigelse fra Enheden bliver t. Ex. Arbeidet ved Luftens Udvidelse eller Sammenpresning forandret fra $A = Vp$ Log. nat. $\left(\frac{p_1}{p}\right)$ efter Mariottis Lov, der gaar ud fra uforandret Temperatur under Udvidelsen eller Sammenpresningen, til:

$$A = \frac{\eta}{\eta - 1}\left(1 - \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right) Vp = 3{,}439\left(1 - \left(\frac{p_1}{p}\right)^{0{,}291}\right) Vp$$

ved Udvidning, og

$$A = \frac{\eta}{\eta - 1}\left(\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\eta-1}{\eta}} - 1\right) V_1 p_1 = 3{,}439\left(\left(\frac{p}{p_1}\right)^{0{,}291} - 1\right) V_1 p_1$$

ved Sammenpresning, hvor i den første Formel V betegner Luftmassens oprindelige Volum og p dens oprindelige Spændighed og i den anden Formel V_1 det oprindelige Volum og p_1 den oprindelige Spændighed, hvilke Formler blive at anvende, naar Luften ingen Varme berøves eller tilføres under Sammenpresningen eller Udvidelsen, eller at denne Varmemængde er saa liden, at den kan sættes ud af Betragtning.

Exempel. En dobbeltvirkende Cylinderblæsemaskine har 3′ Diameter og 3′ Slag, skal gjøre 20 Slag pr. Minut og levere Luft af 2 Athmosphærers Spændighed. Hvor stort bliver det fornødne theoretiske Arbeide?

Man har her $p_1 = 14{,}15$ ℔, $p = 28{,}3$ ℔ og $V_1 = 21{,}207$ Kubikfod, hvoraf pr. Minut:

$$A = 3{,}439\left(2^{0{,}291} - 1\right) 21{,}207 \times 14{,}15 \times 144 \times 20 \text{ ℔fod}$$
$$= 664870 \text{ ℔fod} = \frac{664870}{29100} = 22{,}85 \text{ Hestekræfter.}$$

Efter Mariottis Lov bliver derimod:

$$A = 21{,}207 \times 14{,}15 \times 144 \text{ Log. nat. } (2) \times 20$$
$$= 599050 \text{ ℔fod} = 20{,}59 \text{ Hestekræfter.}$$

§ 142. **Latent Varme. Totalvarme. Vanddamp.** Ved Overgang fra fast til flydende eller fra flydende til luftformig Tilstand forbruger et Legeme altid en betydelig Mængde Varme til selve Forvandlingen, hvilken Varmemængde forbliver hos Legemet uden at kunne bemærkes ved Thermometret. Man kalder den derfor Legemets latente eller bundne Varme i Modsætning til den frie Varme, der maales ved Thermometret. Summen af disse er Legemets Totalvarme. Den Varmemængde, der paa denne Maade bindes af 1 ℔ Vand ved Overgang til Damp, er 537 Calorier. Totalvarmen hos 1 ℔ Damp af 100° Temperatur er altsaa 637 Calorier. Paa samme Tid som Dampens Spændighed og frie Varme stiger, aftager imidlertid den latente Varme, og Dampens Totalvarme vil stige meget langsomt med Temperaturen. Efter Regnaults Forsøg kan Totalvarmen hos et ℔ Vanddamp af t^0 Temperatur sættes:

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\ t.$$

Heraf følger den til Fortætningen af D℔ Damp fornødne Vandmængde V℔ af Temperaturen t_1, naar man forlanger at Blandingen skal være af Temperaturen t_2:

$$V = D\,\frac{606{,}5 + 0{,}305\;t - t_2}{t_2 - t_1},$$

og omvendt Temperaturen hos en Blanding af D℔ Damp og V℔ Vand:

$$t_2 = \frac{Vt_1 + D\,(606{,}5 + 0{,}305\;t)}{D + V}.$$

Naar Damp er i Berøring med Vand, saa antager den altid en til sin Temperatur svarende Spændighed og Volum. Spændigheden stiger ikke, om den end sammenpresses, naar Temperaturen forbliver uforandret, thi i dette Tilfælde overgaar en Del af Dampen til Vand. Saadan Damp kaldes mættet Vanddamp, og siges at have Maximum af Spændkraft. Damp, der ikke har Maximum af Spændkraft kaldes overhedet og forholder sig som Luft, idet den følger den Gay-Lussacske Lov. Forstaar man ved det specifike Dampvolum w det Tal, der angiver hvormange Gange Dampen er større i Volum end det Vand, hvoraf den er dannet, og ved δ dens Tæthed (Vægt pr. Kubikfod), saa er for mættet Vamddamp:

$$w = 25{,}62 + \frac{1659{,}2}{p + 0{,}024127} \text{ og } \delta = \frac{62}{w},$$

naar p er angivet i Athmosphærer.

For Spændigheden p af mættet Vanddamp kan sættes:

$$p = \left(\frac{75 + t}{112}\right)^6 \text{℔ pr. □''}$$

for Spændigheder mellem 1 og 4 Athmosphærer. For Spændigheder over 4 Athmosphærer sættes:

$$p = \left(\frac{39{,}8 + t}{82{,}35}\right)^5 \text{℔ pr. □''}.$$

Tabel over mættede Vanddampes Spændighed, Volum o.s.v.

Spændighed			Temperatur i Grader Celsius.	Specifikt Volum.	Vægt af 1 Kub.fod Damp.	Kub.fod Damp af 1 ℔ Vand.
i Athmosphærer	i ℔ pr. □"	i Tommer Kviksølv.				
0,1	1,41	2,9	46,2	13393	0,0046	216,0
0,3	4,24	8,7	69,5	5145	0,0120	83,0
0,5	7,07	14,5	81,7	3191	0,0194	51,5
0,7	9,90	20,3	90,3	2317	0,0268	37,4
0,9	12,74	26,1	97,1	1821	0,0340	29,4
1,0	14,15	29,0	100,0	1646	0,0376	26,6
1,1	15,57	31,9	102,7	1502	0,0413	24,2
1,2	16,98	34,8	105,2	1381	0,0449	22,3
1,3	18,45	37,7	107,5	1279	0,0485	20,6
1,4	19,81	40,6	109,7	1191	0,0520	19,2
1,5	21,22	43,5	111,7	1114	0,0556	18,0
1,6	22,64	46,4	113,7	1047	0,0592	16,9
1,7	24,06	49,3	115,5	988	0,0628	15,9
1,8	25,47	52,2	117,3	935	0,0663	15,1
1,9	26,89	55,1	119,0	888	0,0698	14,3
2,0	28,30	58,0	120,6	845	0,0706	13,6
2,2	31,13	63,8	123,6	772	0,0803	12,5
2,4	33,96	69,6	126,5	710	0,0873	11,5
2,6	36,80	75,4	129,1	658	0,0942	10,6
2,8	39,63	81,2	131,6	613	0,1011	9,89
3,0	42,46	87,0	133,9	574	0,1079	9,25
3,5	49,53	101,4	139,4	497	0,1248	8,62
4,0	56,61	115,9	144,0	438	0,1416	7,07
4,5	63,68	130,4	148,1	392	0,1579	6,32
5,0	70,76	144,9	152,2	356	0,1743	5,74
6,0	84,91	173,9	159,2	301	0,2059	4,86
7,0	99,06	202,9	165,3	262	0,2367	4,23
8,0	113,2	231,9	170.8	232	0,2668	3,74
9,0	127,4	260,9	175,8	210	0,2959	3,39
10,0	141,5	289,8	130,3	191	0,3243	3,08

§ 143. **Varmens Bevægelse.** Legemernes Varmeudstraalingsevne forholder sig som deres Evne til at absorbere Varmen. Betegnes den Varmemængde, der under givne Betingelser udstraales eller absorberes af en Flade overtrukket med Lampesod, med 100, saa udstraales eller absorberes under samme Omstændigheder af:

Papir	98	Graphit	75
Lak	98	Bly	45
Kronglas	90	Jern, poleret	15
Tusch	88	Tin	12
Mønnie	80	Guld, Sølv, Kobber .	12

Ved Ledning udbredes Varmen inden et og samme Legeme, eller sker Varmemeddelelse ved Berøring. Gode Varmeledere ere Metallerne, slette derimod Træ og overhovedet de porøse Legemer. Betegnes den Varmemængde, der under visse Betingelser gjennemledes af Sølv, med 100, saa gjennemledes under samme Omstændigheder af:

Kobber	74	Staal	12
Guld	53	Bly	9
Tin	15	Platina	8
Jern	12	Wismuth	2

Forbrændingsvarme. Brændematerialier. Et Brændematerials theoretiske Effekt er det Antal Calorier, der udvikles ved Materialets Forbrænding. Denne Eflekt bestemmes af Materialets chemiske Sammensætning. Man har nemlig fundet, at den fuldstændige Forbrænding af: § 144.

1 ℔ Kulstof giver 8080 Calorier,
1 ℔ Vandstof „ 34500 —

Idet man beregner et Brændematerials theoretiske Effekt, maa man tage Vandgehalten i Betragtning, idet den til Vandets Fordampning fornødne Vandmængde fratrækkes den ved Forbrændingen udviklede. Den effektive Varmekraft vil ved Dampudviklingen findes at være gjennemsnitlig 60 Procent af den theoretiske.

Den til Forbrændingen fornødne Luftmængde bestemmes af Behovet af Surstof til Forbrænding af Materialets enkelte Bestanddele, idet man ved, at athmosphærisk Luft gjennemsnitlig indeholder 23 Procent Surstof og at til fuldkommen Forbrænding af:

1 ℔ Kulstof behøves 3 ℔. Surstof,
1 ℔ Vandstof „ 8 ℔ —

Følgende Tabel angiver en Del Brændematerialiers Effekt o. s. v.

Brændemateriał.	Varmemængde af 1 ℔ Brænde. Calorier.	Effektive Varmekraft pr. ℔ Brænde.	℔ Damp af 1 ℔ Brænde gjennemsnitlig.	Kold Luft til Forbrænding af 1 ℔ Brænde.	Røgmassens Volum reduceret til 0°	Røgmassens Volum reduceret til 300°
Træ, tørt . . .	3600	50 til 60 Procent af theor. Varmekraft.		152 KF.	163 KF.	343 KF.
Træ, almindeligt med 20 pCt. Vand . .	2800		2,5til2,7	100 „	120 „	252 „
Trækul	7000		6	247 „	247 „	519 „
Torv, lufttørret	4800			184 „	194 „	408 „
Torv med 0,3 Vand	3600			129 „	142 „	298 „
Stenkul, middels	7500		5 til 7	270 „	279 „	587 „
Cokes	6500		4½-5¾	260 „	260 „	550 „

Dersom man nu behøver B ℔ Brænde til Forvandling af V ℔ Vand af t_1° til Damp af t° og Brændets effektive Varmekraft pr. ℔ $= w$, saa har man:

$$B = \frac{V}{w} (606{,}5 + 0{,}305 \; t - t_1) \text{ ℔}.$$

For middels Stenkul, hvis Vægt pr. Tønde kan sættes 240 ℔, faar man:

$$B = \frac{V}{240 \,.\, w} (606{,}5 + 0{,}305 \; t - t_1) \text{ Tønder,}$$

eller om V angives i Kubikfod Vand fordampet:

$$B = \frac{62 \,.\, V}{240 \,.\, w} (606{,}5 + 0{,}305 \; t - t_1) \text{ Tønder.}$$

For Cokes, hvis Vægt pr. Tønde kan sættes = 136 ℔, faar man:

$$B = \frac{V}{136 \,.\, w} (606{,}5 + 0{,}305 \; t - t_1) \text{ Tønder,}$$

og om V betegner Kubikfod Vand fordampet:

$$B = \frac{62 \,.\, V}{136 \,.\, w} (606{,}5 + 0{,}305 \; t - t_1) \text{ Tønder.}$$

Exempel. En Dampmaskine bruger pr. Sekund 20 Kubikfod Damp af Spændigheden 40 ℔ pr. □″. Hvormeget Indsprøitningsvand af 10° behøves for i Fortætteren at faa Vand af 30°, samt hvormange Tønder Stenkul vil Maskinen bruge pr. Time, naar man antager, at Ildstedet nyttiggjør 60 pCt. af Kullenes theoretiske Varmekraft.

Af Tabellen paa Side 484 findes for mættet Vanddamp af 40 ℔ Spændighed Temperaturen $t = 131{,}8°$, og Vægten af 20 Kubikfod Damp findes $D = 20 \times 0{,}1012 = 2{,}02$ ℔. Til Bestemmelse af Condensationsvandet har man videre $t_1 = 10°$, $t_2 = 30°$ og

$$V = D \,.\, \frac{606{,}5 + 0{,}305 \; t - t_2}{t_2 - t_1} = 2{,}02 \frac{606{,}5 + 0{,}305 \,.\, 131{,}8 - 30}{30 - 10}$$

$= 62{,}28$ ℔ $= 1{,}00$ Kubikfod pr. Sekund.

Til Bestemmelse af Kulforbruget tages den nyttige Effekt $w = 7500 \times 0{,}6 = 4500$ Calorier. Sættes Fødevandets Temperatur $t_1 = 10°$, saa faaes:

$$B = \frac{V}{240 \,.\, w} (606{,}5 + 0{,}305 \; t - t_1) = \frac{2{,}02 \times 636{,}7}{240 \times 4500} \text{ pr. Sec.}$$

$= 4{,}29$ Tønder pr. Time.

Kunde man ved Forvarmer bringe Fødevandet op til en Temperatur $t_1 = 70°$, saa vilde efter Formelen Kulforbruget reduceres til 3,88 Tønder pr. Time.

Dampkjedler. Materialet til Dampkjedler er i de fleste Tilfælder valsede Jernplader, hvis Tykkelse aldrig bør tages under $^1/_4$" og heller ikke bør være over $^3/_4$". Tykkelsen maa ellers være afhængig af Spændigheden af den Damp, Kjedlen skal udvikle, og af hvorvidt den er bestemt til at fordampe salt eller ferskt Vand. Cylindriske Kjedler af Diameteren d, der skulle udvikle Damp af Spændigheden p ℔ over Athmospheren, maa have Godstykkelsen § 145.

$$t = \frac{6pd}{K}, \text{ hvoraf } d = \frac{tK}{6p},$$

i hvilken Formel t er angivet i Tommer, d i Fod og K betegner Belastningen pr. □" Section af Materialet. For Skibskjedler kan man sætte $K = 3000$ ℔.

Større plane Flader undgaaes saavidt muligt i enhver Kjedle. Naar de forekomme blive de at forstøtte med Stag, Stagbolte eller Vinkeljern. Betegner a Afstanden mellem Stagboltene, d Boltenes Diameter, saa kan man sætte:

$$a = 26 \frac{t}{\sqrt{p}} \text{ Tommer, og } d = 0{,}062\ a \sqrt{p} \text{ Tommer,}$$

hvor t og p have samme Betydning som ovenfor.

Cylindriske Rør udsatte for udvendigt Tryk, saasom Ildrøret i en Kjedle, bør ifølge Fairbairn have Godstykkelsen

$$t = 0{,}00123 \sqrt{ldp}, \text{ hvoraf } d = \frac{813 . t}{\sqrt{lp}} \text{ Tommer,}$$

naar l og d betegne Rørets Længde og Diameter i Tommer. Ildrørene i de nyere Rørkjedler og Lokomotivkjedlerne ere sveisede Jernrør eller Messingrør af mindre Diameter, der for Skibskjedler pleier at variere mellem 2 og 4 Tommer. Rørenes Længde pleier at være 5 til 7 Fod, og de indsættes i Rørpladerne med $^1/_2$" à 1" Mellemrum. Rørpladerne ere i Regelen noget tykkere end Pladerne i den øvrige Del af Kjedlen. Dimensionerne i engelsk Maal og Vægt, af de af engelske Fabrikanter leverede Kjedlerør, indeholdes i følgende Tabel:

Udvendig Diameter.	Jernrør.			Messingrør.			Overflade pr. Fod Længde.
	Birm. Wire Guage.	Gods i Tommer.	Vægt pr. Fod.	Birm. Wire Guage.	Gods i Tommer.	Vægt pr. Fod.	
1¼ Tom.	14	0,085	1,104 ℔	14	0,085	1,288 ℔	0,327 □'
1⅜ "	14	0,085	1,212	14	0,085	1,322	0,360
1½ "	14	0,085	1,414	14	0,085	1,442	0,393
1⅝ "	13	0,095	1,601	14	0,085	1,562	0,425
1¾ "	13	0,095	1,723	14	0,085	1,682	0,458
1⅞ "	13	0,095	1,836	14	0,085	1,802	0,491
2 "	12	0,110	2,281	14	0,085	1,923	0,524
2⅛ "	12	0,110	2,424	13	0,095	2,283	0,556
2¼ "	12	0,110	2,565	13	0,095	2,417	0,589
2½ "	11	0,120	3,108	12	0,110	3,110	0,655
2¾ "	11	0,120	3,421	12	0,110	3,421	0,720
3 "	11	0,120	3,732	11	0,120	4,071	0,705
3¼ "	10	0,135	4,548	11	0,120	4,411	0,851
3½ "	10	0,135	4,896	10	0,135	5,338	0,916
3¾ "	10	0,135	5,248	10	0,135	5,755	0,982
4 "	9	0,150	6,216	10	0,135	6,104	1,047
4¼ "	9	0,150	6,609	10	0,135	6,488	1,113
4½ "	9	0,150	6,995	10	0,135	7,167	1,178
4¾ "	8	0,165	8,125	10	0,135	7,251	1,243
5 "	8	0,165	8,549	10	0,135	7,630	1,310
5¼ "	8	0,165	8,979	9	0,150	8,905	1,374
5½ "	7	0,180	10,26	9	0,150	9,356	1,440
5¾ "	7	0,180	10,73	9	0,150	9,752	1,505
6 "	7	0,180	11,19	9	0,150	10,17	1,570

Sammenføiningen af Pladerne til en Dampkjedle sker ved Klinknagler og ved Nagler og Vinkeljern. Ved høiere Spændigheder af Dampen bruges to Rader Nagler. For Afstanden mellem Naglerne og Naglernes Dimensioner opstiller Bourne følgende Tabel:

Pladernes Tykkelse i Tommer.	Naglernes Diameter.	Naglernes Længde.	Afstand fra Center til Center af Nagle.	Pladernes Dækning ved enkelt Klinkning.	Pladernes Dækning ved dobbelt Klinkning.
3/16	⅜	⅞	1¼	1¼	2 1/16
¼	½	1⅛	1½	1½	2½
5/16	⅝	1⅜	1⅝	1⅞	3⅛
⅜	¾	1⅝	1¾	2 1/16	3½
½	13/16	2¼	2	2¼	3¾
⅝	15/16	2¾	2½	2¾	4 1/16
¾	1⅛	3¼	3	3¼	5 5/16

Ved Experiment er vist, at ved enkelt Klinkning tabes omtrent Halvparten af Pladernes Styrke, ved dobbelt Klinkning omtrent Fjerdeparten. Følgende Tabel indeholder efter Fairbairn, for cylindriske Kjedler med enkelt Klikning, Diameter, Sprængningstryk samt det Tryk pr. □", hvorfor Kjedlen med Sikkerhed i Længden kan udsættes. Dimensionerne ere i engelsk Maal:

Kjedlens Diameter.	Brugeligt Tryk pr. □" ⅜" Plade.	Sprængningstryk pr. □" ⅜" Plade.	Brugeligt Tryk pr. □" ½" Plade.	Sprængningstryk pr. □" ½" Plade.
3 F 0 T	118 ℔	708 ℔	157¼ ℔	944 ℔
3 3	109	654	145¼	872
3 6	101	607	134¾	809
3 9	94½	566	125¾	755
4 0	88½	531	118	708
4 3	83¼	500	111	666
4 6	78¾	472	104¾	629
4 9	74½	447	99¼	596
5 0	70¾	425	94¼	566
5 3	67¼	405	89¾	539
5 6	64¾	386	85¾	515
5 9	61½	369	82	493
6 0	59	354	78¾	472
6 3	56½	340	75½	453
6 6	54¼	327	72½	436
6 9	52¼	314	69¾	419
7 0	50½	303	67¼	404
7 3	48¾	293	65	397
7 6	47	283	62¾	377
7 9	45½	274	60¾	365
8 0	44	266	59	354
8 3	42¾	257	57	343
8 6	41½	250	55½	333
8 9	40½	243	54	324
9 0	39¼	236	52¼	315
9 6	37	223	49¼	298
10 0	35¼	212	47	283

En Kjedles Rumindhold angives af J. Bourne for Skibskjedler til 8 Kubikfod for hver Kubikfod Vand fordampet pr. Time, og heraf 6½ Kubikfod som Vandrum, Ildsteder og Rør og 1½ Kubikfod som Damprum.

Rankine sammenligner forskjellige Kjedlers Capacitet ved den Kvotient, der fremkommer ved Division af Rum-

indholdet i Kubikfod mod Ildfladen i Kvadratfod og opstiller for de forskjellige Kjeder følgende Tabel:

	Kvotient.
Cylindriske Kjedler med indvendigt Ildsted . .	1,65
Skibsrørkjedler omkring	0,50
Lokomotivkjedler omkring	0,10

Bredden af Ildstedet i en Dampkjedle gjøres fra 2 til 3 Fod, Ildstedets Høide over Risterne 12 til 15 Tommer og Ristefladens Længde 5 til 7 Fod, hvilken som oftest dannes af to Ristelængder, om Risterne ere af Støbejern. Mellemrummene mellem Risterne gjøres $^1/_6$ til $^1/_4$ af hele Ristefladens Areal og Bredden af en Rist omkring $^3/_4$". Med Hensyn til Ristefladens Størrelse saa pleier denne at sættes til 0,5 □' pr. Kubikfod Vand fordampet pr. Time for Skibskjedler og 0,125 □' pr. Kubikfod Vand fordampet pr. Time for Lokomotivkjedler, hvilket bliver cirka $^1/_{16}$ □ og $^1/_{64}$ □' pr. ℔ Kul forbrændt pr. Time. Vandrummet mellem Ildstederne indbyrdes og mellem Ildstederne og Kjedlens Ydervægge gjøres 4 til 6". I enhver Kjedle bør Vandet idetmindste være 6" over Ildstedets Top eller over de Dele, der umiddelbart berøres af Flammen eller den varme Luft.

Til den hurtige Bortførelse af Forbrændingsprodukterne udfordres Kanaler af et vist Gjennemsnit, og en Skorsten af en vis Høide og et vist Tværsnit for at skaffe Røgmassen Hastighed. Eftersom den varme Røgmasse bevæger sig gjennem Røgkanalerne, afgiver den en Del af sin Varme og bliver mindre i Volum. Gjennemsnitlig kan man sætte Røgmassens Temperatur i Skorstenen $t = 280^0$. Er saa $t_1 = 10^0$ = Temperaturen af Luften udenfor, h den lodrette Høide fra Ildstedet til Skorstenens Top, Skorstenens Tværsnit $= A$ □', eller dens Diameter $= d$ Fod, og Q den til Skorstenens Temperatur reducerede Røgmasse pr. Sekund, saa kan man sætte Hastigheden i Skorstenen:

$$v = 0{,}08 \sqrt{(t-t_1)\,h} = 1{,}15 \sqrt{h}$$

og faar heraf:

$$Q = Av = A \,.\, 1{,}15 \sqrt{h} \text{ Kubikfod,}$$

$$A = \frac{0{,}869\,Q}{\sqrt{h}},\quad h = 0{,}755 \left(\frac{Q}{A}\right)^2,$$

$$d = 1{,}05 \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{h}}},\quad h = 1{,}11 \left(\frac{Q}{d^2}\right)^2.$$

Sædvanligvis gaar man i Praxis ud fra en bestemt Høide af Skorstenen, idet denne for Skibskjedler pleier at variere mellem 30 og 50 Fod. Sætter man for Skibskjedler den til Skorstenens Temperatur reducerede Røgmasse pr.

Sekund $Q = 400$ Kubikfod pr. ℔ Kul og B betegner Kulforbruget i Tønder pr. Time, saa faaes:

$$d = 5{,}15 \sqrt{\frac{B}{\sqrt{h}}} \text{ Fod.}$$

Dersom Maskinen er en Høitryksmaskine, og man slipper den forbrugte Damp ud i Skorstenen, eller man anvender en Del af den udviklede Damp til at frembringe Træk, saa vil Skorstenens Dimensioner betydeligt kunne formindskes. Passerer gjennem Blæstpiben D Kubikfod Damp pr. Sekund med en Udstrømningshastighed $= c$ Fod pr. Sekund, saa kan man, naar Røgmassens Hastighed er liden i Forhold til Dampens, sætte:

$$A = \frac{D + Q}{c} \,\square'.$$

J. Bourne angiver for nyere Skibskjedler Areal af Røgpassagen over Ildbrygger 14 □″, i Rør 10 □″ og Areal af Skorstenen 7 □″ pr. Kubikfod Vand fordampet pr. Time, idet han sætter Høiden $h = \left(\frac{300 \sqrt{B℔}}{A \,\square''}\right)^2$.

En Kjedles Fordampningsevne beror hovedsageligt paa Størrelsen af Ildfladen. Denne bestemmes sikrest af Effekten pr. □′ Ildflade, idet man kan sætte for

Cylindriske Landkjedler .	4 ℔	Damp pr.	□′	Ildflade,
Skibsrørkjedler	$6\frac{1}{2}$ à $7\frac{1}{2}$ ℔	„	-	—
Lokomotivkjedler	20 à 24 ℔	„	-	—

Skal altsaa en Kjedle fordampe Q Kubikfod Vand pr. Time, saa kan den fornødne Ildflade sættes:

$F = 15{,}5\ Q$ □′ for Landkjedler,
$F = 9{,}5\ Q$ □′ for Skibskjedler,
$F = 3{,}1\ Q$ □′ for Lokomotivkjedler.

Diameteren af en Sikkerhedsventil maa idetmindste være saa stor, at den ved ordinær Gang kan slippe ud den udviklede Dampmængde. I de fleste Lande er Størrelsen af en Kjedles Sikkerhedsventil bestemt ved Lov. Den franske Formel reduceret til norsk Maal og Vægt giver Diameteren

$$D = 1{,}74 \sqrt{\frac{F}{p + 7{,}43}} \text{ Tommer,}$$

hvor F betegner Ildfladen i Kvadratfod og p Damptrykket i ℔ pr. □″ over Athmosphæren.

Dampmaskiner. I Formlerne for disse er anvendt følgende Betegnelser: § 146.

p = Dampens Spændighed i ℔ pr. □″, regnet fra Nul Spændighed.
q = Modtrykket i Condensatoren i ℔ pr. □″.
a = Længden af den Del af Slaget, hvorunder Dampen indstrømmer frit.

b = Længden af den Del af Slaget, som foregaar med Expansion.
Q = Dampmængde af Spændighed p i Kubikfod pr. Sekund.
A = Stemplets Areal i Kvadrattommer.
l = Slagets Længde i Fod.
$\frac{E}{K}$ = Forholdet mellem Maskinens Nyttearbeide og det indikerede Arbeide.
N_1 = Maskinens Indikatorhestekraft.
$N = N_1 \frac{E}{K}$ = Maskinens effektive Hestekraft.

For de Woolfske Maskiner:

A = Areal af Stempel i store Cylinder.
A_1 = Areal af Stempel i lille Cylinder.
L = Længde af Slag i store Cylinder.
l = Længde af Slag i lille Cylinder.

Man kan da sætte for Maskiner uden Expansion og Condensation:

$$N = \frac{E}{K} Q \left(0{,}297\, p - 4{,}206\right),$$

for Maskiner med Expansion men uden Condensation:

$$N = \frac{E}{K} Q \left[0{,}297\, p \left(1 + \text{Log. nat.} \frac{a+b}{a}\right) - 4{,}206 \frac{a+b}{a}\right],$$

for Maskiner med Expansion og med Condensation:

$$N = \frac{E}{K} Q \left[0{,}297\, p \left(1 + \text{Log. nat.} \frac{a+b}{a}\right) - 0{,}297\, q \frac{a+b}{a}\right],$$

samt for de Woolfske Maskiner:

$$N = \frac{E}{K} Q \left[0{,}297\, p \left(1 + \text{Log. nat.} \frac{AL}{A_1 l}\right) - 0{,}297\, q \frac{AL}{A_1 l}\right].$$

Herefter bliver den fornødne Dampmængde pr. Sekund af Spændigheden p for de fire Tilfælder:

$$Q = \frac{N}{\frac{E}{K}\left(0{,}297\, p - 4{,}206\right)}$$

$$Q = \frac{N}{\frac{E}{K}\left[0{,}297\, p \left(1 + \text{Log. nat.} \frac{a+b}{a}\right) - 4{,}206 \frac{a+b}{a}\right]}$$

$$Q = \frac{N}{\frac{E}{K}\left[0{,}297\, p \left(1 + \text{Log. nat.} \frac{a+b}{a}\right) - 0{,}297\, q \frac{a+b}{a}\right]}$$

$$Q = \frac{N}{\frac{E}{K}\left[0{,}297\, p \left(1 + \text{Log. nat.} \frac{AL}{A_1 l}\right) - 0{,}297\, q \frac{AL}{A_1 l}\right]}$$

Værdien af Brøken $\frac{E}{K}$ afhænger af Maskinens Indikatorhestekraft N_1. Ifølge Morins Forsøg kan man sætte for Lavtryksmaskiner:

$$\frac{E}{K} = \frac{0{,}8\sqrt{N_1}}{1 + 1{,}5\sqrt{N_1}},$$

for Høitryksmaskiner uden Condensation:

$$\frac{E}{K} = \frac{0{,}433\sqrt{N_1}}{1 + 0{,}738\sqrt{N_1}},$$

for Høitryksmaskiner med Condensation:

$$\frac{E}{K} = \frac{0{,}506\sqrt{N_1}}{1 + 0{,}983\sqrt{N_1}},$$

og for de Woolfske Maskiner:

$$\frac{E}{K} = \frac{0{,}255\sqrt{N_1}}{1 + 0{,}351\sqrt{N_1}}.$$

Følgende Tabel indeholder Værdier af $\frac{E}{K}$ for de fire Tilfælder.

	Indikeret Hestekraft N_1									
	9	16	25	36	49	64	81	100	144	225
Lavtryksmaskine: $\frac{E}{K}$	0,44	0,46	0,47	0,48	0,49	0,49	0,49	0,50	0,51	0,51
Høitryk uden Condensation:	0,39	0,43	0,46	0,48	0,49	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54
Høitryk med Condensation:	0,38	0,41	0,43	0,44	0,45	0,45	0,46	0,47	0,47	0,48
Woolfske Maskiner:	0,37	0,42	0,46	0,49	0,52	0,54	0,55	0,57	0,59	8,61

Betegner v Stemplets midlere Hastighed i Fod pr Sekund og n Antallet af Omdreininger pr. Minut, saa er Stempelarealet:

$$A = \frac{a+b}{a} \cdot \frac{144\,Q}{v} \text{ Kvadrattommer,}$$

hvoraf Cylinderens Diameter:

$$d = 13{,}54\sqrt{\frac{a+b}{a} \cdot \frac{Q}{v}} \text{ Tommer.}$$

Betegner videre l Stempelslaget i Fod, saa er $2ln = 60v$, hvoraf:

$$n = \frac{30v}{l} \text{ og } l = \frac{30v}{n}.$$

For stationære Dampmaskiner og Hjuldampmaskiner pleier v at variere mellem 2 og 5 Fod pr. Sekund, for Propellermaskiner lader man den undertiden gaa op til 12 Fod pr. Sekund. Ved Landdampmaskiner pleier Længden af Slaget at være 1 til 2 Gange Cylinderens Diameter, ved Hjuldampmaskiner $^3/_4$ til $1^1/_4$ Gange Diameteren og ved Propellermaskiner $^1/_2$ til 1 Gange Diameteren.

For de Woolfske Maskiner blive Stempelarealerne:

$$A_1 = \frac{144\,Q}{v} \text{ og } A = \frac{AL}{A_1 l} \cdot \frac{A_1 l}{L},$$

eller, om Damptilførselen ogsaa stænges i den lille Cylinder, inden Slaget er fuldendt:

$$A_1 = \frac{a + b}{a} \cdot \frac{144Q}{v},$$

hvor $\frac{a+b}{a}$ som før betegner Expansionsforholdet og v Hastigheden i Fod pr. Sekund i den lille Cylinder. Ved Woolfske Skibsdampmaskiner er gjerne Stempelslaget ens i begge Cylindre. $\frac{AL}{A_1 l}$ pleier at være 3 til 4. Ved Brugen af efterfølgende Tabeller, der indeholde Dampmængde pr. Sekund $= Q$ og Produktet af Stempelarealet i □" med Hastigheden v i Fod pr. Sekund $= Av$ for forskjellige Maskiner, er at mærke, at om Maskinen er enkeltvirkende, saa bliver Stempelarealet dobbelt saa stort som Tabellen giver, og om Maskinen har flere Cylindere, saa fordeles Hestekraften N_1 ligeligt paa hver Cylinder.

Maskiner uden Condensation og Expansion.

Indikeret Heste-kraft N_1	Damptryk p ℔ pr. □″ over Nul											
	40		60		80		100		120		150	
	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av
4	0,521	75,0	0,294	42,34	0,204	29,43	0,157	22,58	0,127	18,32	0,099	14,28
6	0,781	112,6	0,441	65,50	0,307	44,15	0,235	33,87	0,191	27,47	0,149	21,43
8	1,042	150,1	0,588	84,67	0,409	58,86	0,314	45,16	0,254	36,63	0,198	28,57
10	1,303	187,6	0,735	105,8	0,511	73,58	0,392	56,45	0,318	45,79	0,248	35,71
12	1,564	225,2	0,882	127,0	0,613	88,30	0,470	67,74	0,382	54,95	0,298	42,85
14	1,824	262,7	1,029	148,2	0,715	103,0	0,549	79,03	0,445	64,11	0,347	49,99
16	2,085	300,2	1,176	169,3	0,818	117,7	0,627	90,32	0,509	73,26	0,397	57,14
18	2,345	337,7	1,323	190,1	0,920	132,4	0,706	101,6	0,572	82,42	0,446	64,28
20	2,606	375,3	1,470	211,7	1,022	147,2	0,784	112,9	0,636	91,58	0,496	71,42
30	3,909	562,9	2,205	317,5	1,533	220,7	1,176	169,4	0,954	137,4	0,744	107,1
40	5,212	750,5	2,940	423,4	2,044	294,3	1,568	225,8	1,272	183,2	0,992	142,8

$\frac{a+b}{a} = 1,5$ d. e. $\frac{1}{3}$ Expansion. $q = 2$ ℔.

Indikeret Heste-kraft N_1	Damptryk p ℔ pr. □″ over Nul											
	30		40		50		60		80		100	
	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av
4	0,344	74,3	0,254	54,86	0,200	47,20	0,166	35,77	0,123	26,61	0,098	21,17
6	0,516	111,5	0,381	82,30	0,300	70,80	0,248	53,65	0,184	39,92	0,147	31,76
8	0,688	148,6	0,508	109,7	0,400	94,40	0,331	71,54	0,246	53,22	0,196	42,24
10	0,860	185,8	0,635	137,2	0,500	118,0	0,414	89,42	0,308	66,53	0,245	52,92
15	1,290	278,1	0,953	205,7	0,750	177,0	0,621	134,1	0,462	99,80	0,368	79,38
20	1,720	371,5	1,270	274,3	1,000	236,0	0,828	178,8	0,616	133,1	0,490	105,8
30	2,580	557,3	1,905	411,5	1,500	354,0	1,242	268,3	0,924	199,6	0,735	158,8
40	3,440	743,0	2,540	548,6	2,000	472,0	1,656	357,7	1,232	266,1	0,980	211,7
50	4,300	928,8	3,175	685,8	2,500	590,0	2,070	447,1	1,540	332,7	1,225	264,6
60	5,160	1114	3,810	823,0	3,000	708,0	2,484	536,5	1,848	399,2	1,470	317,6
70	6,020	1300	4,445	960,1	3,500	826,0	2,898	625,9	2,156	465,7	1,715	370,5

$\frac{a+b}{a} = 2$ d. e. $\frac{1}{2}$ Expansion. $q = 2$ ℔.

Indikeret Heste-kraft N_1	Damptryk p ℔ pr. □" over Nul											
	25		30		40		60		80		100	
	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av
5	0,439	126.5	0,360	103,7	0,264	76,0	0,173	49,7	0,128	36,87	0,102	29,37
10	0,878	252,9	0,720	207,4	0,528	152,1	0,345	99,4	0,256	73,73	0,204	58,75
15	1,217	379,4	1,080	311,1	0,792	228,2	0,518	149,1	0,384	110,6	0,306	88,12
20	1,756	505,8	1,440	414,8	1,056	304,2	0,690	198,9	0,512	147,5	0,408	117,5
30	2,634	758,7	2,160	622,2	1,584	456,3	1,035	298,2	0,768	221,2	0,612	176,3
40	3,512	1012	2,880	829,6	2,112	608,4	1,380	397,6	1,024	294,9	0,816	234,9
50	4,390	1265	3,600	1037	2,640	760,5	1,725	497,0	1,280	368,6	1,020	293,7
60	5,268	1517	4,320	1244	3,168	912,6	2,070	596,4	1,536	442,4	1,224	352,4
80	7,024	2023	5,760	1659	4,224	1217	2,760	795,2	2,048	589,8	1,632	469,8
100	8,780	2529	7,200	2074	5,280	1521	3,450	994,0	2,560	737,3	2,040	587,5
120	10,54	3288	8,640	2489	6,336	1825	4,140	1093	3.072	884,8	2,448	705,0
150	12,17	3794	10,80	3111	7,920	2282	5,175	1491	3,840	1106	3,060	881,2
200	17,56	5058	14,40	4148	10,56	3042	6,900	1988	5,120	1475	4,080	117,5

$$\frac{a+b}{a} = 3 \text{ d. e. } \frac{2}{3} \text{ Expansion. } q = 2 \text{ ℔.}$$

Indikeret Heste-kraft N_1	Damptryk p ℔ pr. □″ over Nul											
	25		30		40		60		80		100	
	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av
5	0,363	156,6	0,296	127,9	0,216	93,30	0,141	60,7	0,105	45,17	0,083	35,64
10	0,725	313,2	0,592	255,7	0,432	186,6	0,281	121,4	0,209	90,33	0,165	71,28
15	1,088	469,8	0,888	383,6	0,748	279,9	0.422	182,2	0,314	135,5	0,238	106,9
20	1,450	626,4	1,184	511,4	0,864	373,2	9,562	242,8	0,418	180,7	0,330	142,6
30	2,175	939,6	1,776	767,1	1,296	559,8	0,843	364,2	0,627	271,0	0,495	213,8
40	2,900	1253	2,368	1023	1,728	746,4	1,124	485,6	0,836	361,3	0,660	285,1
50	3,625	1566	2,960	1279	2,160	933,0	1,405	607,0	1,046	451,7	0,825	356,4
60	4,350	1879	3,552	1534	2,592	1120	1,686	728,4	1,255	542,0	0,990	427,7
80	5,800	2506	4,736	2046	3,456	1493	2,248	971,2	1,673	722,6	1,320	570,2
100	7,250	3132	5,920	2557	4,320	1866	2,810	1214	2,091	903,3	1,650	712,8
120	8,700	3758	7,104	3068	5,184	2238	3,372	1457	2,509	1084	1,980	855,4
150	10,88	4698	8,880	3836.	7,480	2799	4,215	1822	3,137	1355	2,375	1069
200	14,50	6264	11,84	5114	8,640	3732	5,620	2428	4,182	1807	3,300	1426

Woolfske Maskiner uden Expansion i lille Cylinder. $\frac{A}{A_1} = 4.$

Indikeret Heste-kraft N_1	Damptryk p ℔ pr. □″ over Nul											
	50		60		70		80		90		100	
	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av
30	0,909	523,6	0,747	430,2	0,606	349,2	0,552	318,0	0,489	281,7	0,438	252,3
40	1,212	698,1	0,996	573,6	0,808	465,6	0,736	424,0	0,652	385,6	0,584	336,4
50	1,515	872,7	1,245	717,0	1,010	582,0	0,920	530,0	0,815	479,5	0,730	420,2
60	1,818	1047	1,494	860,4	1,212	698,4	1,104	636,0	0,978	573,4	0,876	504,6
80	2,424	1396	1,992	1147	1,616	931,2	1,472	848,0	1,304	761,2	1,168	672,8
100	3,030	1745	2,490	1434	2,020	1164	1,840	1060	1,630	939,0	1,460	841,0
120	3,636	2094	2,998	1721	2,424	1397	2,208	1272	1,956	1147	1,752	1009
140	4,242	2443	3,486	2008	2,828	1630	2,576	1484	2,282	1345	2,044	1177
170	5,151	2966	4,233	2431	3,434	1979	3,128	1802	2,771	1616	2,482	1430
200	6,060	3491	4,980	2868	4,040	2328	3,680	2120	3,260	1898	2,920	1682
230	6,969	4013	5,727	3298	4,646	2678	4,232	2438	3,749	2180	3,358	1934
260	7,878	4537	6,474	3731	5,252	3027	4,784	2756	4,238	2401	3,796	2187
300	9,090	5236	7,470	4302	6,060	3492	5,520	3180	4,890	2817	4,380	2523

Woolfske Maskiner uden Expansion i lille Cylinder. $\frac{A}{A_1}$ 5.

Indikeret Heste-kraft N_1	Damptryk p ℔ pr. □" over Nul											
	50		60		70		80		90		100	
	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av	Q	Av
30	0,837	602,7	0,682	491,1	0,585	421,2	0,508	366,0	0,450	324,0	0,402	289,5
40	1,116	803,6	0,910	654,8	0,780	561,6	0,678	488,0	0,600	432,0	0,536	386,0
50	1,395	1005	1,137	818,5	0,975	702,0	0,847	610,0	0,750	540,0	0,670	482,5
60	1,674	1205	1,364	982,2	1,170	842,4	1,016	732,0	0,900	648,0	0,804	579,0
80	2,232	1607	1,819	1310	1,560	1123	1,355	976,0	1,200	864,0	1,172	772,0
100	2,790	2009	2,274	1637	1,950	1404	1,694	1220	1,500	1080	1,340	965,0
120	3,348	2411	2,729	1964	2,340	1685	2,033	1464	1,800	1296	1,608	1158
140	3,906	2813	3,184	2292	2,730	1966	2,372	1708	2,100	1512	1,876	1351
170	4,743	3415	3,866	2783	3,315	2387	2,880	2074	2,550	1836	2,278	1641
200	5,580	4018	4,548	3274	3,900	2808	3,388	2440	3,000	2160	2,680	1930
230	6,417	4621	5,230	3765	4,485	3229	3,896	2806	3,450	2484	3,082	2220
260	7,254	5423	5,912	4256	5,080	3650	4,404	3172	3,600	2808	3,484	2509
300	8,370	6027	6,822	4911	5,850	4212	5,082	3660	4,500	3240	4,020	2895

Paa de fleste Maskiner pleier man at gjøre Damprørets Areal ligt $1/_{25}$ af Cylinderstemplets, altsaa Rørdiameteren $1/_5$ af Cylinderens Diameter. Enhver af Dampportene pleier at være af samme Størrelse og Vacumporten dobbelt saa stor. For større Hastigheder bør imidlertid Portene gjøres større. Ifølge Bourne bliver en Dampport af passende Størrelse, naar man regner den efter Formelen:

$$P = 0{,}015 \,.\, Av \,\square'',$$

og Damprørets Section $= 0{,}009 \,.\, Av \,\square''$, hvor A som før betegner Stempelarealet i $\square''$ og v Stemplets Hastighed i Fod pr. Sekund, alt regnet for een Cylinder.

Fødepumpernes Antal er gjerne een for hver Cylinder. Begge Pumper tilsammen bør, paa Grund af Afblæsningen, naar Maskinen ikke har Overflade Condensator, og for at modvirke mulig Lækage og Overkogning, kunne levere 3 til 5 Gange saa meget Vand, som det Kjedlen fordamper til Maskinens Brug. Dersom derfor $a \,\square'$ betegner Pumpestemplets Areal, s Fod = Pumpens Slag, n Antallet af Slag pr. Minut og w det af Tabellen Side 484 bestemte specifike Dampvolum, saa er for enkeltvirkende Pumpe:

$$\frac{Q}{w} = \frac{as \,.\, n}{3 \text{ til } 5}, \text{ hvoraf } as = 3 \text{ til } 5 \times \frac{Q}{w \,.\, n}$$

og for dobbeltvirkende Pumpe:

$$\frac{1}{2}\,\frac{Q}{w} = \frac{as \,.\, n}{3 \text{ til } 5}, \text{ hvoraf } as = 3 \text{ til } 5 \times \frac{Q}{w \,.\, n},$$

i hvilke Formler Q betegner Dampmængden i Kubikfod pr. Minut for een Cylinder.

Den til Condenseringen af Q Kubikfod Damp fornødne Vandmængde V er angivet Side 483 § 142. Denne Vandmængde maa ved Landmaskiner oftest skaffes tilveie ved en egen Pumpe, Koldtvandspnmpen. Dersom $a \,\square'$ betegner Arealet af denne Pumpes Stempel, s Fod = Pumpens Slag og n Antallet af Slag pr. Minut, saa bør man sætte for enkeltvirkende og dobbeltvirkende Pumpe:

$$as = \frac{2V}{n} \,.\, 1{,}2 \text{ og } as = \frac{V}{n} \,.\, 1{,}2.$$

Paa Sømaskiner vil altid det ydre Tryk i Indstrømningsaabningen være større end Trykket i Condensatoren, saaledes at ingen Pumpe behøves. Er h Fod Indsprøitningsaabningens Dybde under Vandfladen, saa kan man sætte den virksomme Preshøide $= 28 + h$ Fod, og Indsprøitningsaabningens Areal:

$$a = \frac{0{,}25\; V}{\sqrt{28 + h}} \text{ Kvadratfod},$$

hvor V betegner Indsprøitningsvandet i Kubikfod pr. Sekund. Ligger Indsprøitningsaabningen høiere end Vandfladen udenfor, saa bliver Høideforskjellen h at fratrække.

Condensatorens Volum gjordes paa ældre Maskiner gjerne $1/_8$ af Cylinderens Volum. Paa nyere Maskiner

gjør man i Regelen Volumet større, ligeindtil $1/4$ og $3/8$ af Cylinderens Volum.

Luftpumpens Volum er som oftest $1/5$ til $1/6$ af Cylinderens Volum, naar Pumpen er enkeltvirkende; er den dobbeltvirkende, saa sættes Volumet til det Halve. Forholdet mellem Luftpumpestemplets Areal og Arealet af Ventilaabningerne varierer paa forskjellige Maskiner mellem 1 og 3, idet Ventilerne ere større for hurtigtgaaende og mindre for langsomt gaaende Maskiner.

Overflade Condensationen bestaar deri, at den brugte Damp bringes i Berøring med Overfladen af en Mængde Metalrør, hvis Evne til at condensere Dampen vedligeholdes ved en Pumpe, der stadigt fører koldt Vand gjennem Rørene. Rørene ere som oftest stillede horizontalt og inddelte i Lag, saaledes at det kolde Vand først gaar gjennem det nederste Lag, saa gjennem det høiere liggende o. s. v. Koldtvandspumpen er enten enkeltvirkende eller dobbeltvirkende. Undertiden bruges en Centrifugalpumpe, der da ofte drives af en egen Maskine. N. P. Burgh angiver for nyere Maskiner Koldtvandspumpens Volum til:

$$as = \frac{\text{Rørenes samlede Kjøleflade i } \square'}{4/5 \text{ til } 2/3} \text{ Kub.tommer,}$$

naar den er dobbeltvirkende. Rørenes samlede Kjøleflade pleier at være 0.6 til 0.7 Gange Kjedlens hele Ildflade. Luftpumpens Volum, naar den er enkeltvirkende, pleier at være $1/12$ til $1/15$ af Cylinderens Volum. Kjølerørenes ydre Diameter er sædvanligvis 1", Godset $1/8$", Rørenes Længde 7 til 10 Fod og Rørpladernes Tykkelse 1".

Exempel. Man skal konstruere en Dampmaskine, der skal udføre et nyttigt Arbeide af 30 Hestekræfter. Maskinen skal have to Cylindere, arbeide med $1/3$ Expansion, uden Condensation og et Damptryk $p = 60$ ℔ over Nul. Tager man efter Tabellen Side 493 $\frac{E}{K} = 0{,}5$, saa bliver Maskinens Brutto- eller Indikatorhestekraft $N_1 = \frac{N}{0.5} = \frac{30}{0.5} = 60$, d: e. for hver Cylinder 30 Hestekræfter. Efter Tabellen Side 496 findes den fornødne Dampmængde pr. Sekund $Q = 1{,}242$ Kubikfod. Af Tabellen Side 484 findes det specifike Dampvolum $= 415$, hvorefter Kjedlen pr. Time maa fordampe $\frac{2 \times 1{,}242 \times 3600}{415} = 21{,}5$ Kubikfod Vand. Forlanges at Fødepumperne skulle kunne levere 3 Gange mere Vand, end Kjedlen fordamper, saa bliver hver Pumpes Volum $as = 3 \cdot \frac{60\,Q}{415\,n} = \frac{0{,}54}{n}$ Kubikfod, naar den er enkeltvirkende og n er Antallet af dobbelte Slag pr. Minut.

Anvendes en cylindrisk Kjedle med eet indvendigt Ild rør, saa kan man sætte den fornødne Ildflade:

$$F = 15{,}5 \times 21{,}5 = 333{,}25 \text{ Kvadratfod.}$$

Vil man derimod anvende en almindelig Rørkjedle, saa kan man sætte Ildfladen:

$$F = 9{,}5 \times 21{,}5 = 204{,}25 \text{ Kvadratfod.}$$

Den fornødne Brændemængde af almindelige Stenkul, regnet i Tønder pr. Time, kan sættes:

$$B = \frac{62 \times 21{,}5}{240 \times 6000} (606{,}5 + 0{,}305 \,.\, 146 - 10) = 0{,}6 \text{ Tønder,}$$

og Ristefladen $= 0{,}5 \times 21{,}5 = 10{,}75$ □′.

Lader man Stemplets midlere Hastighed være 5 Fod pr. Sekund, saa faaes videre af Tabellen Side 496 $Av = 268{,}3$, hvoraf Stempelarealet $A = \frac{268{,}3}{5} = 53.66$ □″, og Cylinderens Diameter $d = 8^1/_4$ Tomme.

Tages endelig Slagets Længde $l = 1^1/_2\ d$, saa bliver Antallet af Omdreininger pr. Minut:

$$n = \frac{30\, v}{l} = \frac{150}{1{,}03} = 146.$$

En condenserende Maskine af samme Indikatorhestekraft, med samme Damptryk $p = 60$ ℔ og arbeidende med $^2/_3$ Expansion, forbruger efter Tabellen Side 498 Dampmængden $Q = 0{,}843$ Kubikfod pr. Sekund, hvorefter Kjedlen pr. Time maa fordampe $\frac{2 \times 0{,}843 \times 3600}{415} = 14{,}6$ Kubikfod Vand. Den fornødne Ildflade bliver for Rørkjedle:

$$F = 9{,}5 \times 14{,}6 = 138{,}7 \text{ Kvadratfod,}$$

og Ristefladen:

$$= 0{,}5 \times 14{,}6 = 7{,}3 \text{ Kvadratfod.}$$

Af Tabellen findes ligeledes $Av = 364{,}2$. Beholdes derfor samme Hastighed af Stemplet, saa bliver Stempelarealet:

$$A = \frac{364{,}2}{5} = 72{,}84 \text{ □″,}$$

og Cylinderens Diameter $d = 9{,}63''$.

En kombineret Maskine af samme Indikatorhestekraft som de foregaaende, men blot med een stor og liden Cylinder, med Damptryk $p = 90$ ℔ og Expansionsforholdet $\frac{A}{A_1} = 4$, behøver efter Tabellen Side 499 pr. Sekund Dampmængden $Q = 0{,}978$ Kubikfod. Lader man som før Stemplernes midlere Hastighed være 5 Fod pr. Sekund, saa bliver Arealet af Stemplet i den lille Cylinder:

$$A = \frac{Av}{v} = \frac{573{,}4}{.\ 5} = 114{,}68\ \square'' \text{ og } d = 12'',$$

og Areal af Stempel i store Cylinder:

$$A_1 = 4A \text{ og } D = 24''.$$

Anmærkning. Enhver Dampmaskine forbruger en vis Mængde Damp, der ikke kommer til Virkning, ved Cylinderens saakaldte skadelige Rum, der er Volumet af den ene Dampkanal og Rummet mellem Stemplet og Cylinderens Bund, naar Stemplet er ved Enden af Slaget. Dette skadelige Rum kan efter Omstændighederne andrage til $^1/_{15}$ à $^1/_{30}$ af det af Stemplet beskrevne Rum, og en hertil svarende Dampmængde maa derfor tillægges den af Tabellerne fundne, ved Bestemmelsen af den af Kjedlen fordampede Vandmængde.

Naar til en Sømaskine ikke hører Overflade Condensator, saa bør pr. Time udblæses af Kjedlen $^1/_3$ af det fordampede Vand, hvilket ved ovenstaaende Exempel omtrentlig vil give et forøget Kulforbrug af 5 pCt.

Capitel IV.

§ 147. **Maskindeles Konstruktion.**

Cylinderen paa en Dampmaskine er i de fleste Tilfælde af Støbejern og maa altid have et stort Overskud af Styrke for at kunne taale Stød, Udboring o. s. v. Man kan bestemme Godstykkelsen efter Formelen:

$$t = \frac{Dp}{3000} + 0{,}5 \text{ Tommer,}$$

hvor D er Cylinderens Diameter i Tommer og p Damptrykket i ℔ pr. □″ over Athmosphæren. Bund og Laag gjøres gjerne noget tykkere, og Laaget fæstes til Cylinderen med Skruer af $^3/_4$ à 1″ Diameter, 4 til 6″ fra hinanden.

Større Cylindere, hvis Slider ikke kunne bevæge sig ud fra Slideplanet, bør forsynes med en Sikkerhedsventil i hver Ende forat give Afløb for Vand. Ventilerne holdes lukkede af Spiralfjedre, der udøve et noget større Tryk end Damptrykket paa Ventilfladen. Gaar man ud fra, at Vandet i Cylinderen ikke skal kunne udøve meget større Tryk mod Cylinderens Bund end Damptrykket, saa kan man sætte Arealet af Ventilaabningerne:

$$a = \frac{Av}{150\sqrt{p}} \text{ Kvadratfod,}$$

hvor A er Stempelarealet i Kvadratfod, v Stemplets Hastighed i Fod pr. Sekund og p Damptrykket i ℔ pr. □″.

Stemplets Høide pleier at være omkring $^1/_5$ af Cylinderens Diameter. Pakningen er Metal- eller Støbejernsringe, 1 til 3 i Antal, der ligge i Furer i Stemplets Omkreds. Ringene støbes og afdreies til en noget større Diameter end Cylinderens, hvorefter der udskjæres af dem et Stykke, saa at de kunne klemmes sammen saameget, at de gaa ind i Cylinderen. Ringenes Tryk mod Cylinderen vedligeholdes undertiden ved smaa Fjedre paa Bagsiden af Ringene eller ved et kileformigt Stykke, der ved en Spiralfjeder drives ind i Ringenes Udskjæring. § 148.

Diameteren af en Stempelstang af smeddet Jern kan sættes:

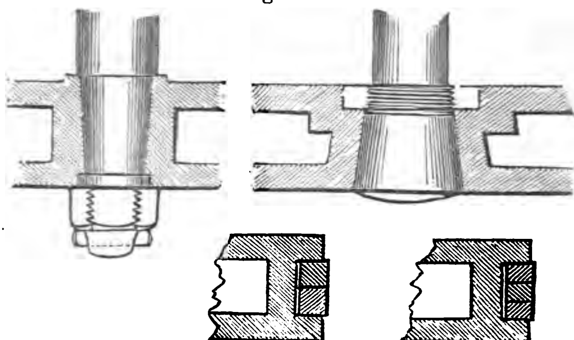
$$d = 0{,}0226 \sqrt{Dl} \text{ Tommer,}$$

hvor D er Cylinderens Diameter og l Stangens Længde i Tommer.

Maaden, hvorpaa Stempelstangen fæstes til Stemplet, afhænger af Cylinderens Konstruktion. Forlanger man, at Stempelstangen skal kunne tages ud, medens Stemplet forbliver i Cylinderen, saa maa Stangen fæstes med Mutter paa Bagsiden af Stemplet. Stangen, hvor den gaar igjennem Stemplet, gjøres gjerne conisk med en Stigning af $^1/_4$ à $^3/_8$″ pr. Fod, største Diameter $^1/_4$ à $^1/_2$″ mindre end Stangens Diameter og Mutterens Høide $^3/_4 \times$ Stangens Diameter. Mutteren hindres i at løsne ved en Kile gjennem Enden af Stangen. Stemplet støbes hult med en Godstykkelse lig Cylinderlaagets. Større Stempler ere ogsaa ofte forstærkede ved Ribber indvendig. Bosset gjøres 1 til $1^1/_2$ Gange Godset paa hver Endeflade. Naar man ikke kan udtage Stempelstangen uden at medtage Stemplet, eller naar Cylinderens Konstruktion af anden Grund medfører, at man ikke kan have Mutter paa Bagsiden, saa fæstes Stangen enten ved Kile gjennem Bosset, hvilken Kiles Tværsnit med Bredden 1 til Høiden 4 gjøres $^3/_8$ af Stempelstangens Areal, eller ogsaa ved Mutter paa Forsiden, hvilken ved større Stempler som oftest dannes af en Ring, der gaar ned i en Fordybning paa Forsiden af Stemplet, og hvis Høide kan sættes $^1/_4$ af Stemplets Høide. Stangens Ende gjøres conisk med en Stigning af 1 paa 10 à 12, og Bosset gjøres 1 til 2 Gange Godset i Stemplets Bund. Fig. 328 viser de to Befæstelsesmaader, samt den sædvanlige Indretning af Pakning.

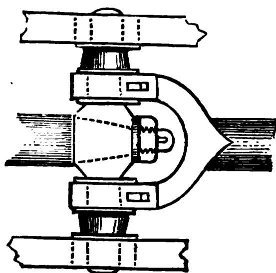
Ligger et Tværstykke horizontalt og bevæger det sig parallelt med Maskinens Axe, saa er gjerne dets Indretning som vist ved Fig. 329. Den gaffelformede Ende af Forbindelsesstangen er ved to Stroplagere fæstet til hver Side af Tværstykkets Hoved. Hovedet er ofte kugleformet med et conisk Hul for Stempelstangen, hvis største Diameter er $^1/_4$ til $^3/_8$″ mindre end Stempelstangens Dia-

Fig. 328.



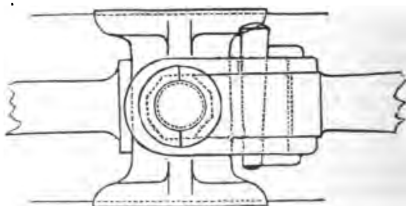
mater *D*, Stigning $^1/_4$ til $^3/_8$" pr. Fod og Høiden af Mutteren paa Enden af Stangen $^3/_4$ til 1 Gange *D*. Conussens Længde gjøres $1^1/_2$ *D* til $2D$, Diameter af Tappe for Stroplagere $^3/_4 D$ til $^7/_8$ *D* og Tappene i Styrerammene $^1/_2$ til $^3/_4$ af Stangens Diameter.

Fig. 329.



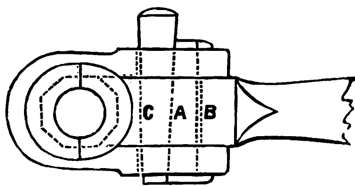
Ligger Tværstykket og Stempelstangen i et Plan, der staar lodret paa Maskinens Axe, saa staar Tværstykket ofte vertikalt, og dets Indretning kan da være som Fig. 330. Den gaffelformede Ende af Forbindelsesstangen griber om de to Ender af en Centertap gjennem Tværstykkets Hoved og Stempelstangens Ende. Diameteren af Tappen paa Midten, hvor den gaar gjennem Stempelstangen, gjøres lig Stempelstangens Diameter og Diameteren paa begge Ender $^3/_4$ til $^7/_8$ heraf.

Fig. 330.



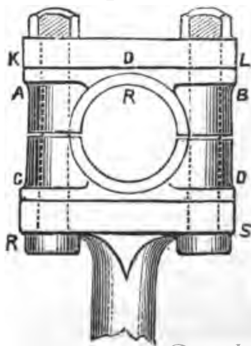
Forbindelsesstangens Diameter paa Midten pleier, naar Længden er den almindelige, at gjøres lig Stempelstangens Diameter, dens Diameter ved Enderne cirka $^7/_8$ heraf. Er Forbindelsesstangen usædvanlig lang, saa beregnes dens Diameter særskilt efter Formelen Side 505. Er Maskinens Krumtap mindre end 4 à 5″, saa fæstes Forbindelsesstangen til Krumtappen ved Stroplager. Indretningen af et saadant er vist ved Fig. 331. Det samlede mindste Tværsnit af Stroppen paa begge Sider gjøres altid mindre end Stangens Tværsnit, da nemlig Stroppen blot er udsat for strækkende Paavirkning. I Almindelighed er Stroppens Sektion $^3/_8$ til $^1/_2$ af Forbindelsesstangens, naar dennes Længde er den almindelige. Stroppens Høide i begge Ender, hvor den er forsynet med Hul for Kile og Nøgle, gjøres noget større, ofte ogsaa Høiden i Bøiningen. Sektionen af Kile og Nøgle tilsammen maa, naar de ere af Smeddejern, gjøres lig Stroppens Sektion; ere de af Staal kunne de gjøres mindre. I Almindelighed danner Sektionen af Kile og Nøgle tilsammen et Rektangel 4 Gange saa langt som bredt, Kilens Stigning er 1 paa 20 à 30, og Bredden *AB* paa Midten af Nøglen gjøres Halvparten af Bredden *BC* af Kile og Nøgle tilsammen. Metallet danner gjerne en noget sammentrykt Ottekant, hvis Godstykkelse kan variere mellem $^1/_4$ og $^3/_4$″. § 149.

Fig. 331.



Er Krumtappens Diameter større end 4 à 5″, saa fæstes Forbindelsesstangen til Krumtappen ved et Lager som vist ved Fig. 332. *AB* og *CD* ere to Metalstykker, der ved Bolte ere fæstede til Enden *RS* af Forbindelsesstangen. *KL* er et som Overlager tjenende Stykke smeddet Jern. Dettes Høide kan sættes $^3/_8$ à $^1/_2$ Krumtapdiameter, Bredden gjøres lig Forbindelsesstangens Diameter, Tykkelsen *RD* af Metallet $1^1/_2$ à 2″ og Kravens Tykkelse 1 til $1^1/_2$″. Det samlede Tværsnit af de to Bolte kan sættes omkring $^2/_3$ af Stangens Tværsnit.

Fig. 332.



§ 150.

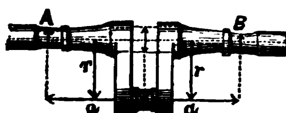


Fig. 333.

Axel og Krumtap. Diameteren af en Axel, saaledes som de i Almindelighed forekomme i Dampmaskinerne, med en Krumtap paa hver Axeende forenede ved en Krumtappinde *C*, Fig. 333, kan beregnes efter Formelen:

$$D = 4{,}125 \sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

og Krumtappindens Diameter:

$$d = 4{,}01 \sqrt[3]{\frac{a}{r} \cdot \frac{N}{n}},$$

hvor r er Krumtappens Længde, a Afstanden fra Midten af de to Lagere A og B og til Midten af Krumtappinden, N Maskinens Hestekraft og n Antallet af Omdreininger pr. Minut. Naar blot den ene Side af Axelen forplanter Kraften, saa kan man sætte Diameteren ved A, hvor ingen Vridning finder Sted:

$$D_1 = 0{,}053 \sqrt{P},$$

hvor P betegner Kraften paa Veven, og ved B:

$$D = 5{,}31 \sqrt[3]{\frac{N}{n}},$$

Krumtappindens Diameter:

$$d = 4{,}04 \sqrt[3]{\frac{a}{r} \cdot \frac{N}{n}},$$

og dens Længde $l = \frac{5}{4}\, d$.

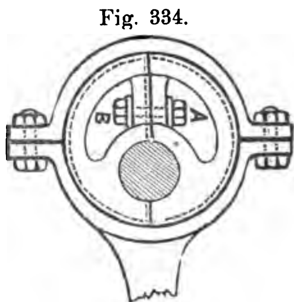
Dersom Krumtappene ere to ved Kiler paasatte Arme paa Axelenderne, og D er den ved ovenstaaende Formel bestemte Diameter af Axelen, saa gjøres Diameteren af Axelenderne, hvorpaa Krumtappene ere fæstede, noget større end D, Bossets Længde $l = 2\,D$ og dets Godstykkelse $t = 0{,}5\,D$. Bosset om Krumtappinden gjøres af Længden $l_1 = 1{,}3\,d$ og Godstykkelsen $t_1 = 0{,}5\,d$ samt om Veven, der forener de to Bos, er dobbelt saa bred som tyk, saa kan man sætte Tykkelsen

$$b = 10{,}08 \sqrt{\frac{N}{n}},$$

alt under Forudsætning af at Axel, Krumtap og Krumtappinde ere af Smeddejern.

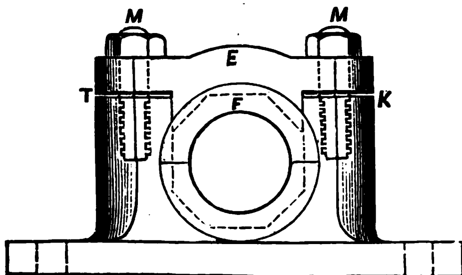
Naar den excentriske Skive, Fig. 334, ikke kan stikkes ind paa Axelen fra Enden, saa maa den ligesom Ringen gjøres i to Dele, der fæstes til hinanden ved en Bolt *AB*, der sættes saa nær som muligt ind paa Bosset af Skiven. Dersom nu Slidestangens Diameter = *D*, saa kan man sætte *D* = 0,4 × Stempelstangens Diameter. Diameteren af den Bolt, der fæster Excenterstangen til Slidestangen, sættes = $^3/_4$ til $^7/_8$ *D*, Diameteren af en Ørebolt = 0,5 til 0,6 Gange den sidstes Diameter og Diameteren af den Bolt, der fæster de to Halvparter af Skiven til hinanden, gjøres 1 til $1^1/_4$ Gange Diameteren af en Ørebolt. Tykkelsen af Skivens Bos gjøres $^1/_6$ til $^1/_8$ af Axelens Diameter og Tykkelsen af Skivens Ring og Arme $^3/_4$ til 1 Gange Bossets Tykkelse, Dybden af Furen langs Skivens Omkreds $^1/_4$ til $^1/_5$ af Skiveringens Tykkelse, Excenterringens Bredde = $^1/_2$ *D*, dens Tykkelse $^3/_4$ til 1 Gange Øreboltens Diameter og Skivens Bredde sættes lig Excenterringens Bredde + 2 Gange Furens Dybde. § 151.

Fig. 334.



Et almindeligt staaende Lager er vist ved Fig. 335. Metallet er som oftest ottekantet med en Godstykkelse af $^1/_8$ til $^1/_{12}$ af Axelens Diameter paa Siderne og $^1/_6$ til $^1/_8$ af § 152.

Fig. 335.

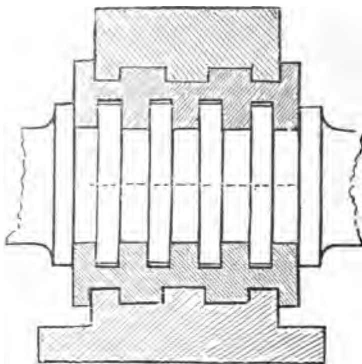


Diameteren over og under. Kravens Tykkelse i Axelens Retning gjøres lig Metallets Tykkelse paa Siderne. Overkanten *KT* af Underlageret gjøres paa større Lagere i Høide med Metallets Overkant, paa mindre Legere noget lavere. Underlagerets Tykkelse og Overlagerets Høide *FE* paa Midten pleier at være 0,5 × Diameten; Overlagerets Høide *DK* paa Enderne gjøres ofte noget mindre. Diame-

teren af Lagerboltene M pleier at være 0,3 D til 0,25 D, naar de ere to i Antal: er der fire, saa sættes Sectionen af hver Bolt = 0,6 × Sectionen af hver Bolt, naar der er to. Tykkelsen af Godset mellem Siden af Lagermetallerne og Bolten gjøres lig Boltens Radius, og Tykkelsen af Metallet udenfor Bolten gjøres $^7/_8$ til 1 Gange Boltens Diameter. Tykkelsen af Bundpladen kan sættes $^1/_2$ D til $^5/_8$ D, og det samlede Tværsnit af Bolte i denne gjøres $1^1/_4$ × det samlede Tværsnit af Lagerboltene.

Indretningen af et Lager til at modtage Trykket af Propelleren er vist ved Fig. 336. Axelen er forsynet med 6 til 8 Ringe, hvis Bredde efter Axelen kan sættes $^1/_6$ til $^1/_9$ af Axelens Diameter; Mellemrummet mellem Ringene pleier at være ligt Ringenes Bredde. Ringenes Høide efter Radien gjøres $^3/_4$ × Bredden og Metallets mindste Tykkelse over Ringene gjøres lig Ringenes Høide. Begge Metaller have paastøbte Ringe udenpaa, der passe i Furer i Over- og Underlageret. Antallet af disse er sædvanligvis 2. Antallet af Lagerbolte kan sættes 1 paa hver Side for Axler 3 til 5″ i Diameter; over disse Dimensioner bruges i Almindelighed 2 Bolte paa hver Side. Det samlede Tværsnit af Bolte kan sættes $^1/_9$ til $^1/_{11}$ af Axelens Tværsnit, Tykkelsen af Overlageret og af Underlagerets Bund omkring $^1/_4$ af Axelens Diameter, Høiden af Overlageret paa begge Ender = 3 × Diameteren af en Bolt og Tykkelsen af Godset rundt Bolten = $^2/_3$ af Boltens Diameter.

Fig. 336.



§ 153. **Svinghjul.** Dreies en Maskinaxel rundt ved en Krumtap formedelst en constant eller variabel Kraft i Retning af en Stempelstang, saa forstaar man ved $\delta = \frac{V - v}{c}$ Omdreiningsbevægelsens saakaldte Ujevnhedsgrad, naar V og v betegne Krumtappindens største og mindste Hastighed og c dens midlere Hastighed. Weisbach sætter Ujevnhedsgraden

$\delta = \frac{1}{20}$ til $\frac{1}{30}$ ved Maskiner, saasom Pumper, Møller o. s. v., der ikke trænge stor Jevnhed i Bevægelsen,

$\delta = \frac{1}{30}$ til $\frac{1}{40}$ ved Maskiner, der skulle have en nogenlunde jevn Gang, og

$\delta = \frac{1}{40}$ til $\frac{1}{60}$ ved Maskiner, der skulle have en saavidt muligt jevn Gang.

Man vil maaske dog finde, at man i Praxis som oftest nøier sig med en mindre Jevnhed i Bevægelsen. Betegner nu Q 𝔅 Vægten af Svinghjulets Ring, r Fod dens midlere Radius, N Maskinens Indikatorhestekraft og n Antallet af Omdreininger pr. Minut, saa kan man for Maskiner med 1 Krumtap og uden Expansion, sætte:

$$Q = \frac{10762000 \, . \, N}{\delta \, . \, n^3 \, . \, r^2},$$

med $^1/_2$ Expansion:

$$Q = \frac{12768000 \, . \, N}{\delta \, . \, n^3 \, . \, r^2}$$

og med $^3/_4$ Expansion:

$$Q = \frac{13680000 \, . \, N}{\delta \, . \, n^3 \, . \, r^2},$$

naar Forbindelsesstangen er 3 à 6 Gange længere end Krumtappen. I de fleste Tilfælde nøier man sig med den Jevnhedsgrad, som to Krumtappe giver. Ønsker man for dette Tilfælde ogsaa Svinghjul, saa kan man for Dampmaskiner med $^1/_2$ Expansion sætte:

$$Q = \frac{411000 \, . \, N}{\delta \, . \, n^3 \, . \, r^2}.$$

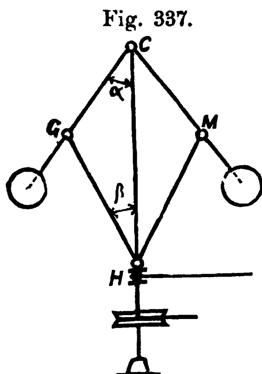
For Valseværker sættes efter Morin:

$$Q = \frac{240000000 \, . \, N}{\delta \, . \, n^3 \, . \, r^2},$$

hvor $\delta = \frac{1}{80}$ til $\frac{1}{20}$, hvilken sidste Værdi tages ved store Valseværker paa 80 til 100 Hestekræfter. Den midlere Radius af en Svinghjulring gjøres 3 til 4 Gange Krumtappens Længde og Ringens Tværsnit bliver $A = 0{,}00037 \frac{Q}{r}$ □'. Antallet af Arme er efter Hjulets Størrelse 4 til 8, og det midlere Tværsnit af en Arm $^1/_4$ til $^1/_2$ af Ringens Tværsnit. Svinghjulaxelens Diameter ved Krumtapbevægelse sættes $D = 6{,}64 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$. Bruges Svinghjulet tillige som Remskive eller Tandhjul, saa sættes $D = 7{,}72 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$, og i dette Tilfælde gjøres Hjularmene stærkere.

§ 154. Det **coniske Pendel,** Fig. 337, er det til Regulering af Landdampmaskiners Gang hyppigst anvendte Apparat. Den verticale Axe sættes i Omdreining af Maskinen, og Pendelarmene hæve eller sænke Hylsen H ved Stængerne GH og MH. Hylsen staar i Forbindelse med Maskinens Strubeventil. Er P den til at forskyve Hylsen fornødne Kraft, r Kuglernes midlere Afstand fra Omdreiningsaxen, $CH = a$ Hylsens midlere Dybde under C, Q Vægten pr. Kugle, Vinklerne $GCH = \alpha$ og $GHC = \beta$, n Antallet af Omdreininger pr. Minut ved normal Gang og l Pendelarmenes Længde, saa kan man sætte:

Fig. 337.



$$n = \frac{53{,}38}{\sqrt{l \,.\, \text{Cos.}\, \alpha}},\; l = \frac{2849}{n^2 \,.\, \text{Cos.}\, \alpha} \text{ og } r = l \,.\, \text{Sin.}\, \alpha.$$

Er videre δ den tilladelige Ujevnhedsgrad, saa bliver:

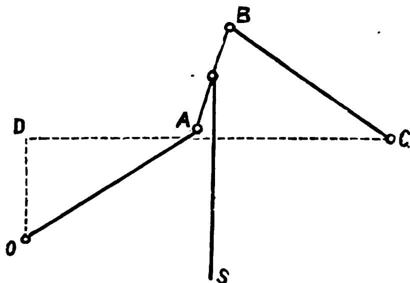
$$Q = \frac{Pa \,.\, \text{Tang.}\, \beta}{2r \,.\, \delta},\; \text{Tang.}\, \beta = \frac{2Q\delta r}{Pa} \text{ og}$$

$$a = \frac{2Q\delta r}{P \,.\, \text{Tang.}\, \beta}.$$

Den sædvanlige Vægt pr. Kugle er 30 til 80 ℔, og Pendelarmenes midlere Vinkel med Axen er 30 til 40°.

§ 155. **Parallelbevægelse** passende baade for Ballancemaskiner og direkte virkende Maskiner er vist ved Fig. 338. MS er

Fig. 338,



Stempelstangen, OA og BC to Par af Stænger, der ere forbundne ved det dobbelte Lænkestykke AB. Til et

Punkt M paa dette er Stempelstangen fæstet, og fra M udgaar ligeledes Forbindelsesstangen til Krumtappen. Er M saaledes beliggende, at $BA = a = n \,.\, BM$ og $BC = L$, $OA = l$, Slagets Længde $= s$, Høiden af den af L beskrevne Bue $= h$, og de to faste Punkters horizontale og verticale Afstand $DC = x$ og $OD = y$, saa gjælde Formlerne:

$$h = L - \sqrt{L^2 - \frac{s^2}{4}},$$

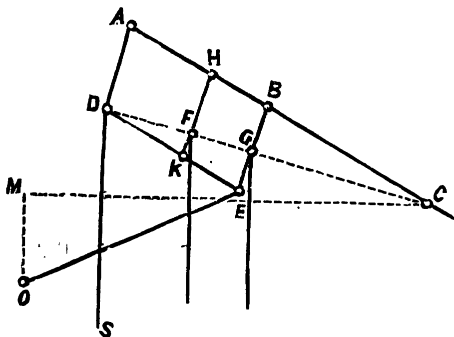
$$l = \frac{s^2 + 4\,(n-1)^2\,h^2}{8\,(n-1)\,h} = \frac{L + n\left(\frac{1}{2}\,n - 1\right)\,h}{n-1},$$

$$x = L + l - \frac{nh}{2} \text{ og } y = \sqrt{a^2 - \left(\frac{nh}{2}\right)^2}.$$

Ophængningspunktet M er som oftest anbragt paa Midten af AB, d. e. $n = 2$ og $L = l$. Punkt M's største Sideafvigelse bliver da $\delta = \pm\, 0{,}00138\, \frac{s^5}{aL^3}$.

Ved den Wattske Parallelbevægelse, Fig. 339, forestiller AC Ballancens ene Arm, AD og BE to dobbelte

Fig. 339.



Lænkestykker, der sammen med DE danner Parallelogrammet AE. I Hjørnet D af dette er fæstet Stempelstangen DS. Styrestangen EO har sit faste Punkt ved O. Dersom nu $AC = L$, $BC = \frac{1}{n}\,L$, altsaa $AB = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\,L$, Slagets Længde $= s$ og Lænkestykkerne $AD = BE = a$, Styrestangens Længde $OE = l$, Høiden af den af AC beskrevne Bue $= h$, og de to faste Punkters horizontale og verticale Afstand $OM = x$ og $CM = y$, saa har man:

$$h = L - \sqrt{L^2 - \frac{s^2}{4}},$$

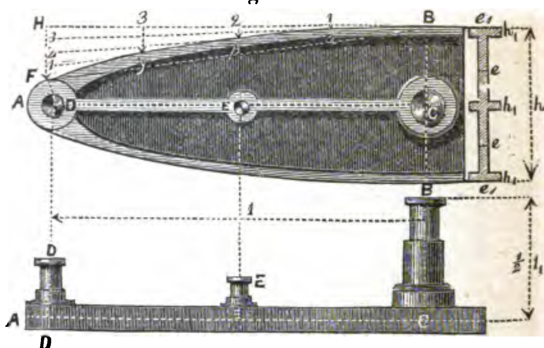
$$l = \frac{s^2 + 4(n-1)^2 h^2}{8n(n-1)h} = \frac{L + n\left(\frac{1}{2}n - 1\right)h}{n(n-1)},$$

$$x = \frac{1}{n}L + l - \frac{h}{2} \text{ og } y = \sqrt{a^2 - \left(\frac{h}{2}\right)^2}.$$

I Almindelighed er $n = 2$, og man faar $l = \frac{1}{2} L$. Den største Sideafvigelse bliver som ovenfor $\delta = \pm 0{,}00138 \frac{s^5}{a \,.\, L^3}$. Punkter som F og G, hvor den rette Linie DC skjærer Lænkestykkerne HK og BE, bevæge sig parallele med D, og kunne derfor tjene som Ophængningspunkter for Stempelstænger.

§ 156. **Ballancen** anvendes ikke gjerne ved Maskiner, hvor Stemplets Hastighed er større end 5 à 6′ pr. Sekund. Mindre Ballancer ere ofte støbte i eet Stykke, større Ballancer derimod i to ved Siden af hinanden liggende Stykker, der ere forbundne til hinanden ved Ballancens Axer. Ballancer af Smeddejern ere altid dannede af to Stykker Plader. Ballancearmenes Længde er gjerne $^3/_2$ af Stempelslaget; de ere af rectangulært Tværsnit, hvis Høide aftager imod Enden A, Fig. 340, og ere forsynede med en

Fig. 340.



Midtribbe og Ribber langs Kanterne. Dersom $CA = l$ og $BB = h$, Ballancens Tykkelse $= e$, Ribbernes Tykkelse $= h_1$, Ballancens Tykkelse over Ribberne $= e_1$ og P Kraften paa Enden, saa kan man sætte:

$$\frac{h}{l} = \frac{1}{4} \text{ til } \frac{1}{3}, \ \frac{h}{e} = 12 \text{ til } 20,$$

$$h_1 = e, \ e_1 = \frac{1}{5} h \text{ og } e = 0{,}00771 \frac{P}{l},$$

naar Ballancen er af Støbejern; er den af Smeddejern, gjøres den af $^3/_4$ Tykkelse mod Støbejern. Længden af Ballancens Midtaxe gjøres $l_1 = {^3/_2}\, h$, fra Ende til Ende, dens Diameter paa Midten gjøres:

$$d = 0{,}1 \sqrt[3]{\frac{1}{4}\,(P + Q + V)\, l_1}\,,$$

og Diameteren af dens Tappe:

$$d_1 = 0{,}0247\ \sqrt{P + Q + V},$$

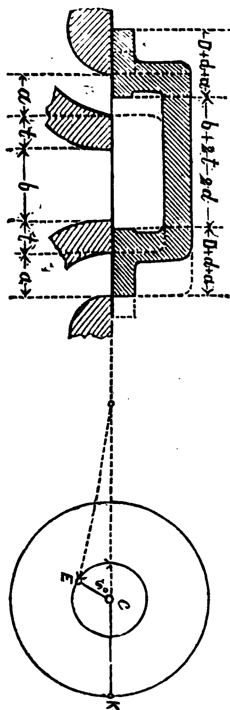
hvor P og Q ere de virkende Kræfter paa Ballancens Ender og V Ballancens Vægt. Bosset omkring Omdreiningsaxen gjøres af Længden $l_2 = 0{,}4\ h$ til $0{,}5\ h$ og af Godstykkelsen $t_2 = 0{,}09\ h$ til $0{,}1\ h$. Diameteren af Tappen paa Ballanceenden A gjøres $0{,}71 \times$ Krumtappindens Diameter og dens Bos af Længde $0{,}32\ h$ og af Diameter $0{,}4\ h$.

For at finde Ballancens Omrids trækker man fra B en Tangent til Omkredsen af Bosset A og en Linie BH parallel med Axen CA; derpaa deles FH og HB i lige Dele, hvorpaa Linier trækkes som vist paa Figuren. Punkterne α, β og γ ligge da i det søgte Omrids.

§ 157.

Dampslider. Dersom en Dampmaskine skal arbeide uden Expansion og Dampventilen er en Slide, saa maa Excentricitetens Forsprang for Krumtappen være 90°, Slidefjæsene ved Begyndelsen af Stempelslaget netop dække begge Dampporte og Excentriciteten lig Dampportens Bredde.

Fig. 341.



Indrettes Sliden til at stænge Damptilførselen inden Slaget er fuldført, saa forlænges Slidefjæsene i Bevægelsens Retning, d. e. Sliden forsynes med udvendig Dækning (Lap). Skal saa Sliden aabne for Dampen, idetsamme Stemplet vender, saa maa Excenterskiven, med uforandret Stilling af Krumtappen, dreies saa meget til Venstre, at den yderste Kant af Sliden dækker den yderste Kant af Dampporten, Fig. 341. En Dampslide, der er konstrueret til en bestemt Expansion, vil, dersom dens Huling er saa stor som den indre Afstand mellem Dampportene, stænge for Afløbet noget før Slaget er fuldendt, men samtidigt vil den anden Port aabnes for Afløb. Slidens indre Dækning, d. e. Slidefjæsenes

Forlængelse indad, bevirker, at den expanderende Damp beholdes længere Tid inde i Cylinderen, og at Lukning af forreste Port indtræder tidligere. Er nu a Dampportenes Bredde, b Afløbsportens Bredde, t Tykkelsen af Skillevæggene mellem Portene, D og d den ydre og den indre Dækning, r Excentricitetens Vinkel med Midtlinien AC, idet Stemplet vender, $CK = R =$ Krumtappens Længde, $CE = r =$ Excentriciteten, og Dampen skal virke ved Expansion gjennem $\frac{1}{n}$ af Slaget, saa kan man, naar man sætter Stængernes Skraahed udaf Betragtning, sætte:

$$\text{Cos. } v = \sqrt{\frac{1}{n}} \text{ og } D = r \,.\, \text{Cos. } v,$$

$$a = \frac{1}{2} b = r\,(1 - \text{Cos. } v),\ r = \frac{a}{1 - \text{Cos. } v},$$

$$t = D + d + a - \frac{b}{2},$$

naar den mindste Aabning af Afløbsport og den største af Dampport skal være $a = \frac{1}{2} b$. Skal den mindste Aabning af Afløbsport være $\frac{1}{k}\, b$ og den største af Dampporten være $\frac{1}{m}\, a$, saa bliver:

$$t = D + d + \frac{a}{m} - b\left(1 - \frac{1}{r}\right).$$

Den fornødne Størrelse af en Dampport er angivet Side 501. En enkelt Dampport gjøres gjerne 4 til 5 Gange længere end dens Bredde.

Stemplets Afstand fra Enden af Slaget, naar Sliden stænger Afløbet kan sættes:

$$A = R\left[1 + \text{Cos. } (2\,v + \alpha)\right],$$

hvor α bestemmes af:

$$\text{Sin. } \alpha = \frac{D}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{d}{r}\right)^2} - \frac{d}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{D}{r}\right)^2},$$

og Stemplets Afstand fra Enden af sin Bane, naar den expanderende Damp slipper ud, bliver:

$$A_1 = R\left[1 - \text{Cos. } (2\,v + \alpha_1)\right],$$

hvor α_1 bestemmes af:

$$\text{Sin. } \alpha_1 = \frac{d}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{D}{r}\right)^2} + \frac{D}{r}\sqrt{1 - \left(\frac{d}{r}\right)^2}.$$

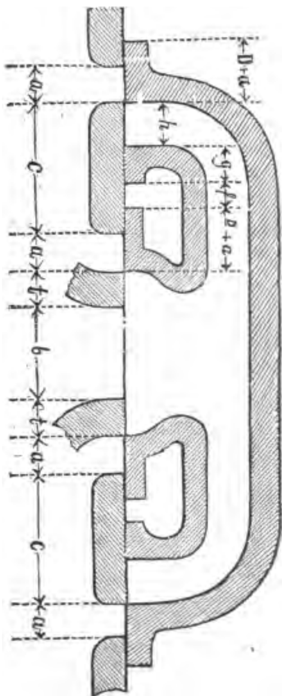
Størrelsen af den indre Dækning d bør afhænge af Dampens Spændighed og Expansionsgraden, idet den for høiere Spændigheder med Fordel gjøres større. Ved mindre Spændigheder af Dampen er som oftest $d = 0$,

og den gjøres ikke over ¼ à ⅜". I ethvert Tilfælde maa man sørge for, at det Arbeide, man vinder ved at holde den expanderende Damp inde gjennem en længere Del af Slaget, ikke bliver mindre end det Tab, der opstaar, ved at den svage Damp paa Forsiden af Stemplet bliver sammenpresset.

Mange Slider ere ogsaa indrettede til at aabne en Del af Dampporten før Stemplet vender, idet Excentrikcentrets Forsprang for Krumtappen gjøres lidt større end det af ovenstaaende Formel bestemte. Bredden af denne fortidligt aabnede Del af Dampporten, Leaden, gjøres $^1/_{16}$ til ¼ Tomme.

For at formindske Slideslaget og Arbeidet for at bevæge Sliden anvendes ofte paa større Maskiner dobbeltportede Slider. En saadan er vist ved Fig. 342. Dækningen bestemmes som ovenfor af Expansionsgraden. Bredden af de to Porte tilsammen gjøres lig Bredden af Dampporten ved en almindelig Slide. Skal saa Sliden aabne Dampportene helt og ikke overdække mere end Halvparten af Afløbsporten, saa sættes:

Fig. 342.



$$t = D + d + a - \frac{b}{2},$$

$$f = \frac{3}{4}\,a \text{ til } 1a, \qquad g = a - f + \frac{1}{4}''$$

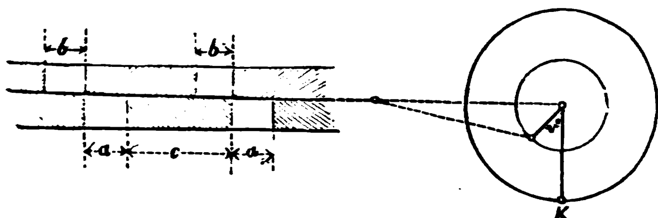
$$h = D + \frac{3}{4}\,a, \qquad c = D + f + g + h.$$

Skal Sliden blot aabne $\frac{1}{m}$ af Dampportene, og den mindste Aabning af Afløbsporten være $\frac{1}{k}\,b$, saa bliver som ovenfor:

$$t = D + d + \frac{a}{m} - b\left(1 - \frac{1}{k}\right).$$

§ 158. Skal mere end $\frac{1}{3}$ Expansion anvendes, saa frembringes denne ved en egen Indretning, som oftest saa som Fig. 343 udviser. Expansionssliden drives af en egen Excenterskive.

Fig. 343.



Er dennes Excentricitet $= r_1$, Bredden af en Aabning i Expansionssliden $= b$ og i dens Plan $= a$, Expansionsgraden $= \frac{1}{n}$, $v^0 =$ Skivens Forsprang for Krumtappen og $c =$ Bredden af Mellemrum mellem Aabninger, saa sættes:

$$\text{Cos. } \beta = \frac{2}{n} - 1 \quad \text{og} \quad v = 90^0 - \frac{\beta}{2};$$

$$r_1 = \frac{a + b}{2 \text{ Sin. } \frac{\beta}{2}} \quad \text{og} \quad c = b + r_1 (1 - \text{Cos. } v) + \frac{1}{4}'':$$

Arealet af Aabningerne i Sliden og dens Plan maa idetmindste være saa stort som Arealet af en Dampport. Antallet af Aabninger er gjerne 2 à 3.

§ 159. **Hjul med bevægelige Skovler.** Ved et Hjuls Slip forstaaes Forskjellen mellem Hjulets Peripherihastighed og Skibets Hastighed, og ved Hjulets Virkningsgrad Forholdet mellem den Del af det til at drive Hjulet fornødne Arbeide, der benyttes til at drive Skibet frem, og det hele Arbeide.

Sættes

$c =$ Skibets Hastighed i Fod pr. Sekund,
$v =$ Skovlcentrenes Hastighed,
$P\text{℔} =$ Vandets Modstand mod Skibets Bevægelse,
$A\square' =$ Arealet af et Par Skovler,
$N =$ fornøden Hestekraft af Maskinen foruden dens egen Modstand,
$\frac{E}{K} =$ Hjulets Virkningsgrad,
$s =$ Hjulets Slip i Fod pr. Sekund,

saa er for stillestaaende Vand:

$$A = \frac{1{,}98\,P}{s\,(s + c)}, \qquad N = \frac{P\,(s + c)}{29100},$$

$$\frac{E}{K} = 1 - \frac{s}{v}, \qquad n = \frac{9{,}55}{r}.$$

Følgende Tabel indeholder efter Rankine $\frac{s}{c}$, $\frac{s}{v}$ og $\frac{E}{K}$ d. e. Forholdet mellem Slippen og Skibets Hastighed, Forholdet mellem Slippen og Hjulets Hastighed samt Virkningsgraden.

$\frac{s}{c}$	$\frac{s}{v}$	$\frac{E}{K}$	$\frac{s}{c}$	$\frac{s}{v}$	$\frac{E}{K}$
0,100	0,091	0,909	0,325	0,245	0,755
0,125	0,111	0,888	0,350	0,259	0,741
0,150	0,130	0,870	0,375	0,273	0,727
0,175	0,149	0,851	0,400	0,286	0,714
0,200	0,167	0,833	0,425	0,298	0,702
0,225	0,184	0,816	0,450	0,310	0,690
0,250	0,200	0,800	0,475	0,322	0,678
0,275	0,216	0,784	0,500	0,333	0,667
0,300	0,231	0,769			

Skovlernes Længde gjøres 2 til 3 Gange Bredden og Hjulets største Nedsænkning $1^1/_2$ til 2 Gange Bredden. Den midlere Radius fra Hjulcenter til Center af Skovler gjøres 3 til 5 Gange Skovlernes Bredde og Afstanden mellem Skovlerne 1,5 til 2 Gange Bredden. Længden af Armene *DG* og *BF*, Fig. 344, gjøres omkring 0,6 af Skovlbredden.

Fig. 344.

For at finde Centret for den excentriske Tap *K* beskrives først med Axelcentret *A* som Center en Cirkel gjennem Skovlernes Midtpunkter. Fra denne Cirkels Skjæringspunkter med Vandlinien *VV* trækkes til Endepunktet *C* af den verticale Diameter *BC* Linierne *DC* og *EC*, hvilke angive Skovlernes Stilling ved Indtrædelsen og Udtrædelsen af Vandet, og lodret paa disse sættes Armene $DG = BF$. Beskrives saa fra Punkterne *F* og *G* Krydsbuer, saa ligger det søgte Center *K* i den Linie, der gaar gjennem disse Buers Skjæringspunkter.

For at finde om Styrestængerne *GK* og *FK* ikke støde an mod den indre Kant af Skovlen, saa forlænges Excentriciteten *AK* til *M*, og gjøres saa $KM = KH$, $ML = HE$, og Skovlen sættes lodret paa denne sidste, saa faaes den Stilling af en Skovl, hvori Skovl og Styrestang ere hinanden nærmest.

Ved Hjul med faste Skovler gjøres Diameteren 5 til 6 Gange Hjulets største Nedsænkning, og denne sidste $^1/_3$ til $^1/_2$ af Fartøiets Dybgaaende. Antallet af Skovler gjøres 1 for hver Fod af Diameteren og Skovlernes Bredde $^2/_3$ til 1 Gange Delingen.

§ 160. **Skruepropellere.** Ved disse skjelnes mellem den virkelige og den tilsyneladende Slip. I Skibets Kjølvand er der nemlig en Strømning, der bevæger sig med en vis Hastighed c_1 i samme Retning som Skibet, og Propellerens virkelige Slip vil være Hastigheden af den af Propelleren udsendte Vandstrøm relativt til stillestaaende Vand + Hastigheden c_1. Effekten af en Propeller vil fornemmelig være afhængig af Stigningen og Diameteren, mindre derimod af Længden og Bladenes Antal, naar disse holde sig inden rimelige Grændser. Den indbyrdes Forbindelse mellem disse Størrelser angives forskjelligt. Efter den af Kaptein Geelmuyden, som Resultat af en Mængde Forsøg med Skruer af forskjellig Form, opstillede Formel for den virkelige Slip, kan man beregne en Skruepropeller efter følgende Formler:

$$(I) \ldots \quad s = 0{,}0608 \sqrt{\frac{M^{0,8} \cdot c^{2^1/_3} \cdot p^{2,1}}{R^{3,53} \cdot m^{0,7} \cdot \sqrt{l}}}$$

$$(II) \ldots \quad p = 14{,}58 \sqrt[2,1]{\frac{R^{3,53} \cdot s^2 \cdot m^{0,7} \cdot \sqrt{l}}{c^{2^1/_3} \cdot M^{0,8}}}$$

$$(III) \ldots \quad p = \frac{60}{n}\left[s + c\left(1 - \frac{c_2}{c}\right)\right]$$

$$(IV) \ldots \quad n = \frac{60}{p}\left[s + c\left(1 - \frac{c_1}{c}\right)\right]$$

$$A_1 = \frac{1}{3} A \text{ til } \frac{2}{3} A \qquad \text{Tang.}\, \alpha = \frac{p}{2R\pi}$$

$$l = \frac{A_1}{m} \frac{p}{\pi (R^2 - r^2)} \qquad \frac{E}{K} = 1 - \frac{60 \,.\, s}{p \,.\, n},$$

hvori Bogstaverne have følgende Betydning:

R = Skruens Radius til Yderkant af Bladene,
p = Skruens Stigning,
l = Skruens Længde,
M = Fartøiets Middelspantareal,
m = Antallet af Blade,
n = Antallet af Omdreininger pr. Minut,
c = Skibets Hastighed i Fod pr. Sekund,
c_1 = Hastigheden forover, hvormed Kjølvandet følger Skibet,
s = den virkelige Slip i Fod pr. Sekund,
A = Arealet af en Cirkel med Radius lig R,
A_1 = Bladenes Projection paa et Tværskibsplan,
r = Bossets Radius,
α = Bladenes Stigningsvinkel i Peripherien,
$\frac{E}{K}$ = Propellerens theoretiske Virkningsgrad.

For Skibe af middels Skarphed kan man sætte $c_1 = 0{,}2c$. Radien R af en Propeller vil som oftest være bestemt af Fartøiets Konstruktion og ligeledes Omdreiningsantallet n bestemt af Maskinen. Man anvender da Formlerne paa den Maade, at man, idet man gaar ud fra et Fartøi af et givet Middelspantareal og med en given Hastighed, udtrykker Slippen s ved Stigningen p ved Hjælp af Ligning I, indsætter det fundne Udtryk i Ligning III og løser denne med Hensyn paa p. Har man ikke n givet, saa vælger man en Værdi af Slippen, der staar i et passende Forhold til Hastigheden c. Den fornødne Stigning bestemmes da af Ligning II og n af Ligning IV. Formedelst Propellerens Friction i Vandet kan man paaregne et Tab i Virkningsgrad af 5 à 15 %. Stigningen pleier at være 1 til 2 Gange Diameteren.

For Vandets Modstand mod Skibets Bevægelse har man empiriske Formler, der give mere eller mindre afvigende Resultater. I Geelmuydens Formel er Modstanden antaget proportional med $M^{0,8}$ og med $c^{2^1/_3}$, uden Hensyn til Fartøiets Skarphed. Af en Mængde Forsøg udførte i den franske Marine har Bourgois for Kraften til at trække et Skib gjennem Vandet udledet følgende Formel:

$$P\mathfrak{B} = 0.0495\, c^2 \,.\, M + 0{,}000769\, c^4 \,.\, b + 0{,}00295\, c \,.\, L\ (b + 2t),$$

hvor M og c have samme Betegnelse som ovenfor, b betegner Fartøiets Bredde, L dets Længde i Vandlinien og t dets Dybgaaende i Fod. Maskinens effektive Hestekraft bliver da:

$$N = \frac{Pc}{485 \,.\, \frac{E}{K}},$$

og dens Indikatorhestekraft:

$$N_1 = \frac{Pc}{485\left(\frac{E}{K}\right)\left(\frac{E_1}{K_1}\right)},$$

hvor $\frac{E_1}{K_1}$ betegner Maskinens egen Virkningsgrad. Til Lettelse ved Bestemmelsen af P er indrettet følgende Tabel:

Hastighed i Knob pr. Time.	Hastighed i Fod pr. Sec. c.	c^2.	c^4.	0,0495 $\times c^2$.	0,000769 $\times c^4$.	0,00295 $\times c$.
6,10	10	100	10000	4,95	7,69	0,0295
6,71	11	121	14641	5,99	11,26	0,0325
7,32	12	144	20736	7,13	15,95	0,0354
7,92	13	169	28561	8,37	21,96	0,0384
8,52	14	196	38416	9,70	29,54	0,0413
9,14	15	225	50625	11,14	38,33	0,0443
9,76	16	256	65536	12,67	50,40	0,0472
10,38	17	289	83521	14,31	64,23	0,0502
11,00	18	324	104976	16,04	80,73	0,0535
11,60	19	361	130321	17,87	100,22	0,0561
12,20	20	400	160000	19,80	123,04	0,0590
12,81	21	441	194481	21,83	149,56	0,0620
13,42	22	484	234256	23,96	180,14	0,0649
14,64	24	576	331776	28,51	255,14	0,0708
15,86	26	676	456976	33,46	351,41	0,0767
16,04	28	784	614656	38,81	472,67	0,0826
18,30	30	900	810000	44,55	622,89	0,0885

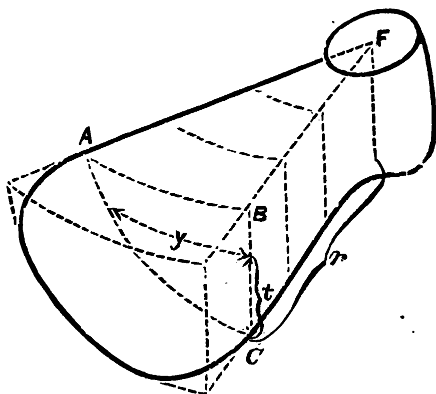
I den nyere Tid anvendes ofte Propellere med stigende Stigning, idet den i Agterkant af Bladene er indtil $^1/_5$ større end i Forkant. Dersom *AFC*, Fig. 345, er et Blad af en Propeller, *AF* Bladets Agterkant, Linien *AC* Skjæringslinien mellem Propellerens virkende Flade og den med Bosset koncentriske Cylinderflade *ABC*, saa kan man sætte:

$$y = \frac{2lr\pi}{p-p_1} \text{ Log. nat. } \left(1 + \frac{p-p_1}{lp_1}\, x\right),$$

hvor p og p_1 ere største og mindste Stigning, l Propellerens Længde og r Cylinderfladen *ABC*'s Afstand fra Centret. Propellere med stigende Stigning forholde sig temmelig nær, som om de havde den største Stigning hele Veien, men Bladene blive stærkere.

Exempel. Et Fartøis Længde i Vandlinien er $L = 130'$, Middelspantareal $M = 100\ \square'$, største Bredde

Fig. 345.



$b = 20'$, Dybgaaende $t = 8'$, Diameteren af dens Propeller $= 6^1/_2{}'$, dens Længde $l = 1'$, Antal Blade $m = 3$. Fartøiet skal gjøre en Fart af 8 Knob $= 13{,}12'$ pr. Secund. Hvor stor bliver Propellerens Stigning, samt hvor mange Omdreininger maa den gjøre pr. Minut, naar man sætter den virkelige Slip $s = 45\ {}^0/_0$ af $c = 5{,}906'$ og hvad bliver Maskinens effektive Hestekraft:

$$
\begin{aligned}
\text{Log.}\, R^{3,53} &= 1{,}80694 \\
\text{„}\ s^{2} &= 1{,}54258 \\
\text{„}\ m^{0,7} &= 0{,}33398 \\
\hline
&\ 3{,}68350 \\
\text{„}\ M^{0,8}.c^{2^1/_3} &= 4{,}20850 \\
\hline
&\ 9{,}47500-10 \\
\text{„}\ \sqrt[2,1]{\quad} &= 9{,}75000-10 \\
\text{„}\ 14{,}58 &= 1{,}16376 \\
\hline
\text{„}\ p &= 0{,}91376 \\
p &= 8{,}19 \text{ Fod.}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{Log.}\ c^{2^1/_3} &= 2{,}60850 \\
\text{„}\ M^{0,8} &= 1{,}60000 \\
\hline
\text{„}\ M^{0,8}\, c^{2^1/_3} &= 4{,}20850
\end{aligned}
$$

Sættes $c_1 = \frac{1}{5}\ c$, saa er

$$
\begin{aligned}
s &= 5{,}906 \\
c\left(1-\frac{c_1}{c}\right) &= 10{,}496 \\
\hline
&\ 16{,}402 \\
\hline
\text{Log.} &= 1{,}21489 \\
\text{Log. } 60 &= 1{,}77815 \\
\hline
&\ 2{,}99304 \\
\text{Log.}\, p &= 0{,}91376 \\
\hline
\text{Log.}\, n &= 2{,}07928 \\
n &= 120 \ \text{Omdr. pr. Minut.}
\end{aligned}
$$

Til Bestemmelse af P findes:

$$\begin{aligned} 0{,}0495\ c^2 . M &= 790{,}12 \\ 0{,}000769\ c^4 . b &= 182{,}29 \\ 0{,}00295\ L\,(b+2t)\,c &= 181{,}12 \\ P &= 1153{,}53\ \text{℔}. \end{aligned}$$

$$\frac{E}{K} = 1 - \frac{60 \times 5{,}906}{8{,}19 \times 77{,}55} = 0{,}64 - 10\,\% = 0{,}576,$$

og Maskinens effektive Hestekraft bliver:

$$N = \frac{1153{,}53 \times 13{,}12}{485 \times 0{,}576} = 54{,}17 \text{ Hestekræfter.}$$

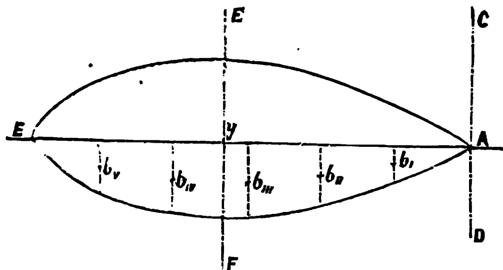
Capitel V.

Skibsbygningskunst.

§ 161. **Skibes Stabilitet m. m.**

Deles Længden af Linien AB, Fig. 346, i et lige Antal

Fig. 346.



ligestore Dele og disses Antal $= n$, samt deres indbyrdes Afstand $=$ h, saa er Arealet af Fladen $AEBF$,

$$V = \frac{2 . h}{3} \left(1 . b_0 + 4 . b_1 + 2b_2 + 4b_3 \ldots\ldots + 4b_{n-1} + 1 . b_n\right).$$

Tyngdepunktet af Fladen, regnet fra A, er

$$y = h . \frac{1.b_0 . 0 + 4b_1 . 1 + 2.b_2 . 2 + 4.b_3 . 3 \ldots + 4.b_{n-1} . (n-1) + 1b_n . n}{1.b_0 + 4.b_1 + 2.b_2 + 4.b_3 \ldots + 4.b_{n-1} + 1.b_n}$$

Volumet af den fortrængte Vandmasse, som i det Følgende kaldes Skibets Deplacement, er

$$D = \frac{h}{3}\left(1 \, . \, S_0 + 4 \, . \, S_1 + 2 \, . \, S_2 + 4 \, . \, S_3 \ldots + 4 \, . \, S_{n-1} + 1 \, . \, S_n\right),$$

hvor S betegner Arealet af de Sektioner, som falde i Delingerne 0, 1, 2, 3 o. s. v.

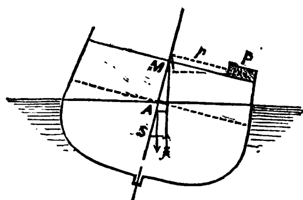
Deplacementets Tyngdepunkt fra A er

$$Y = h . \frac{1.S_0.0 + 4.S_1 . 1 + 2.S_2 . 2 + 4.S_3 . 3 \ldots + 4S_{n-1}.(n-1) + 1.S_n.n}{1.S_0 + 4.S_1 + 2.S_2 + 4.S_3 \ldots + 4.S_{n-1} + 1.S_n}.$$

Om man i de to sidste Formler istedetfor S_0, S_1, S_2... sætter V_0, V_1, V_2 ..., findes Deplacementet ved Hjælp af Vandliniernes Arealer, og dets Tyngdepunkt fra Skibets Grundlinie, naar V_0 er den underste Deling.

Betydningen af et flydende Legemes Metacentrum er fremsat i § 86.

Fig. 347.



Et Skibs Metacentrums Høide over Deplacementets Tyngdepunkt findes for en uendelig liden Krængningsgrad ved at dividere Vandliniens Træghedsmoment om en horizontal Længdeaxe gjennem dens Tyngdepunkt med Skibets Deplacement.

Træghedsmomentet om Axen AB, Fig. 346, findes af Formelen

$$T = \frac{h}{3}\left(1 \, . \, b_0^3 + 4b_1^3 + 2b_2^3 + 4b_3^3 \; \ldots + 4b_{n-1}^3 + 1 \, . \, b_n^3\right) . \frac{2}{3}$$

og Metacentrets Høide SM, Fig. 347, over Deplacementets Tyngdepunkt

$$m = \frac{T}{D}.$$

Bliver Krængningsvinkelen af nogen Betydenhed, vil denne Formel ikke nøiagtigt angive Metacentrets Høide over Deplacementets Tyngdepunkt, hvortil udfordres vidtløftige Beregninger. Erfaring viser imidlertid, at Afvigelsen for Skibe af almindelig Konstruktion bliver saa liden, at den i Praxis vel kan oversees.

Om Afstanden mellem Deplacementets Tyngdepunkt S og Skibets Tyngdepunkt A sættes lig e, bliver Metacentrets Høide over dette

$$c = m - e$$

og, om φ er Skibets Heldingsvinkel, bliver Skibets statiske Stabilitet

$$s = D \, . \, c \operatorname{Sin.} \varphi.$$

Er $c = o$, bliver $s = o$; Ligevægten siges da at være neutral, fordi Skibet vil forblive i den Stilling, det engang er kommet i ved at bringes ud af den vertikale Stilling og er uden Tilbøielighed til igjen at indtage sin oprindelige Stilling. Heraf følger, at, om Skibet skal flyde med stabil Ligevægt, maa Metacentret ligge en vis Afstand over Tyngdepunktet, hvilken Afstand imidlertid er forskjellig i de forskjellige Skibe, dog i Almindelighed omkring 4 Fod.

Ligger Metacentret meget høit, hvorved den statiske Stabilitet bliver stor, vil Skibet i Almindelighed være udsat for voldsomme Bevægelser i Søen, hvorimod et lavt Metacenter bidrager til at gjøre Skibet roligere.

Beliggenheden af Skibets Tyngdepunkt A er vanskelig at bestemme nøiagtigt, før Skibet er bygget og kommet i Vandet, hvorimod det da let kan findes ved Forsøg.

Har Vægten P, Fig. 347, frembragt en Krængning φ^0 ved at flyttes Distancen p fra Midten af Skibet, saa er

$$P \, . \, p \, . \operatorname{Cos.} \varphi = D \, . \, c \operatorname{Sin.} \varphi.$$

hvoraf

$$c = \frac{P \, . \, p \operatorname{Cos.} \varphi}{D \operatorname{Sin.} \varphi} = \frac{P}{D} \, . \, p \operatorname{Cot.} \varphi.$$

Et Skibs Bevægelser i Længdeaxen foregaar om en Tværskibsaxe gjennem Vandliniens Tyngdepunkt; d e t l a n g s k i b s M e t a c e n t r u m staar i samme Forhold til disse Bevægelser som Metacentret for Tværskibsbevægelser til Skibets Bevægelser i Længdeaxen.

Det langskibs Metacentrums Høide over Deplacementets Tyngdepunkt findes ved at dividere Vandliniens Træghedsmoment om en horizontal Tværskibsaxe gjennem dens Tyngdepunkt med Deplacementet.

Vandliniens Træghedsmoment om Axen CD, Fig. 346, er

$$T_1 = {}^2/_3 . h^3 \left(1.b_0.0^2 + 4.b_1.1^2 + 2.b_2.2^2 + 4.b_3.3^2 \ldots + 4.b_{n-1}.(n\text{-}1)^2 + 1.b_n.n^2 \right),$$

og Træghedsmomentet om Axen EF gjennem Vandliniens Tyngdepunkt følgelig lig $T_1 - V \, . \, t^2$, hvor V er Vandliniens Areal og $Ay = t$.

Det langskibs Metacentrums Høide over Deplacementets Tyngdepunkt bliver altsaa

$$m_1 = \frac{T_1 - V \, . \, t^2}{D}.$$

Er Afstanden mellem S og A, Fig. 347, som før lig e, saa er det langskibs Metacentrums Høide over Skibets Tyngdepunkt A

$$c_1 = m_1 - e,$$

og, om Skibets Stilling i Længderetningen forandres φ^0, saa bliver det Moment, som frembringer nævnte Forandring

$$P . x = D . c_1 . \text{Sin.}\ \varphi.$$

Naar et Skib i stille Vand bringes i slingrende Bevægelse, kan Svingetiden findes af følgende Formel.

Skibets Træghedsmoment om Svingningsaxen være lig T_2, Vandliniens Trædhedsmoment om Axen AB, Fig. 346, som før lig T og Afstanden mellem Deplacementets Tyngdepunkt og Skibets Tyngdepunkt lig e, saa er Svingetiden

$$t = \pi . \sqrt{\frac{T_2}{g\,(T - De)}},$$

hvor g er Tyngdens Acceleration.

Skibes Hoveddimensioner. § 162.

Det lader sig ikke gjøre theoretisk at bestemme de bedste Dimensioner, et Skib bør have, forat det under alle Omstændigheder bedst kan svare til Hensigten. Der maa herved tages i Betragtning, hvilke Farvande Skibet hovedsagelig er bestemt at fare paa, hvilke Slags Ladninger det skal indehave, den Hurtighed, hvormed man ønsker, det skal bevæge sig m. m.

Længden i Vandlinien er for Seilskibe i Almindelighed omkring 4 Gange Bredden i Vandlinien, og undertiden indtil 6 Gange denne.

Dampskibe gjøres sædvanlig længere; dog bør Længden for søgaaende Dampskibe ikke overstige 8 Gange Bredden, hvorimod Floddampskibe gjøres betydelig længere, indtil 15 Gange denne.

Dybden fra Vandlinien til Spanternes Underkant midt paa Skibet varierer for søgaaende Skibe mellem $^1/_3$ og $^1/_2$ af Bredden. Floddampskibes Dybde er gjerne omkring $^1/_5$ af Bredden.

Som almindelig Regel gjælder, at jo større Skibene ere, jo større kan Længden og Dybden være i Forhold til Bredden.

Høiden fra Vandlinien til Dækkets laveste Sted i Borde kan for almindelige Seilfartøier sættes mellem 0,045 og 0,055 af Længden i Vandlinien; for søgaaende Dampskibe bør den ikke være mindre end 0,03 af Længden.

Arealet under Vandlinien af den største Sektion, som i det Følgende betegnes ⊙, er for almindelige, søgaaende Skibe fra 0,75 til 0,85 af det omskrevne Parallelogram.

Seilskibe konstrueres gjerne saaledes, at de komme omkring 1 Fod dybere agter end forud, for at de ikke skulle blive for luvgjerrige, og for at Vandet skal faa lettere Tilstrømning til Roret.

Den første Størrelse, som det er nødvendigt at kjende, naar der skal forfattes Tegning til et Skib, er dets Deplacement; for at finde dette maa man beregne Vægten af den Ladning, Skibet skal kunne indtage, af Besætning og Proviant, samt af Dampmaskine med Kjedler og Kul — om Skibet skal forsynes med Dampkraft — hvortil endelig kommer Skibets Vægt.

Denne sidste lader det sig ikke gjøre med nogen Grad af Nøiagtighed at beregne, førend Tegningen er færdig. For Handelsskibe kan man imidlertid foreløbig sætte Vægten af Skibet med Rig

for Træskibe til omkring 0,4 af Deplacementet,
for Jernskibe do. 0,35 Do.

Om v er Farten i Knob og D er Deplacementet, kan Vægten af Dampmaskiner med Kjedler foreløbig sættes

$$K = \frac{v^3 \cdot D^{2/3}}{250},$$

og Vægten af de Kul, som forbruges i 1 Time,

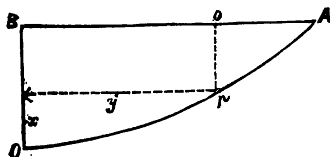
$$K_1 = \frac{v^3 \cdot D^{2/3}}{31430},$$

begge udtrykte i Kubikfod Søvand.

§ 163. Konstruktion af Skibe.

Der er endnu ikke fundet nogen fuldstændig Theori til Bestemmelse af den rette Form, et Fartøi bør have, forat frembyde den mindst mulige Modstand under Bevægelse i Vandet, af hvilken Grund der ogsaa bruges forskjellige Konstruktionsmethoder.

Fig. 348.



Efter den Methode, som her er lagt til Grund, skulle de forskjellige Tværskibssektioner forenfor og agtenfor største Sektion staa i et saadant Forhold til denne, at **Kvadratrødderne af deres Arealer danne Ordinater for en krum Linie**, hvis Ligning er $y^n = px$, og hvis Toppunkt ligger i ⊙.

Om AB, Fig. 348, sættes lig l og BO lig b, saa er Arealet af Fladen AOB

$$A = \frac{n}{n+1} l . b,$$

og Tyngdepunktet af samme fra BO

$$t = \frac{n+1}{2(n+2)} . l.$$

Ordinaten op

$$s = b\left(1 - \frac{y^n}{l^n}\right).$$

Betegnes Arealet af største Sektion med $\odot$ og af en Sektion i Afstanden y fra $\odot$ med S, saa bliver

$$S = \odot . \left(1 - \frac{y^n}{l^n}\right)^2.$$

Naar nu BO sættes lig $\sqrt{\odot}$, bliver Arealet af AOB, som svarer til Deplacementet fra $\odot$ til en af Skibets Ender

$$D_1 = 2n\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right) . l\odot,$$

og Tyngdepunktet af samme fra $\odot$

$$z = \frac{\frac{1}{n+2} - \frac{1}{2n+2}}{2\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right)} . l$$

Længden af den Del af Skibet, som er forenfor $\odot$, være lig l og af den Del, som er agtenfor $\odot$, lig l_1, saa er Skibets hele Længde i Vandlinien

$$L = l + l_1,$$

og, om n har samme Værdi for begge Dele af Skibet forenfor og agtenfor $\odot$, saa bliver hele Deplacementet

$$D = 2n\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right) . L\odot.$$

Deplacementets Tyngdepunkt fra $\odot$ er

$$Z = \frac{\frac{1}{n+2} - \frac{1}{2n+2}}{2\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right)} . (l - l_1).$$

$\odot$Spantets Plads fra Midten af L er $\frac{1}{2}(l - l_1)$, altsaa Deplacementets Tyngdepunkt fra Midten af L

$$Z_1 = \frac{\frac{3}{2n+2} - \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{n+2}}{2\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right)} . (l - l_1);$$

er $l > l_1$, kommer Tyngdepunktet agtenfor Midten og omvendt, naar $l < l_1$.

Ved Hjælp af ovenstaaende Formler ere følgende Tabeller beregnede.

Anvisning til Brugen til Tab. 1 og Tab. 2.

Tab. 1 indeholder Ordinater for paraboliske Linier med Exponenter fra 2 til 6 beregnede efter Formelen $s = b\left(1 - \frac{y^n}{l^n}\right)$, hvor $b = 1$. I første Kolonne under n findes Exponenterne og i de 7 næste de til dem svarende Ordinater; l er delt i 8 ligestore Dele. Sidste Kolonne indeholder den Coefficient, hvormed Arealet af Rectanglet $l.b$ maa multipliceres for at finde Arealet af Fladen *AOB*, Fig. 348.

Exempel. Man vil finde Størrelsen af 5te Ordinat for $n = 2{,}5$, naar $b = 12{,}3$, samt det hertil svarende Areal af Fladen, naar $l = 60$.

I tredie Kolonne og ret for 2,5 findes 0,9139; $0{,}9139 \times 12{,}3 = 11{,}241$ er Ordinaten; i sidste Kolonne ret for 2,5 findes 0,7143; $12{,}3 \times 60 \times 0{,}7143 = 527{,}15$ lig Fladens Areal.

Tab. 2 indeholder Arealer for Exponenter fra 2 til 6 beregnede efter Formel $S = \odot\left(1 - \frac{y^n}{l^n}\right)^2$, hvor $\odot$ er lig 1; næstsidste Kolonne indeholder den Coefficient, hvormed Legemet $l\odot$ maa multipliceres for at finde det til Exponenten svarende Deplacement, og i sidste Kolonne findes Coefficienternes reciproke Værdier; forøvrigt er Tabellen indrettet paa samme Maade som Tab. 1.

Exempel. Hvad bliver Arealet af 3die Sektion for $n = 3{,}2$, naar $\odot = 230$, samt det tilsvarende Deplacement, naar $l = 70$.

Man finder i 3die Kolonne 0,6050, som multipliceret med $230 = 0{,}6050 \times 230 = 139{,}15$, som er Arealet; i næstsidste Kolonne findes 0,6589, som multipliceret med 230×70 giver $0{,}6589 \times 230 \times 70 = 10608{,}29$ lig Deplacementet.

Tab. 1. Ordinater s for paraboliske Linier med Exponenter fra 2 til 6.

$b = 1.$								
	Ordinater							Areal $= l . b \times$
n	1	2	3	4	5	6	7	
2,0	0,2344	0,4375	0,6094	0,7500	0,8593	0,9375	0,9844	0,6666
2,1	0,2445	0,4535	0,6273	0,7668	0,8725	0,9456	0,9873	0,6774
2,2	0,2546	0,4690	0,6444	0,7824	0,8844	0,9526	0,9897	0,6875
2,3	0,2644	0,4840	0,6608	0,7969	0,8952	0,9588	0,9916	0,6970
2,4	0,2742	0,4987	0,6763	0,8106	0,9050	0,9641	0,9932	0,7059
2,5	0,2838	0,5130	0,6912	0,8232	0,9139	0,9688	0,9945	0,7143
2,6	0,2933	0,5267	0,7054	0,8351	0,9219	0,9728	0,9955	0,7222
2,7	0,3027	0,5401	0,7189	0,8461	0,9292	0,9763	0,9964	0,7297
2,8	0,3119	0,5531	0,7318	0,8564	0,9358	0,9794	0,9970	0,7368
2,9	0,3211	0,5658	0,7441	0,8660	0,9418	0,9821	0,9976	0,7436
3,0	0,3301	0,5781	0,7559	0,8751	0,9473	0,9844	0,9980	0,7500
3,1	0,3390	0,5901	0,7671	0,8834	0,9522	0,9864	0,9984	0,7561
3,2	0,3477	0,6017	0,7778	0,8912	0,9567	0,9882	0,9987	0,7619
3,3	0,3564	0,6130	0,7880	0,8985	0,9607	0,9897	0,9990	0,7674
3,4	0,3649	0,6240	0,7977	0,9053	0,9644	0,9910	0,9991	0,7727
3,5	0,3732	0,6347	0,8070	0,9116	0,9677	0,9922	0,9993	0,7777
3,6	0,3817	0,6450	0,8159	0,9175	0,9707	0,9932	0,9994	0,7826
3,7	0,3899	0,6551	0,8243	0,9231	0,9735	0,9941	0,9995	0,7872
3,8	0,3979	0,6649	0,8324	0,9282	0,9759	0,9948	0,9996	0,7917
3,9	0,4059	0,6744	0,8401	0,9330	0,9782	0,9955	0,9997	0,7959
4,0	0,4138	0,6836	0,8474	0,9375	0,9802	0,9961	0,9998	0,8000
4,25	0,4331	0,7056	0,8643	0,9474	0,9845	0,9972	0,9999	0,8095
4,5	0,4517	0,7260	0,8794	0,9558	0,9879	0,9980	0,9999	0,8187
4,75	0,4697	0,7455	0,8927	0,9628	0,9905	0,9986	0,9999	0,8261
5,0	0,4871	0,7627	0,9046	0,9688	0,9926	0,9990	1,0000	0,8333
5,25	0,5039	0,7792	0,9152	0,9737	0,9942	0,9993	1,0000	0,8400
5,5	0,5202	0,7945	0,9246	0,9779	0,9955	0,9995	1,0000	0,8461
5,75	0,5360	0,8088	0,9330	0,9814	0,9964	0,9997	1,0000	0,8533
6,0	0,5512	0,8220	0,9404	0,9844	0,9972	0,9998	1,0000	0,8571

Tab. 2. Arealer S for Exponenter fra 2 til 6.

Areal ⊙ = 1.

n	Sektioner 1	2	3	4	5	6	7	Deplacement $= \odot \times l$	$\frac{\odot . l}{D}$
2,0	0,0549	0,1914	0,3714	0,5625	0,7384	0,8789	0,9690	0,5333	1,8751
2,1	0,0598	0,2057	0,3935	0,5880	0,7613	0,8942	0,9748	0,5472	1,8275
2,2	0,0648	0,2200	0,4153	0,6121	0,7822	0,9074	0,9795	0,5602	1,7851
2,3	0,0699	0,2343	0,4367	0,6350	0,8014	0,9193	0,9833	0,5725	1,7467
2,4	0,0752	0,2487	0,4574	0,6571	0,8190	0,9295	0,9864	0,5842	1,7117
2,5	0,0805	0,2632	0,4778	0,6777	0,8352	0,9386	0,9890	0,5952	1,6801
2,6	0,0860	0,2774	0,4976	0,6974	0,8499	0,9463	0,9910	0,6057	1,6510
2,7	0,0916	0,2917	0,5168	0,7159	0,8634	0,9532	0,9928	0,6157	1,6242
2,8	0,0973	0,3059	0,5355	0,7334	0,8757	0,9592	0,9940	0,6252	1,5995
2,9	0,1031	0,3201	0,5537	0,7500	0,8870	0,9645	0,9952	0,6342	1,5768
3,0	0,1090	0,3342	0,5714	0,7658	0,8974	0,9690	0,9960	0,6429	1,5555
3,1	0,1149	0,3482	0,5884	0,7804	0,9067	0,9730	0,9968	0,6511	1,5359
3,2	0,1209	0,3620	0,6050	0,7942	0,9153	0,9765	0,9974	0,6589	1,5177
3,3	0,1270	0,3758	0,6209	0,8073	0,9229	0,9795	0,9980	0,6665	1,5004
3,4	0,1332	0,3894	0,6363	0,8196	0,9301	0,9821	0,9982	0,6737	1,4843
3,5	0,1393	0,4028	0,6512	0,8310	0,9364	0,9845	0,9986	0,6806	1,4693
3,6	0,1457	0,4160	0,6657	0,8418	0,9423	0,9864	0,9988	0,6872	1,4552
3,7	0,1520	0,4292	0,6795	0,8521	0,9477	0,9882	0,9990	0,6935	1,4420
3,8	0,1583	0,4421	0,6929	0,8616	0,9524	0,9896	0,9992	0,6996	1,4294
3,9	0,1648	0,4548	0,7058	0,8705	0,9569	0,9910	0,9994	0,7055	1,4174
4,0	0,1712	0,4673	0,7181	0,8789	0,9608	0,9922	0,9996	0,7111	1,4063
4,25	0,1876	0,4979	0,7470	0,8976	0,9692	0,9944	0,9998	0,7243	1,3806
4,5	0,2040	0,5271	0'7733	0,9136	0,9759	0,9960	0,9998	0,7364	1,3580
4,75	0,2206	0,5558	0,7969	0,9270	0,9811	0,9972	0,9999	0,7474	1,3380
5,0	0,2373	0,5817	0,8183	0,9386	0,9853	0,9980	1,0000	0,7575	1,3201
5,25	0,2539	0,6072	0,8376	0,9481	0,9884	0,9986	1,0000	0,7670	1,3038
5,5	0,2706	0,6312	0,8549	0,9563	0,9910	0,9990	1,0000	0,7756	1,2893
5,75	0,2873	0,6542	0,8705	0,9631	0,9928	0,9994	1,0000	0,7837	1,2760
6,0	0,3038	0,6757	0,8844	0,9690	0,9944	0,9996	1,0000	0,7912	1,2639

Af Formlerne sees. at ⊙ Spantets Areal maa være bestemt, før Deplacementet eller Længden kan findes.

Skibets største Bredde i Vandlinien være lig B, ⊙ Spantets Dybde lig d og m en Coefficient, saa er ⊙ Spantets Areal

$$\odot = m \cdot B \cdot d.$$

Om B sættes lig $\frac{L}{r}$ og $d = \frac{B}{q} = \frac{L}{r.q}$, hvor q og r i Henhold til hvad foran anført bestemmes efter Skibets Hensigt etc., saa bliver Deplacementet

$$D = \frac{m}{q \cdot r^2} \cdot L^3 \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right) \cdot 2n$$

og heraf

$$L = \sqrt[3]{\frac{D}{\frac{m}{q \cdot r^2}\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right) \cdot 2n}}.$$

Undertiden indsættes paa Midten af Skibet et parallelt Stykke, hvorved vindes Deplacement uden Forøgelse af ⊙ Spantets Areal, og Skibets Modstand vil altsaa kun forøges med Vandets Friktion mod den derved forøgede Overflade af Skibet.

⊙ Spantets Plads med Hensyn paa Skibets Længde afhænger af, hvor Deplacementets Tyngdepunkt skal være. For Seilskibe vilde det være rigtigst at have dette paa Midten af Skibet; men de betydelige Vægter, som komme i Skibets Forende gjør det nødvendigt at konstruere Skibet saaledes, at Tyngdepunktet kommer $^1/_{80}$ à $^1/_{100}$ af Længden i Vandlinien forenfor Midten for at undgaa Anbringelsen af Ballast alene for at opveie disse Vægter.

I Dampskibe er Tyngdepunktets Beliggenhed afhængig af Placeringen af Dampmaskiner med Kjedler, Kul o. s. v., hvorfor der ikke kan angives nogen bestemt Regel for samme.

For Skibe, som hovedsagelig ere bestemte til at gaa for Damp alene, er det med Hensyn til Skibets Egenskaber af mindre Betydning, hvor Tyngdepunktets Plads med Hensyn paa Længden er, hvorfor ⊙ Spantet undertiden anbringes indtil $^2/_5$ af Skibets Længde fra Agterenden.

⊙ Spantets Form under Vandlinien kan i flere Tilfælde med Fordel konstrueres efter en parabolisk Linie, hvis Exponent bliver

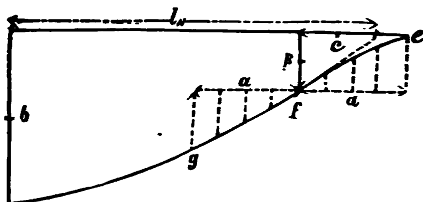
$$n_1 = \frac{m}{1-m}.$$

Ordinaterne udsættes efter Tab. 1.

Øverste Vandlinie kan ogsaa konstrueres som en parabolisk Linie og, om det findes hensigtsmæssigt at gjøre

den hul ved Skibets Ender — hvilket fordetmeste gjøres ved mere hurtiggaaende Dampskibe for at formindske Vandets Modstand — kan dette udføres ved at man lader den paraboliske Linie standse, før den naar Midtlinien og konstruerer det manglende Stykke som følger:

Fig. 349.



Af den krumme Linies Ligning findes

$$c = l_2\left(1 - \sqrt[n]{\frac{b-\beta}{b}}\right).$$

Længden fra ⊙ til Stevnen, Fig. 349.

$$l = l_2\left(2\sqrt[n]{\frac{b-\beta}{b}} - \sqrt[n]{\frac{b-2\beta}{b}}\right)$$

og heraf

$$l_2 = \frac{l}{2\sqrt[n]{\frac{b-\beta}{b}} - \sqrt[n]{\frac{b-2\beta}{b}}}.$$

Den hule Del af Vandlinien fra f til e dannes ved at overføre Stykket fg af den paraboliske Linie, saaledes som Figuren udviser; β bør ikke overstige $\frac{b}{3}$.

Den fornødne effektive Hestekraft af Maskine for at drive et Fartøi frem gjennem Vandet med en given Hastighed afhænger af Vandets Modstand mod Bevægelsen, samt af Propellerens Virkningsgrad. Side 521, § 159 er angivet en empirisk Formel for Modstanden og en tilnærmet Værdi for Virkningsgraden.

Efter Gelmuyden, „Om Dampmaskiner og Dampskibe“, gjælder følgende Formel, i hvilken Propellerens Virkningsgrad er antaget constant, for Fartøisformer, der ligge indenfor de i sædvanlig Praxis forekommende Grændser.

N være den virkelige eller effektive Hestekraft, c Skibets Hastighed i Fod pr. Sekund, L Skibets Længde i Vandlinien i Fod, D Deplacementet i Kubikfod og ⊙ Arealet af største Sektion, saa er

$$N = \odot^{0,8} \frac{c^{10/3}}{\left(9 \sqrt[3]{\frac{L\odot}{D}}\right)^{10/3}} \quad \text{og}$$

$$c = 9 \sqrt[3]{\frac{L\odot}{D}} \cdot \left(\frac{N}{\odot^{0,8}}\right)^{3/10}.$$

1 Knobs Fart svarer til en Hastighed af 1,6425 Fod pr. Sekund.

Nedenstaaende Exempler vise nogle af Formlernes Anvendelse.

Exempel 1. Der skal opgjøres Tegning til et Jerndampskib, som skal kunne indtage Passagerer med Tøi, samt Gods, tilsammen lig en Vægt af 8,000 Kubikfod Søvand. Det skal gjøre en Fart af 10 Knob og have Kulforsyning for 72 Timers Gang. Fartøiets Vægt sættes lig 0,35 af Deplacementet, Exponenten n lig 3 og Coefficienterne m, q og r respektive 0,81, 2,5 og 7.

Hvad bliver Deplacementet og Skibets øvrige Dimensioner?

$$D = 8000 + 0,35\, D + \frac{10^3 \,.\, D^{2/3}}{250} + 10 \,.\, \frac{10^3 \,.\, D^{2/3}}{31430}$$

$$0,65\, D - 6,29\, D^{2/3} = 8000$$

$$D = 19265 \text{ Kubikfod nærmest}$$

$$L = \sqrt[3]{\frac{D}{\frac{m}{q \,.\, r^2}\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right) 2n}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{19265}{\frac{0,81}{2,5 \,.\, 7^2}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) . 6}} = 165,5 \text{ Fod.}$$

$$B = \frac{165,5}{7} = 23,64 \text{ Fod og } d = \frac{23,64}{2,5} = 9,457 \text{ Fod.}$$

Om l sættes lig 95,5 Fod og $l_1 = 70$ Fod, findes Deplacementets Tyngdepunkt forenfor $\odot$.

$$Z = \frac{\frac{1}{n+2} - \frac{1}{2n+2}}{2\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right)} . (l - l_1) = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{8}}{2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right)} . (95{,}5 - 70) =$$
$$= 8{,}925 \text{ Fod.}$$

$\odot$ Spantets Areal $= 0{,}81 \times 23{,}64 \times 9{,}457 = 181{,}08$ Kvadratfod.

Den effektive Hestekraft svarende til 10 Knobs Fart er

$$N = \odot^{0,8} \frac{c^{10/3}}{\left(9 . \sqrt[3]{\frac{L \odot}{D}}\right)^{10/3}} = 181{,}08^{0,8} . \frac{16.425^{10/3}}{\left(9 \sqrt[3]{1{,}555}\right)^{10/3}} = 291{,}03 \text{ HK.}$$

Exempel 2. Om man beholder samme Deplacement og $\odot$ Spants Areal som i Exempel 1, men sætter $n = 2{,}5$ og $3{,}5$, hvilken Indflydelse vil da dette have med Hensyn paa Skibets Længde og Hestekraften?

I første Tilfælde er

$$D = 2n\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{2n+1}\right) L \odot = 19265 = 2 . 2{,}5 \left(\frac{1}{3{,}5} - \frac{1}{6}\right) . L . 181{,}08$$

$L = 178{,}7$ Fod eller omtrent 8 % længere end ovenfor.

$$N = 181{,}08^{0,8} . \frac{16{,}425^{10/3}}{\left(9 \sqrt[3]{1{,}6801}\right)^{10/3}} = 267{,}3 \text{ H. K.},$$ omtrent 8 % mindre.

I andet Tilfælde

$$19265 = 2 . 3{,}5 \left(\frac{1}{4{,}5} - \frac{1}{8}\right) . L . 181{,}08$$

$L = 156{,}33$ Fod eller omtrent $5\frac{1}{2}$ % mindre end i Exempel 1.

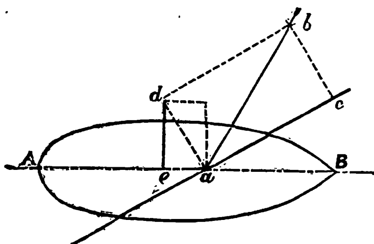
$$N = 181{,}08^{0,8} . \frac{16{,}425^{10/3}}{\left(9 \sqrt[3]{1{,}4693}\right)^{10/3}} = 310{,}07 \text{ H. K.};$$ omtr. $5\frac{1}{2}$ % større end i Exempel 1.

§ 164. Seilenes Størrelse.

Naar Skibets Tyngdepunkts Beliggenhed er kjendt og det antages, at denne forbliver uforandret i den Tid, Fartøiet er tilsøs, kan Seilmomentet — det er Summen af Seilenes Momenter om Tyngdepunktet — beregnes for en given Krængningsgrad.

AB, Fig. 350, være Skibets Midtlinie, *ab* Vindens Retning, samt *ac* Seilenes Middelretning, som skal dele Vinkelen *Bab* i to lige Dele, naar Seilene skal give den største Effekt, saa kan *ab* opløses i Kræfterne *ac* og *ad*, hvilken sidste er den Del af Vindens Kraft, der falder i Seilene; *ad* kan igjen opløses i Kraften *ae*, som bliver den fremdrivende og *ed*, som bliver den krængende Kraft.

Fig. 350.



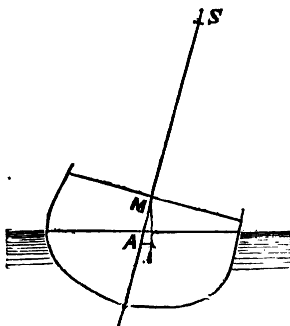
ed er lig halve Sinus af Vinkelen $baB = \frac{1}{2} . \text{Sin. } n.$

Vindens Tryk i ℔ pr. Kvadratfod (se nedenstaaende Tabel) være lig *k* og Seilarealet lig *A*, saa er Vindens Tryk paa Seilene udtrykt i Kubikfod Søvand

$$t = \frac{k}{63} . A . \frac{1}{2} . \text{Sin. } n.$$

Er *A*, Fig. 351, Skibets Tyngdepunkt, *M* Metacentret, *S* Seilenes Tyngdepunkt og $AM = c$, $AS = s$. samt Krængningsvinkelen $= \varphi$, saa bliver Krængningsmomentet

Fig. 351.



$$\frac{k}{63} . A . \frac{1}{2} \text{ Sin. } n . s = D . c . \text{Sin. } \varphi$$

og heraf Seilmomentet

$$A . s = 63 . \frac{D . c \text{ Sin, } \varphi}{k . \frac{1}{2} \text{ Sin. } n.}$$

Vindens Betegnelse.	Vindens Tryk i ℔ pr. Kvadratfod.	Vindens Hastighed i Fod pr. Sekund.
Bramseils Kuling . .	0,96	19,66
Do. do. frisk	1,45	24,58
Mærsseils Kuling . .	1,93	25,65
Revet do. do. . . .	2,57	28,50
Klodsrevet do. do. . .	3,40	32,78
Underseils Kuling . .	5,05	39,90
Halv Storm.	7,40	48,45
Hel Storm	10,28	57,00

Dette kan imidlertid ikke anvendes for almindelige Handelsskibe, som seile med forskjellige Slags Ladninger, hvorved Tyngdepunktets Beliggenhed bliver foranderlig; det er derfor nødvendigt for disse Fartøiers Vedkommende at bruge saadanne Dimensioner af Seil, som gjennem Erfaring ere fundne at være de mest passende.

Som praktisk Regel gjælder, at Seilarealet for Handelsskibe i Almindelighed er fra 30 til 35 Gange ⊙ Spantets Areal.

Beliggenheden af Seilenes Tyngdepunkt med Hensyn paa Fartøiets Længde er af megen Vigtighed for Skibets Seilegenskaber; theoretisk at bestemme denne lader sig neppe gjøre. For almindelige Skibe ligger gjerne Seilenes Tyngdepunkt $^1/_{20}$ à $^1/_{30}$ af Fartøiets Længde i Vandlinien forenfor Deplacementets Tyngdepunkt; for Skibe med Gaffelseil forholdsvis agterligere.

Trykfeil og Rettelser.

Side 2, fjerde Linie fra neden staar $+ h^3$, læs $+ b^3$.
„ 31, Log. 1007 staar = 0,00383, læs = 0,00303.
„ 53, fjerde Linie fra neden staar Log. nat. 2,75275, læs Log. nat 2,75.
„ 75, sjette Linie fra neden staar $x = \frac{M \times A \times T \times n}{a \times t \times n}$, læs
$$x = \frac{M \times A \times T \times n}{a \times T \times N}.$$
„ 96, syttende Linie fra oven staar et nyt dansk Pund = 0,99862 gammelt dansk ℔, læs 1,01140 ℔.
„ 104, ottende Linie fra oven staar en preussisk Mil = 2408,4 norske Fod, læs 24008,4 norsk Fod.
„ 125, Sin. 88° 40′ = 0,79973, læs 0,99973.
„ 203, Linie 20 fra oven staar $+ \frac{AB^2}{r^2}$, læs $\frac{AB^2}{r}$.
„ 235, Linie 5 fra neden staar $Q =$, læs $\frac{Q}{P}$.
„ 256, Linie 1 fra nedeu staar 0,1963 $C_1 d^4$, læs 0,1963 $C_1 d^3$. —
„ 347, 8de Verticalcolumme fra Venstre staar lossius, læs losange.
„ 356, Linie 11 fra neden staar $m = \frac{B + B_1}{P}$, læs $m = \frac{P}{B + B_1}$.
„ 357, under f) 4de Verticalcol. staar $\frac{1}{20} - \frac{1}{24}$, læs $\frac{1}{30} - \frac{1}{24}$.
„ 361, Linie 6 fra oven staar $\frac{1}{\left(2 - \frac{K}{k}\right)^2}$, læs $\frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2}$.
„ 361, Linie 5 fra neden staar $l . \frac{\left(\frac{1}{\left(2 - \frac{K}{k}\right)^2}\right)}{B}$, læs $l . \frac{\left(\frac{1}{\left(2 - \sqrt{\frac{K}{k}}\right)^2}\right)}{B}$.
„ 396, Linie 9 fra neden staar funden, læs antaget.
„ 404 Linie 10 fra oven staar § Pag. ., læs § 117 Pag. 429.
„ 436 Linie 18 fra oven staar Brekjæden, læs Bærekjæden.

BI

ingsarl

ARING

8,6	103,										
86	4,7										
4,6	99,										
74	4,6										
0,3	94,	**0**									
63	4,5										
6,6	91,	8,8	**9**								
51	4,4	08									
2,9	87,	6,7	14,8	**8**							
40	4,2	96	1,85								
9,3	84,	4,9	13,1	11,3	**7**						
28	4,1	85	1,73	1,61							
3,0	81,	3,2	11,5	9,9	8,4	**6**					
16	4,0	73	1,61	1,50	1,38						
2,9	78,	1,7	10,0	8,5	7,0	5,9	**5**				
05	3,9	61	1,50	1,38	1,27	1,15					
0,0	75,	0,3	8,8	7,3	6,0	4,9	3,8	**4**			
93	3,8	50	1,38	1,27	1,15	1,03	0,92				
7,0	72,	9,1	7,6	6,2	5,0	4,0	3,0	2,2	**3**		
82	3,7	38	1,27	1,15	1,03	0,92	0,80	0,69			
,4	69,	8,1	6,6	5,4	4,1	3,1	2,3	1,7	1,1	**2**	
70	3,5	27	1,15	1,03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46		
,9	67,	7,1	5,8	4,5	3,5	2,5	1,7	1,1	0,6	0,2	**1**
58	3,4	15	1,03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46	0,35	0,22	0
,4	64,	6,4	5,0	3,9	2,9	2,0	1,4	0,7	0,3	0,1	0
17	3,3	03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46	0,35	0,22	0,12	0
9	29	9	8	7	6	5	4	3	2	1	

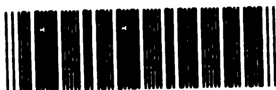
BI

ingsarl

ARING

8,6	103,
,86	4,7
4,6	99,
,74	4,6

0,3	94,	0									
,63	4,5										
6,6	91,	3,8	9								
,51	4,4	08									
2,9	87,	6,7	14,8	8							
40	4,2	96	1,85								
0,3	84,	4,9	13,1	11,3	7						
28	4,1	85	1,73	1,61							
3,0	81,	3,2	11,5	9,9	8,4	6					
16	4,0	73	1,61	1,50	1,38						
2,9	78,	1,7	10,0	8,5	7,0	5,9	5				
05	3,9	61	1,50	1,38	1,27	1,15					
0,0	75,	0,3	8,8	7,3	6,0	4,9	3,8	4			
93	3,8	50	1,38	1,27	1,15	1,03	0,92				
7,0	72,	9,1	7,6	6,2	5,0	4,0	3,0	2,2	3		
82	3,7	38	1,27	1,15	1,03	0,92	0,80	0,69			
,4	69,8	8,1	6,6	5,4	4,1	3,1	2,3	1,7	1,1	2	
70	3,5	27	1,15	1,03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46		
,9	67,2	7,1	5,8	4,5	3,5	2,5	1,7	1,1	0,6	0,2	1
58	3,4	15	1,03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46	0,35	0,22	
,4	64,9	6,4	5,0	3,9	2,9	2,0	1,4	0,7	0,3	0,1	0
17	3,35	03	0,92	0,80	0,69	0,57	0,46	0,35	0,22	0,12	0
)	29	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0


89088908322
b89088908322a




89088890
B89088890